

La Logistica del Computer Quantistico e l'Informatica Relativa

Original

La Logistica del Computer Quantistico e l'Informatica Relativa / Sparavigna, Amelia Carolina. - ELETTRONICO. - (2022).
[10.5281/zenodo.6780088]

Availability:

This version is available at: 11583/2970265 since: 2022-09-06T10:26:44Z

Publisher:

ZENODO - CERN

Published

DOI:10.5281/zenodo.6780088

Terms of use:

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

Publisher copyright

(Article begins on next page)

La Logistica del Computer Quantistico e l'Informatica Relativa

A. C. Sparavigna

Dipartimento di Scienza Applicata e Tecnologia, Politecnico di Torino

Notizie da giornali e siti web riportano sempre più enfaticamente i successi relativi a computer quantistici. È pertanto naturale porsi delle domande circa questi computer, su come essi operano, su dove sono fisicamente, su cosa serve alla loro gestione. Anzi, è doveroso porsi domande, poiché i titoli delle notizie possono indurre ad intenderli come “supercomputer” effettivamente esistenti, capaci di risolvere in pochi secondi dei problemi di calcolo che i computer classici impiegherebbero millenni a processare. Questo lavoro propone quindi una review degli attuali Computer Quantistici, con particolare riguardo, ove possibile, alla relativa logistica. Nel panorama dell'Informatica Quantistica, si intende approfondire come potrà essere il futuro delle infrastrutture ad essi legate e quali saranno i sistemi base di algoritmi relativi al Calcolo Quantistico. In definitiva, si cercherà di comprendere quale sarà la futura logistica, intesa come nuova «arte del computare». Particolare attenzione verrà data al vantaggio quantistico, la strategia di medio termine relativa alla progettazione di algoritmi per le prossime generazioni di computer quantistici. Tali algoritmi sono richiesti da un ventaglio di applicazioni strategiche. Attualmente sono principalmente algoritmi di simulazione di fisica e chimica quantistica. Si illustreranno due metodi di calcolo: quello basato sulla computazione quantistica adiabatica, che si ottiene attraverso il quantum annealing (sistemi D-Wave), e quello che utilizza un array di porte quantistiche (sistemi IBM, Google ed altri). Si vedranno, con maggiore dettaglio, le simulazioni basate sul metodo del Variational Quantum Eigensolver. Alcune nozioni relative ai qubit, alle porte quantistiche ed alle Hamiltoniane ad esse legate verranno proposte. Oltre a parlare di qubit, si parlerà di qumode. L'arte del computare quantistico ha infatti due facce, quella basata sul qubit e quella basata sul qumode. Il quantum computer Borealis di Xanadu è capace di sviluppare un sistema ibrido, con una emulazione di qubit di tipo GKP insieme a luce squeezed. Verrà inoltre menzionato il primo desktop a tre qubits di SpinQ. Verrà anche fornito un accenno alla comunicazione quantistica

Keywords: Qubit, Qumode, Qudit, Hamiltonian, Schrödinger equation, Quantum information, Logistics, NISQ, Quantum computing, Quantum processing unit, Josephson Junction, rf-SQUID, Coppie di Cooper, Majorana particle, Quantum dots, Teleportation, Hadamard Gate, CNOT Gate. Controlled Gates, Flying photon, Quantum communication

Torino, 4 Settembre 2022

Contenuti:

Logistica e Notizie

La Logistica - Le notizie - IBM Quantum Experience - Il computer quantistico universale – Glossary - Feynman (1981) – Benioff and the computer as a physical system (1979) – Propagatori - L'era NISQ e la cifratura - Not the whole field

Qubit e porte quantistiche

Qubit - Sfera di Bloch - Algebra con uno o due qubit - Gli stati di Bell – Entanglement - Operatori controllati - Molti qubit - Diagrammi di circuiti quantistici (Azure Quantum) - Quantum Inspire - Lo stato Greenberger–Horne–Zeilinger - GHZ state example - DiVincenzo's criteria - Il teletrasporto - Entangling photons - Fibra ottica e satellite - Toffoli Gate - Porte di Hadamard in cascata - Generazione numero casuale - Wolfram Demonstrations Project - Computer a qubit – Qumode - Qumodes vs Qubits

I computer a qubit

I modelli di computazione quantistica – Qubit (array) e qubit (annealing) - Alla ricerca dei qubit - D-Wave - D-Wave Systems - D-Wave Two coupling - Il centro di Jülich in Germania - Acustica quantistica - Non è quantistico? - Teorema adiabatico - Calcolo con processo adiabatico – AQC – Modello adiabatico - Adiabatic Grover - Scale micro, meso e macro - Quantum annealing – Monte Carlo sampling e annealing - Modulare Rigetti – Diamonds - Un desktop quantistico – SpinQ - 1998, due qubit - Due o tre qubit - Qubit superconduttori e giunzioni Josephson - Design e fabbricazione

