

Analisi non stazionaria di frequenza delle piene attraverso distribuzioni derivate generalizzate

*Original*

Analisi non stazionaria di frequenza delle piene attraverso distribuzioni derivate generalizzate / Cafiero, L., Mazzoglio, P., Bertola, M., Laio, F., Viglione, A.. - ELETTRONICO. - (2024), pp. 1355-1358. (XXXIX Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche - IDRA2024 Parma (IT) 15-18 September 2024) [10.5281/zenodo.13584918].

*Availability:*

This version is available at: 11583/2992949 since: 2024-09-30T18:16:32Z

*Publisher:*

Università degli Studi di Parma - Dipartimento di Ingegneria e Architettura

*Published*

DOI:10.5281/zenodo.13584918

*Terms of use:*

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

# ANALISI NON STAZIONARIA DI FREQUENZA DELLE PIENE ATTRAVERSO DISTRIBUZIONI DERIVATE GENERALIZZATE

Luigi Cafiero <sup>1</sup>, Paola Mazzoglio <sup>1</sup>, Miriam Bertola <sup>2</sup>, Francesco Laio <sup>1</sup>, Alberto Viglione <sup>1</sup>

(1) Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territorio e delle Infrastrutture, Politecnico di Torino, Torino; (2) Institute of Hydraulic Engineering and Water Resources Management, Vienna University of Technology, Vienna.

## ASPETTI CHIAVE

- Implementazione di una procedura operativa per includere la variazione delle precipitazioni estreme nell'analisi regionale di frequenza delle piene.
- Analisi della relazione tra curve di frequenza delle piene e curve di possibilità pluviometrica attraverso relazioni quantile-quantile.
- Relazioni quantile-quantile utilizzate per ottenere curve di frequenza delle piene che includono l'effetto dell'aumento di precipitazioni estreme.

## 1 INTRODUZIONE

L'intensificazione degli eventi estremi osservata in molti studi (Fowler *et al.*, 2021; Brunetti *et al.*, 2000) ha evidenziato la necessità di sviluppare nuove metodologie per l'analisi regionale di frequenza delle piene in condizioni non stazionarie. Questo lavoro rappresenta un primo passo verso un'analisi regionale di frequenze delle piene non stazionaria, che ha l'obiettivo di fornire uno strumento operativo per includere l'effetto della variazione di intensità di precipitazione estrema per una fissata frequenza. La relazione tra le curve di frequenza delle piene (FFC) e le curve di possibilità pluviometrica (IDF) è ottenuta attraverso relazioni quantile-quantile. Secondo le ipotesi per cui 1) la relazione quantile-quantile approssimi il valore atteso della piena dato un certo valore di precipitazione e 2) questa relazione non cambi nel tempo, si ottengono le FFC modificate in modo da includere l'effetto dell'aumento di precipitazione estrema previsto dai modelli climatici.

## 2 DISTRIBUZIONI DERIVATE GENERALIZZATE

Si definisce una relazione che lega la precipitazione massima annuale di durata critica, con la portata massima annuale di un bacino generico. Questa relazione è formata da una componente deterministica  $g(P)$  e una componente randomica  $\xi$ :

$$Q = g(P) + \xi \quad (1)$$

la componente randomica include le incertezze dovute a processi idrologici tali per cui uno stesso valore di precipitazione può risultare in diversi valori di portata. Questo può essere causato da diverse distribuzioni spazio-temporali della precipitazione, diverse condizioni antecedenti del bacino, diverse condizioni di uso del suolo, e diversa partizione di precipitazione liquida/solida. Se fossero disponibili coppie di valori contemporanei di massimi annuali di precipitazione e portata sarebbe possibile usarle per stimare  $g(P)$ . Tuttavia difficilmente questi dati sono disponibili, mentre modelli regionali che consentono di ottenere le FFC e le IDF trovano ampio spazio in letteratura (De Michele & Rosso, 2001; Castellarin *et al.*, 2001; Laio *et al.*, 2011; Libertino *et al.*, 2018). Per questo motivo si identifica  $g(P)$  attraverso la relazione quantile-quantile ipotizzando che possa approssimare il valore atteso della distribuzione condizionata  $E(Q/P)$ . Con questa ipotesi,  $g(P)$  viene quindi ottenuta dalle distribuzioni marginali della precipitazione e delle piene:

$$g(P) = F_Q^{-1} \left( F_P(P) \right) \quad (2)$$

dove  $F_Q$  e  $F_P$  sono le distribuzioni cumulate di precipitazione e piene.