Uva spina e sicomoro

Azure Quantum - Majorana zero mode - La particella di Majorana esiste? - 2021, la crisi della riproducibilità - Knots and Fermions - Controllo criogenico (Microsoft) - Gooseberry - Horse Ridge (Intel) - Intel e QuTech – Produrre qubit in silicio - Quantum circuits e atom-based quantum dots - Simulazione catena poliacetilene - Spin qubit a quantum dot - Verso lo zero assoluto - Sycamore (Google's Artificial Intelligence division) – Sycamore e i cristalli temporali – Sycamore e la chimica - Architettura Sycamore - Transmon - Charge qubits - Google e IBM Supremazia quantistica - La trasformata ottica di Fourier

La luce boreale

Advantage using photons (Jiuzhang) - Zuchongzhi 2.1 - L'abaco di Borealis con i qumode - Qumodes in quantum photonics - Encoding a qubit in an oscillator – Gottesman-Knill-Preskill (GKP) embedding - Optical hybrid approaches to quantum information - Hi, friends – Quadrature - Quantum Machine Learning (PennyLane) - Borealis (su Wired) - Programmable Photonic Processor - Ancora su Borealis - Boson sampling – Cammino casuale quantistico - Quantum walks – L'oracolo - Come fare un test di supremazia - Vantaggio quantistico - Le compagnie che usano i fotoni

Nel frattempo

E l'IBM? - Roadmap - IBM Open Plan - Diversi linguaggi e Q# - Un codice Qiskit per uno stato di Bell - Algoritmo di Shor – Contromisure - La Honeywell e gli ioni - Le sfide per gli ingegneri - Che problemi può risolvere il computer quantistico? - I raggi cosmici - Nuovi paradigmi

Hamiltoniane

Simulazioni quantistiche (DQS) – Qualche Hamiltoniana - Molecular and Material Science – Variational Quantum Eigensolver –Da Hamiltoniana (sistema fisico) ad Hamiltoniana (sistema a qubit) - Pauli strings - Phase Estimation Algorithm (Trotterization) - Quantum Phase Estimation Algorithm - Spin qubit quantum computer (Loss–DiVincenzo quantum computer) – Unitary coupled cluster (UCC) e Qubit coupled cluster (QCC) - Hückel molecular orbitals sull'IBM-Kawasaki - Jordan-Wigner transformation - Molecular Quantum Dynamics Perspective - Ising Hamiltonian – Quantum effects in complex artificial systems - The prospects in computational molecular biology - Prime applicazioni commerciali? - Algoritmo di Grover - Algoritmi con Hamiltoniana di Ising - Graph partitioning and QUBO

Il futuro

Prepararsi al futuro - Corso al Politecnico di Torino - Per uno studente del Politecnico

La comunicazione

Quantum communication – Flying qubit – Quali matrici? - A quantum communication explainer

Ulteriori notizie

Qudit a trapped ions - Qudit-based quantum processor in silicon-photonics integrated circuits – Alibaba fluxonium

Riferimenti

Logistica e Notizie

La Logistica

Il termine “logistica” viene dal Greco λογιστική (sottinteso Τέχνη), che significa «arte del computare» nel suo significato letterale. Ma riferiamoci al verbo λογίζομαι; possiamo vedere che esso significa contare, calcolare, mettere in conto, ascrivere, riconoscere, computare, ponderare, considerare, comprendere, concludere ed anche inferire. Tale verbo è perfetto per quello che si vuole ora fare. Si vuole considerare - nel senso delle varie azioni descritte dal λογίζομαι – il computer quantistico e l'informatica relativa. Analizzare cosa sono oggi i computer quantistici e gli algoritmi quantistici: questa è logistica, come logistica è ovviamente quella pratica relativa alla gestione di un nuovo modello di computazione (hardware e software) e di nuove specifiche applicazioni. In effetti il calcolatore quantistico e l'informatica quantistica pare ci stiano portando, in generale, verso una nuova logistica del computare. Possiamo proprio vedere questo approccio nell'idea “Let the computer itself be built of quantum mechanical elements which obey quantum mechanical laws”, enunciata da Richard Feynman nel 1982 in relazione alle simulazioni di sistemi quantistici. Potrebbe essere parafrasata in un “usa un sistema simile per simularne un altro”.

“Quantum computing is a beautiful fusion of quantum physics and computer science, incorporating some of the most stunning ideas from twentieth-century physics into an entirely new way of thinking about computation.”

Dalla overview del libro
“Quantum Computing for Everyone” di Chris Bernhardt
<https://mitpress.mit.edu/books/quantum-computing-everyone>

“Think quantum”

<https://www.rigetti.com>

Quanto detto prima sul nuovo λογισμοι si condensa perfettamente nel “Pensa quantistico” della Rigetti.com. Oltre ad un interesse specificamente fisico sul tema, la necessità dell’analisi dei computer quantistici nasce da recenti enfatiche notizie (Giugno 2022) sul calcolo quantistico.

Le notizie

I titoli delle notizie riguardanti i computer quantistici sono spesso molto appealing.

“Debutta Borealis, il primo computer quantistico 'supremo'. Supera anche i più potenti supercomputer tradizionali”, 10 Giugno 2022, autore Leonardo De Cosmo [Notizia ANSA](#) (archiviata [Archive](#)). Dire che il titolo è molto “appealing” è dire poco.

“È per la prima volta *accessibile pubblicamente, in cloud, un computer quantistico 'supremo', capace di superare anche i più potenti supercomputer tradizionali. È Borealis, il computer fotonico programmabile* realizzato dall'azienda canadese Xanadu, ora disponibile a ricercatori e aziende attraverso Braket, la 'palestra quantistica' ideata da Amazon Web Services (AWS). Dopo esser diventato il primo computer quantistico programmabile utilizzando particelle di luce (fotoni) a superare qualsiasi altro supercomputer tradizionale, Borealis guadagna anche il primato di essere il primo ad andare sul cloud, nella ristrettissima cerchia di computer quantistici che hanno raggiunto il traguardo della supremazia quantistica” [ANSA].

Leggendo questa prima parte dell’articolo, sembra che si possa accedere a Borealis dal cloud, e programmarlo per un qualche calcolo specifico desiderato dall’utente, come se esso fosse un supercomputer già esistente. Anzi, più di un supercomputer, poiché l’articolo dice che il computer di Xanadu ha risolto in 36 microsecondi un calcolo che richiederebbe un tempo di 9.000 anni per essere svolto da un supercomputer non quantistico (come da [sito informazione.it](#) , archiviato [Archive](#)).

“Il risultato è stato raggiunto *in un caso molto specifico*, ma resta significativo nella lunga strada che porta verso un **computer quantistico universale** in grado di effettuare *calcoli impossibili da eseguire con i computer classici.*” [ANSA]

“Quello affrontato con i *nuovi chip* – dice l’articolo ANSA - è “un problema davvero difficile, noto come Gaussian Boson Sampling, che richiede tantissimo tempo per essere risolto dai computer tradizionali che non si basano sulla fisica quantistica”, ha aggiunto

Severini. ([Libertà](#))” (Simone Severini è direttore del Quantum computing di Amazon Web Services, AWS). Più avanti, vediamo che tipo di chip ha Borealis.

Anche la RAI ha annunciato il successo di Borealis. L’articolo dell’ANSA e la notizia RAI possono indurre un lettore o un telespettatore a supporre l’esistenza di computer quantistici comunque programmabili che, in alcune applicazioni molto difficili, sono estremamente più veloci dei computer che oggi usiamo (compresi i supercomputer), ma le cose non stanno così. Facciamo un passo indietro di qualche mese e leggiamo da Il Sole 24 Ore l’articolo “Dalla supremazia al vantaggio quantistico: il quantum computing va sul mercato” di Luca Tremolada, 23 gennaio 2022, link [Sole24Ore](#) (archiviato [Archive](#)). Anche questo titolo è appealing, ma si noti che quello che va sul mercato non è il computer ma il quantum computing.

Anche questo articolo contiene un’intervista a Simone Severini, già menzionato nell’articolo ANSA. Severini dice: «*Ma se mi chiedi quando il computer quantistico avrà un impatto commerciale ti dico subito che nessuno lo sa. L’unica certezza che abbiamo è che a differenza dei computer di oggi governati dalla fisica newtoniana quelle quantistiche saranno macchine capaci di risolvere problemi che mai ci siamo posti. ...* » [Sole24Ore]. E l’articolo aggiunge che in realtà è dagli anni ’80 che gli scienziati lavorano allo sviluppo del computer quantistico, “che ad oggi è la rivoluzione più lontana e annunciata di sempre. Due anni fa Google aveva affermato in uno studio di aver raggiunto la supremazia quantistica che è la capacità di un processore quantistico di risolvere un calcolo che un computer tradizionale compierebbe in anni o comunque in tempi irragionevoli. ... La corsa continua a colpi di pubblicazioni scientifiche *ma negli ultimi 24 mesi qualcosa è cambiato*. Molti ricercatori hanno spostato la loro attenzione su qualcosa di meno ambizioso della costruzione di una informatica alternativa al silicio. Le aziende si stanno dando da fare per essere le prime a trovare un’applicazione pratica per i computer quantistici ... «La nostra strategia – spiega Severini – va in due direzioni. La prima è di lungo periodo ed è quella di costruire computer quantistici che risolvano *problemi utili oltre la ricerca scientifica*. Il secondo approccio è quello di offrire in cloud la possibilità di sperimentare già oggi cosa si può fare e cosa no con gli algoritmi quantistici. *Puoi imparare a programmare e ad esplorare potenziali applicazioni*. Puoi progettare gli *algoritmi quantistici* partendo da zero o scegliendo da una serie di algoritmi predefiniti»” [Sole24Ore]