### 3 ANALISI DELLA RELAZIONE QUANTILE-QUANTILE

Per validare l'ipotesi secondo cui il valore atteso della probabilità condizionata  $E(Q/P)$  può essere approssimato dalla relazione quantile-quantile, si definisce un modello semplice basato sul metodo razionale (Kuichling, 1889) che lega la portata al colmo e la precipitazione della durata critica del bacino con il coefficiente di deflusso  $c$

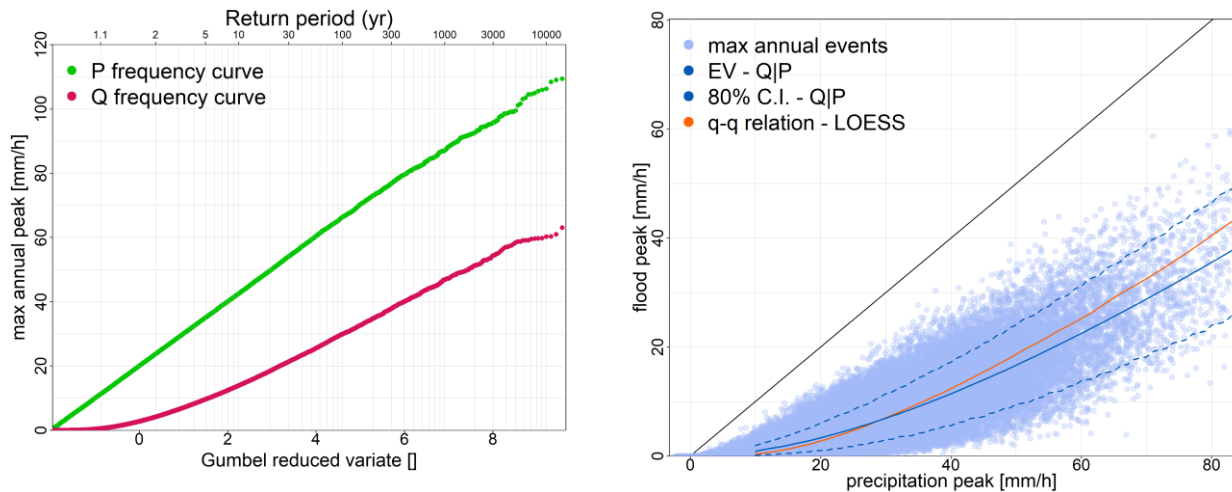
$$Q = c \cdot P \quad (3)$$

Si definisce una distribuzione Gumbel per simulare  $N$  possibili valori di massimi annuali di precipitazione, e una distribuzione Beta che simula  $N$  possibili valori di coefficiente di deflusso correlati al valore di precipitazione. Questo permette di avere  $N$  coppie di valori contemporanei di massimi annuali di precipitazione e portata. Per prima cosa si analizza un caso semplice in cui la correlazione tra il coefficiente di deflusso e la precipitazione viene definito attraverso il parametro  $a$  della distribuzione Beta. Le densità di probabilità della precipitazione  $P$  e del coefficiente di deflusso  $c$  sono quindi:

$$f_P(P) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{P-\mu}{\beta}} e^{-e^{-\frac{P-\mu}{\beta}}} \quad \text{con } \mu = 20 \text{ e } \beta = 10 \quad (4)$$

$$f_c(c) = \frac{c^{a-1}(1-c)^{b-1}}{\int_0^1 c^{a-1}(1-c)^{b-1} dc} \quad \text{con } a = \frac{P}{10} \text{ e } b = 10 \quad (5)$$