L’articolo spiega che [Amazon Braket](#) è un servizio di calcolo quantistico gestito e progettato per aiutare a velocizzare la ricerca scientifica e lo sviluppo di software per il calcolo quantistico. I simulatori di circuiti quantistici vengono eseguiti su computer binari. Con i simulatori si possono eseguire test su algoritmi quantistici “a un costo inferiore rispetto all’uso di hardware quantistici e senza dover attendere per accedere a macchine specifiche” [Sole24Ore].

Vediamo ancora come si conclude l’articolo de Il Sole 24 Ore, perché contiene in nuce la logica del quantum computing. “Volendo si potrebbe dire che si lavora al computer quantistico anche senza avere un computer quantistico. Che poi è un po’ come incominciare a costruire strade e semafori in attesa dell’auto”. Prima la logica informatica – l’arte del calcolo quantistico e relativi algoritmi - e poi il dispositivo. Si noti inoltre che il cloud, per un computer quantistico, sarà la scelta di default.

L'articolo del Sole 24 Ore parla, riguardo la computazione quantistica, della costruzione di una informatica alternativa al silicio. Questa affermazione richiede una precisazione. Esiste una linea di ricerca dove il calcolo quantistico si basa sui "quantum dots" che sono elementi al silicio. Inoltre, qualsiasi computer quantistico dovrà necessariamente includere una interfaccia con un computer classico. Se la strada vincente verso il computer quantistico universale sarà quella basata sul quantum dot, allora questa sarà la naturale evoluzione della ricerca sul silicio.

Simone Severini parla anche di *fisica newtoniana* che governa i computer che oggi usiamo comunemente. Le cose non stanno così: a governare i computer è la fisica dello stato solido, che è infarcita di meccanica quantistica. Ecco un link a [Treccani](#) (archiviato [Archive](#)) per una breve panoramica. Torniamo su questo punto nella sezione **Design e fabbricazione**. Possiamo dire ora che sono le simulazioni implementate sui computer classici a non essere intrinsecamente quantistiche. Nel computer quantistico invece, la simulazione è quantistica, esattamente come pensato da Feynman. È il computer stesso ad avere la logica quantistica per calcolare quantisticamente.

Tornando all'articolo dell'ANSA, articolo del Gennaio 2022, si potrebbe pensare che il successo di Borealis, Giugno 2022, abbia stravolto la strategia. No, la strategia resta la stessa. "Xanadu launches first public cloud-deployed computer with quantum computational advantage", News provided by Xanadu, Jun 01, 2022, 11:00 ET [sito prnewswire](#) (archiviato [Archive](#)).

"Borealis is accessible to anyone with an internet connection over Xanadu Cloud, and will also be available via Amazon Braket, the fully managed quantum computing service from AWS. "With Borealis on Amazon Braket, for the first time, any researcher or developer will be able to validate a claim of quantum advantage and evaluate how *photonic quantum computing* may eventually expand their choice of compute technologies, enabling them to innovate more quickly," said Richard Moulds, General Manager of Amazon Braket at AWS".

Link per il cloud: [Xanadu Cloud](#), alla pagina <https://www.xanadu.ai/products/borealis/>. Anche in questo caso, si passa dalla supremazia al vantaggio. La supremazia era la corsa ad avere il computer più veloce in assoluto; il vantaggio è avere un nuovo calcolo già definito che sproni lo sviluppo hardware. Come detto da Il Sole 24 Ore "Le aziende si stanno dando da fare per essere le prime a trovare un'applicazione pratica per i computer quantistici passando così di fatto dalla supremazia quantistica al vantaggio quantistico cioè alla progettazione di algoritmi da far svolgere ai computer quantistici del futuro".

Borealis, come computer quantistico programmabile in rete, nel senso comune che possiamo dare a queste parole (come i nostri personal computer o come supercomputer in cloud), non esiste. Vediamo allora di capire cosa sono i computer quantistici esistenti. Ma prima, diciamo qualche parola sul cloud dell'IBM.

IBM Quantum Experience

Si legge nell'articolo dell'ANSA che "Borealis guadagna anche il primato di essere il primo ad andare sul cloud, nella ristrettissima cerchia di computer quantistici che hanno raggiunto il traguardo della supremazia quantistica" [ANSA]. Lasciando da parte la

supremazia quantistica, parliamo delle disponibilità cloud di calcolo quantistico. Borealis è il primo computer fotonico¹, ad andare sul cloud, ma non il primo computer quantistico, poiché è stato il computer a qubit IBM.

Vediamo che cosa propone il cloud IBM.

Da https://en.wikipedia.org/wiki/IBM_Quantum_Experience

“The IBM Quantum Composer and the IBM Quantum Lab (previously known collectively as the IBM Quantum Experience) form an online platform allowing public and premium access to cloud-based quantum computing services provided by IBM Quantum. This includes access to a set of IBM's prototype quantum processors, a set of tutorials on quantum computation, and access to an interactive textbook. As of February 2021, there are over 20 devices on the service, six of which are freely available for the public. This service can be used to run algorithms and experiments, and explore tutorials and simulations around what might be possible with quantum computing.”

Pertanto, un cloud per calcolo quantistico c'era già a partire dal 2016. Era un cloud per qubit; quello di Xanadu è per qumode. Sono due logistiche differenti.

“IBM scientists have built a quantum processor that users can access through a first-of-a-kind quantum computing platform delivered via the IBM Cloud onto any desktop or mobile device. IBM believes quantum computing is the future of computing and has the potential to solve certain problems that are impossible to solve on today's supercomputers” (Maggio 2016, al [sito prnewswire](#)). Continua Wikipedia dicendo che “IBM's quantum processors are made up of superconducting transmon qubits, located in dilution refrigerators at the IBM Research headquarters at the Thomas J. Watson Research Center”. Gli utenti interagiscono con un processore quantistico QPU attraverso dei modelli di circuiti quantistici. Tali circuiti sono creati con Quantum Composer o il Jupyter notebook del Quantum Lab.

Nel 2016 il processore quantistico era a 5 qubits. Sempre da [prnewswire](#) si evince che questo processore costituiva “the leading approach **towards building a universal quantum computer**. A universal quantum computer can be programmed to perform any computing task and will be exponentially faster than classical computers for a number of important applications for science and business. A universal quantum computer does not exist today, but IBM envisions medium-sized quantum processors of 50-100 qubits to be possible in the next decade. With a quantum computer built of just 50 qubits, none of today's TOP500 supercomputers could successfully emulate it, reflecting the tremendous potential of this technology. The community of quantum computer scientists and theorists is working to harness this power, and applications in optimization and chemistry will likely be the first to demonstrate quantum speed-up”.

Si aggiunge anche che “Quantum computers are very different from today's computers, not only in what they look like and are made of, but more importantly in what they can do.” La strategia di IBM, nel dare accesso al suo sistema quantistico sperimentale, è quella di facilitare la comunità scientifica nell'accelerazione dell'innovazione verso nuove applicazioni della tecnologia del calcolo quantistico. Quindi IBM porta avanti, insieme all'aumento del numero di qubit, l'ampliamento delle applicazioni attraverso il “vantaggio” di cui si parla ne Il Sole 24 Ore. La strategia è quella di trovare applicazioni

1 In passato, i computer quantistici fotonici si dicevano computer ottici.

valide, tali da stimolare la richiesta di nuovi processori.

“Hope (and hype) and reality are not the same thing.” [Jack Krupansky, 2018]

Il computer quantistico universale

L'articolo dell'ANSA parla del “computer quantistico universale”. Ma questa terminologia, che cosa significa e quando è stata proposta per la prima volta?

Da “What Is a Universal Quantum Computer?” di Jack Krupansky. Sep 1, 2018

<https://jackkrupansky.medium.com/what-is-a-universal-quantum-computer-db183fd1f15a> (archiviato [Archive](#)).

“First the bad news: The term Universal Quantum Computer has been reduced to mere marketing hype. What was it supposed to mean before the marketing hypesters entered the scene? ... The essence of a universal quantum computer is that it combines the full power of a classical computer with the power of a quantum computer, and enables simulation of physics, including and especially quantum mechanics. Current and near-term quantum computers tackle only the quantum portion of the full vision, leaving out all of the conceptual power of a Turing machine. How to get there from where we are today is the subject of the rest of this [Krupansky's] paper”.

L'articolo prosegue con una ricerca sull'uso della terminologia.