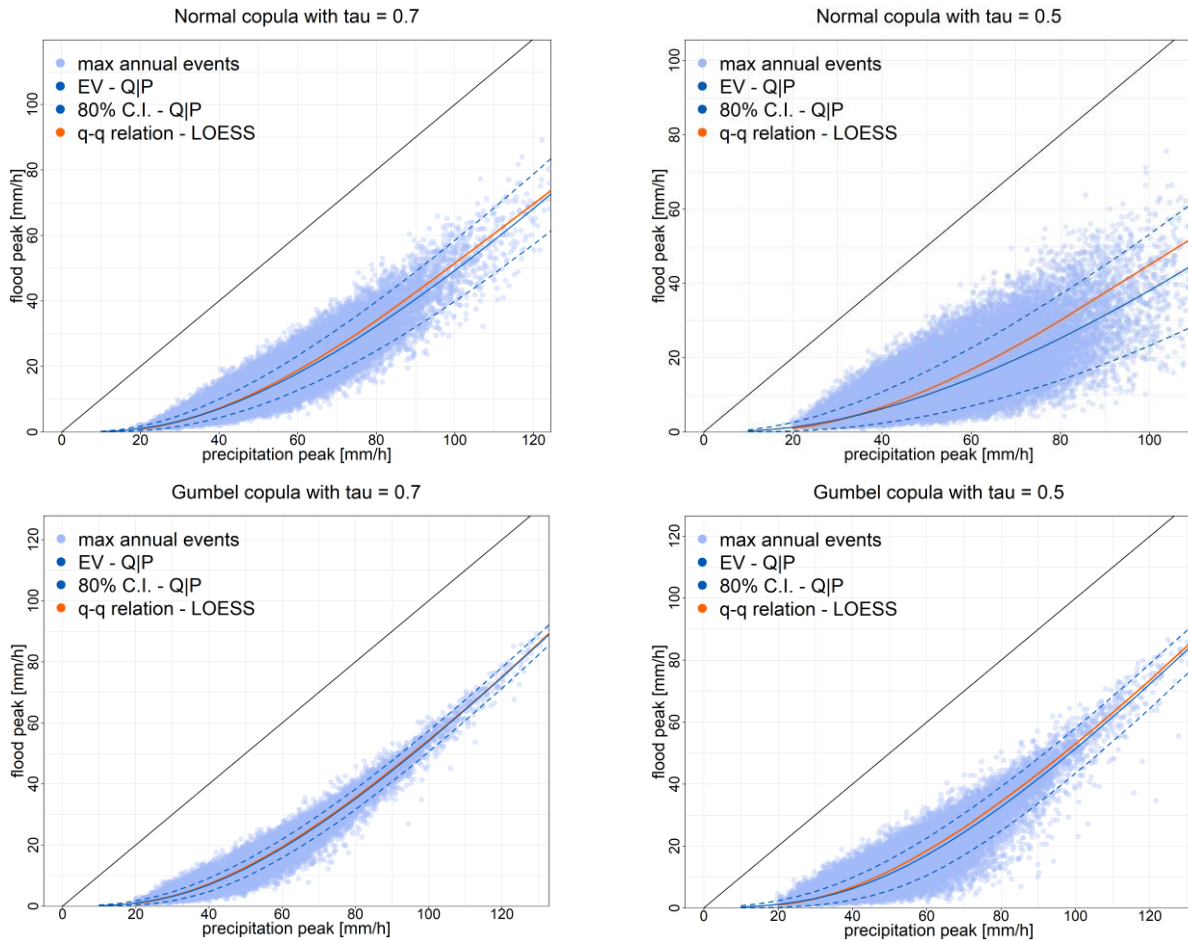
risulta possibile valutare il valore atteso  $E(Q/P)$  della portata  $Q$  dato un certo valore di  $P$  e il relativo intervallo di confidenza all'80%, e confrontarlo con la relazione quantile-quantile ottenuta esclusivamente dalle distribuzioni marginali di precipitazione e portata (Figura 1).