“**Feynman** didn't appear to use this specific term, including in his **1982** paper, **Simulating Physics with Computers**, although he did make reference to universal computer and universal quantum simulator. His focus then was primarily on the capacity to simulate physics, notably quantum mechanics, and a focus on the quantum aspects of the simulation”. Si potrebbe arguire che Feynman intendesse un computer tale da eseguire calcoli sia classici che quantistici, “but he doesn't reach the point of a crisp definition for the term”.

“**Deutsch** does explicitly refer to the term in this **1985** paper, “Quantum theory, the **Church-Turing** principle and the **universal quantum computer**”, but like Feynman he doesn't offer a crisp definition for the term. ... Now that several vendors are actually able to make their quantum computers available online or remote execution of quantum programs, people are getting much more excited. Especially the marketing people. But excitement frequently does not align strictly with reason and technical correctness”.

La terminologia “computer universale” risalirebbe quindi all'articolo del 1982 di **Richard Feynman** ed il “computer quantistico universale” all'articolo di **David Deutsch** del 1985. Richard Feynman è Premio Nobel per la fisica (1965) per l'elaborazione dell'elettrodinamica quantistica basata su diagrammi che oggi sono conosciuti come diagrammi di Feynman. L'articolo del 1982 è intitolato “Simulating physics with computers.” David Deutsch è un fisico che lavora all'Università di Oxford, pioniere nello studio della computazione quantistica. È stato premiato con il premio Dirac nel 1998. Sua è la formulazione della macchina di Turing quantistica.

Glossary

Jack Krupansky è anche autore di un notevole glossario. Si veda “Quantum Computing Glossary — Introduction”, al link <https://jackkrupansky.medium.com/quantum-computing-glossary-introduction-2414aa510854> (archiviato [Archive](#)).

“A computer is generally considered to be a universal computational device; i.e., it is believed able to simulate any physical computational device with a increase in computation time of at most a polynomial factor. It is not clear whether this is still true when quantum mechanics is taken into consideration.”

Peter Shor, 1994

Feynman (1981)

Nell’articolo “Simulating Physics with Computers”, sottomesso alla rivista il 7 Maggio 1981, non vi è solo una serie di enunciati generali. C’è anche, e sarà chiaro più avanti, il punto di partenza relativo al passaggio dalla Hamiltoniana alle stringhe di Pauli, passaggio fondamentale per le simulazioni quantistiche. Dice Feynman: “Suppose that we try the following guess: that every finite quantum mechanical system can be described exactly, imitated exactly, by supposing that we have another system such that at each point in space-time this system has only two possible base states. Either that point is occupied, or unoccupied - those are the two states. The mathematics of the quantum mechanical operators associated with that point would be very simple.”

Gli operatori associati sono quelli di creazione e distruzione:

$$a = \text{annihilate} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\sigma_x - i\sigma_y) \quad ; \quad a^* = \text{create} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\sigma_x + i\sigma_y)$$

$$n = \text{number} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = a^* a = \frac{1}{2}(1 + i\sigma_z) \quad ; \quad 1 = \text{identity} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

“There would be an operator a which annihilates if the point is occupied - it changes it to unoccupied. There is a conjugate operator a^* which does the opposite: if it's unoccupied, it occupies it. There's another operator n called the number to ask, Is something there? The little matrices tell you what they do. If it's there, n gets a one and leaves it alone, if it's not there, nothing happens. That's mathematically equivalent to the product of the other two, as a matter of fact. And then there's the identity, which we always have to put in there to complete our mathematics - it doesn't do a damn thing!”.

Come si vede, abbiamo l’algebra di base, con gli operatori di creazione e distruzione a^*, a e le matrici di Pauli $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$.

Aggiunge Feynman: “The question is, if we wrote a Hamiltonian which involved only these operators, locally coupled to corresponding operators on the other space-time points, could we imitate every quantum mechanical system which is discrete and has a finite number of degrees of freedom? I know, almost certainly, that we could do that for any quantum mechanical system which involves Bose particles. I'm not sure whether

Fermi particles could be described by such a system. So I leave that open. Well, that's an example of what I meant by a general quantum mechanical simulator. I'm not sure that it's sufficient, because I'm not sure that it takes care of Fermi particles.”

Quando analizzeremo le simulazioni con fermioni, si vedrà che ci sono Hamiltoniane scritte in prima quantizzazione, riformulate in seconda quantizzazione, e poi, con la trasformazione di Jordan-Wigner, rese in stringhe di Pauli. Ci vuole però un approccio che tenga conto dell'antisimmetria dei fermioni.

Benioff and the computer as a physical system (1979)

Nell'Agosto del 1979 era stato pubblicato l'articolo “**The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines**”, di **Paul Benioff** (Journal of statistical physics, 22(5), 563-591, 1979).

Da [Wikipedia](#): “In the 1970s, Benioff began to research the theoretical feasibility of quantum computing. His early research culminated in a paper, [articolo di cui sopra] published in 1980, that described a quantum mechanical model of Turing Machines. This work was based on a classical description in 1973 of reversible Turing machines by physicist Charles H. Bennett. Benioff's model of a quantum computer was reversible and did not dissipate energy. At the time, there were several papers arguing that the creation of a reversible model of quantum computing was impossible. Benioff's paper was the first to show that reversible quantum computing was theoretically possible, which in turn showed the possibility of quantum computing in general. This work, along with later work by several other authors (including David Deutsch, Richard Feynman, and Peter Shor), initiated the field of quantum computing. In a paper published in 1982, Benioff further developed his original model of quantum mechanical Turing machines. This work put quantum computers on a solid theoretical foundation. Richard Feynman then produced a universal quantum simulator. [il riferimento dato in Wikipedia è all'articolo di Feynman discusso nella sezione precedente, e Feynman stesso non è sicuro che il modello schematizzato sia proprio universale] Building on the work of Benioff and Feynman, Deutsch proposed that quantum mechanics can be used to solve computational problems faster than classical computers, and in 1994, Shor described a factoring algorithm that is considered to have an exponential speedup over classical computers.”

Vediamo l'articolo di Benioff.

“In this paper a microscopic quantum mechanical model of computers as represented by Turing machines is constructed. It is shown that for each number N and Turing machine Q there exists a Hamiltonian H_N^Q and a class of appropriate initial states such that if $\psi_Q^N(0)$ is such an initial state, then $\psi_Q^N(t) = \exp(-iH_N^Q t) \psi_Q^N(0)$ correctly describes at times t_3, t_6, \dots, t_{3N} model states that correspond to the completion of the first, second, \dots , N -th computation step of Q . The model parameters can be adjusted so that for an arbitrary time interval Δ around t_3, t_6, \dots, t_{3N} , the "machine" part of $\psi_Q^N(t)$ is stationary.”

Nell'articolo troviamo la definizione di Macchina di Turing.

“A Turing machine consists of a machine and an infinite tape divided into cells. Each cell of the tape may be blank or it may contain one of a finite number of symbols. The finite symbol string present on the tape at any time is called the tape expression. The machine scans one tape cell at a time and can either change the tape symbol or print one if the cell is blank, or shift one cell to the right, or one cell to the left, or do nothing. The machine can assume any one of a finite number of states called "internal states." An elementary Turing machine operation consists of the machine in an internal state carrying out one of the above operations on the tape cell it is scanning and then going to some other internal state.”

Dopo varia discussione, viene illustrato un modello quantistico per la macchina di Turing. “The tape is represented here by a **lattice of quantum spin systems** of finite length. The tape alphabet, which is the set of possible symbols, blank included, that can appear in any cell, is assumed to be in one-one correspondence with the set of possible spin projections that each of the spin systems is capable of assuming. Thus an expression (as a symbol string) of length n corresponds to a length- n lattice system in a product state in which the j -th system is in a spin projection eigenstate which corresponds to the j -th symbol of the expression.” Nell'abstract dell'articolo c'è un fattore 3 per i tempi: “for ease and clarity of exposition, three record tapes, as three quantum spin lattices, will be added. The reason is that it is necessary to record, for each calculation step. the machine internal state, the symbol in the cell being scanned, and the position of the computation head.”

Sia nel testo che nell'appendice dell'articolo di Benioff troviamo la Hamiltoniana del sistema in prima quantizzazione, gli operatori unitari ed i relativi propagatori, che sono proprio elementi base del calcolo quantistico. Non troviamo la seconda quantizzazione che è l'ulteriore elemento del calcolo, a cui invece accenna Feynman successivamente.

Propagatori

Più avanti, quando si discuterà delle simulazioni su computer quantistici, vedremo come si passa dal propagatore, relativo all'equazione di Schrödinger, al circuito quantistico (se si utilizza un computer a qubit con array di porte quantistiche). Il propagatore contiene la Hamiltoniana del sistema da simulare, che, dalla prima quantizzazione, viene trasformata con la seconda quantizzazione in una serie contenente operatori di creazione e distruzione. Questo non basta: l'Hamiltoniana del sistema deve essere trasformata nell'Hamiltoniana del sistema a qubit (sistema quantistico artificiale), costruita tramite le stringhe di matrici di Pauli.

$$\begin{array}{ll} \text{Quantum system} & |\phi(0)\rangle \xrightarrow{U} |\phi(t)\rangle \\ \text{Quantum simulation} & |\psi(0)\rangle \xrightarrow{U'} |\psi(t)\rangle \end{array}$$