**Figura 1.** Curve di frequenza di precipitazione e piene (sinistra). Confronto tra il valore atteso  $E(Q/P)$  della portata  $Q$  dato un certo valore di  $P$  e la relazione quantile-quantile ottenuta esclusivamente dalle distribuzioni marginali di precipitazione e portata. La correlazione tra la precipitazione e il coefficiente di deflusso è definita attraverso il parametro  $a$  della distribuzione Beta. In questa configurazione è lecito approssimare la funzione  $g(P)$  con la relazione quantile-quantile ma si riscontra una leggera sovrastima rispetto al valore atteso (destra).

Successivamente, per ottenere una correlazione tra precipitazione e coefficiente di deflusso più realistica, si definisce una copula gaussiana che regola la relazione tra le due distribuzioni marginali Gumbel ( $\mu = 20$  e  $\beta = 10$ ) e Beta ( $a = 1$  e  $b = 10$ ) (Figura 2). Nel primo caso il valore tau di Kendall  $\tau_K$  ha un valore di 0.7, nel secondo caso ha un valore di 0.5. Al diminuire del valore di  $\tau_K$ , la relazione quantile-quantile tende a divergere dal valore atteso, tuttavia anche per un valore piuttosto basso rimane all'interno dell'intervallo di confidenza all'80%.

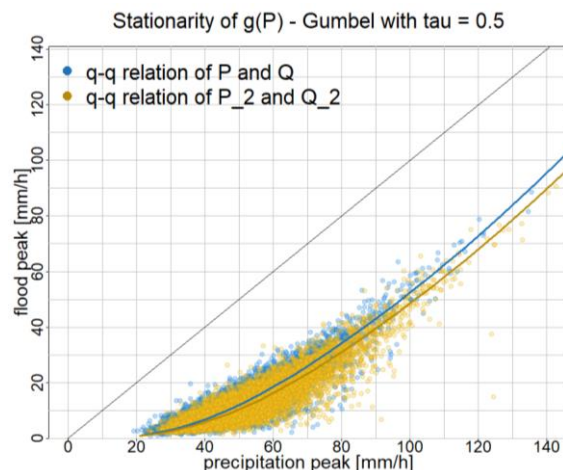
Infine, si definisce una copula di Gumbel per regolare la relazione tra le stesse due distribuzioni marginali. Questo tipo di copula è più adatto rispetto a quella normale in quanto attribuisce maggiore correlazione tra le due distribuzioni marginali per valori alti di precipitazione. Per un valore  $\tau_K$  di 0.5, l'ipotesi di approssimare il valore atteso  $E(Q/P)$  con la relazione quantile-quantile risulta ulteriormente giustificata e le due curve tendono a sovrapporsi in modo più marcato rispetto al caso della copula normale a parità di  $\tau_K$ .



**Figura 2.** Confronto tra il valore atteso  $E(Q/P)$  della portata  $Q$  dato un certo valore di  $P$  e la relazione quantile-quantile ottenuta esclusivamente dalle distribuzioni marginali di precipitazione e portata. La correlazione tra la precipitazione e il coefficiente di deflusso è definita attraverso una copula normale (in alto) e di Gumbel (in basso) che definisce la relazione tra le due distribuzioni marginali. Nelle figure a sinistra tau Kendall è 0.7, nelle figure a destra 0.5.

La seconda ipotesi alla base della metodologia è che la relazione quantile-quantile rimanga costante in condizioni di clima alterato. È ragionevole presumere che  $g(P)$  sia più correlata ai processi del bacino idrografico per valori bassi di precipitazione, mentre dipenda maggiormente dalla quantità di precipitazione per valori elevati. Si assume quindi che la funzione  $g(P)$  sia stazionaria per precipitazioni superiori a un certo periodo di ritorno, denominato "periodo di ritorno soglia" (Macdonald et al., 2023).

Per valutare la stazionarietà di  $g(P)$  al variare della precipitazione, si confrontano le relazioni quantile-quantile ottenute definendo una copula di Gumbel ( $\tau_K = 0.5$ ) che regola la relazione tra le due distribuzioni marginali Gumbel e Beta. Nel primo caso si mantengono i parametri della distribuzione di Gumbel già utilizzati, nel secondo caso si aumentano entrambi i parametri del 10%. In Figura 3 si mostrano le due relazioni; assumere che la relazione quantile-quantile rimanga costante porterebbe ad errori minori del 5% nella stima della portata condizionata a un certo valore di precipitazione. Si stanno trascurando in questo modo gli effetti dei cambiamenti relativi ai processi del bacino, che si ritiene possano avere un effetto significativo solo nella parte bassa della curva  $g(P)$ , quando le precipitazioni sono limitate.



**Figura 3.** Confronto tra le relazioni quantile-quantile ottenute dalle distribuzioni marginali di precipitazione e portata. La correlazione tra la precipitazione e il coefficiente di deflusso è definita attraverso una copula di Gumbel ( $\tau_K = 0.5$ ). In azzurro le coppie di massimi annuali e la relazione q-q ottenuta con parametri di Gumbel  $\mu = 20$  e  $\beta = 10$ . In giallo le coppie di massimi annuali e la relazione q-q ottenute incrementando del 10% i parametri della distribuzione.

#### 4 CONCLUSIONI

In questo studio vengono analizzate le ipotesi alla base di una metodologia operativa per includere l'effetto della variazione di precipitazione estrema nell'analisi delle frequenze delle piene. Per valutare la validità delle ipotesi si è definito un modello semplice basato sul metodo razionale e su distribuzioni di precipitazione e coefficiente di deflusso controllate, con diverse strategie per correlare le due variabili. I risultati ottenuti suggeriscono che l'ipotesi di approssimare il valore atteso della distribuzione di probabilità condizionate  $E(Q/P)$  con la relazione quantile-quantile di Q e P ottenuta a partire dalle distribuzioni marginali, sia valida quando si considera una forte correlazione tra la precipitazione e il coefficiente di deflusso. Le due curve tendono invece ad allontanarsi al diminuire della correlazione, pur rimanendo all'interno dell'intervallo di confidenza all'80%. La validità della seconda ipotesi si è valutata confrontando le relazioni quantile-quantile ottenute incrementando del 10% entrambi i parametri della distribuzione Gumbel che regola la precipitazione massima annuale. La stima della portata condizionata a un certo valore di precipitazione non varia di più del 5% nei due casi analizzati.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Castellarin, A., Burn D.H. & Brath, A. Assessing the effectiveness of hydrological similarity measures for flood frequency analysis, *Journal of Hydrology*, 2001, 241(3-4), pp. 270-285.
- De Michele, C. & Rosso, R. Rapporto sulla valutazione delle piene nell'Italia Nord-occidentale, in: Progetto Vapi, Valutazione delle Piene in Italia, 2001, Pubbl. CNR- GNDICI, Roma.
- Kuichling, E. The Relation between the Rainfall and the Discharge of Sewers in Populous Districts. *Transactions of ASCE*, 1889, 20, 1-60.
- Laio, F., Ganora, D., Claps, P. & Galeati G. Spatially smooth regional estimation of the flood frequency curve (with uncertainty), *Journal of Hydrology*, 2011, 408, 67-77.
- Libertino A., Allamano P., Laio F., & Claps P. Regional-scale analysis of extreme precipitation from short and fragmented records. *Advances in Water Resources* 112, 2018, 147-159.
- Macdonald E., B. Merz, B. Guse, V. D. Nguyen, X. Guan, & S. Vorogushyn. What controls the tail behaviour of flood series: rainfall or runoff generation? *Hydrology and Earth System Sciences*, 2024, 833-850.
- Fowler, H.J., Lenderink, G., Prein, A.F. *et al.* Anthropogenic intensification of short-duration rainfall extremes. *Nat Rev Earth Environ* 2, 107-122 (2021).
- Brunetti, M., Buffoni, L., Maugeri, M. and Nanni, T. (2000), Precipitation intensity trends in northern Italy. *Int. J. Climatol.*, 20: 1017-1031.