Si ha quindi il sistema fisico da simulare che, dallo stato iniziale $|\phi(0)\rangle$, attraverso

l'operatore U (propagatore) diventa lo stato $|\phi(t)\rangle$. Questo vale per il sistema; il simulatore ha un'altra funzione d'onda ed un altro propagatore. Dallo stato iniziale $|\psi(0)\rangle$, tramite U' , si passa allo stato $|\psi(t)\rangle$. Per questo motivo, si deve tradurre l'Hamiltoniana del sistema, in seconda quantizzazione, in una Hamiltoniana che possa essere intesa dall'insieme di qubit che costituiscono il simulatore. L'Hamiltoniana del simulatore contiene le matrici di Pauli. Il propagatore risultante viene quindi descritto, nel caso di un simulatore a porte quantistiche, da un circuito dove le matrici di Pauli sono gli elementi rappresentativi delle quantum gates.

Per il sistema, abbiamo l'equazione di Schrödinger, con l'operatore \hat{H} relativo all'Hamiltoniana:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\phi(t)\rangle = \hat{H} |\phi(t)\rangle ,$$

la soluzione è:

$$|\phi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}(t-t_0)/\hbar} |\phi(t_0)\rangle = U |\phi(t_0)\rangle$$

dove $|\phi(t_0)\rangle$ è lo stato iniziale al tempo t_0 . Per il simulatore, si ha:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H}' |\psi(t)\rangle$$

con un operatore \hat{H}' , e soluzione:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}'(t-t_0)/\hbar} |\psi(t_0)\rangle = U' |\psi(t_0)\rangle .$$

L'era NISQ e la cifratura

Torniamo agli attuali computer quantistici.

Da “Per computer quantistici serve tempo, ancora troppi errori”, link [ANSA](#), 17 Giugno 2022. Il fisico Pasquale Calabrese, SISSA, Trieste, dice che i primi computer quantistici NISQ (Noisy intermediate-scale quantum) già esistono e che “li stanno sviluppando alcuni dei principali player dell'industria ICT a livello mondiale, ma si tratta di computer con un centinaio di qubit ancora troppo rumorosi, cioè fanno ancora 'troppi errori' per potersi fidare del risultato”. Calabrese aggiunge che l'era dei computer NISQ finirà “quando avremo un oggetto con circa 10mila qubit e con una sufficiente correzione automatica degli errori”. Secondo un punto di vista ottimistico, bastano una decina di anni per avere tali computer, ma Calabrese tende a spostare in avanti l'orizzonte temporale. Decisamente in avanti.

“In the noisy intermediate-scale quantum (NISQ) era the leading quantum processors contain about 50 to a few hundred qubits, but are not advanced enough to reach fault-tolerance nor large enough to profit sustainably from quantum supremacy. The term [NISQ] was coined by **John Preskill** in 2018. [Preskill is an American theoretical physicist and the Richard P. Feynman Professor of Theoretical Physics at the California

Institute of Technology, where he is also the Director of the Institute for Quantum Information and Matter]. It is used to describe the current state of the art in the fabrication of quantum processors. The term 'noisy' refers to the fact that quantum processors are very sensitive to the environment and may lose their quantum state due to quantum decoherence. In the NISQ era, the quantum processors are not sophisticated enough to continuously implement quantum error correction. The term 'intermediate-scale' refers to the quantum volume related to the not-so-large number of qubits and moderate gate fidelity”.

https://en.wikipedia.org/wiki/Noisy_intermediate-scale_quantum_era

“The creation of a computer with tens of thousands of qubits and enough error correction would eventually end the NISQ era. These beyond NISQ devices would be able, for example, to implement Shor's algorithm, for very large numbers and break RSA encryption.” Con RSA (Rivest–Shamir–Adleman) si intende un sistema di crittografia a chiave pubblica, largamente usato. RSA si basa su due numeri primi grandi e casuali P e Q . P e Q vengono moltiplicati per ottenere un numero M , che entra a far parte della chiave pubblica. Se si conoscono P e Q si possono decifrare i messaggi. RSA funziona se è impossibile fattorizzare M in P e Q in tempi ragionevoli. Se si ha un algoritmo di fattorizzazione veloce, allora RSA diventa inutile per la cifratura. Peter Shor (1994) ha trovato un algoritmo, in parte classico ed in parte quantistico, di tal genere.

L'era NISQ finirà la prima volta che si romperà la cifratura RSA.

Not the whole field

I computer NISQ sono computer a qubit, di cui si dettaglierà tra breve. Si è però iniziata la discussione da un articolo che parla di un computer (Borealis) che ha una base fisica diversa da quella che ha, ad esempio, un computer quantistico IBM. Sono così diversi i computer, che Borealis opera a temperatura ambiente, mentre l'IBM richiede bassissime temperature. Borealis lavora con la luce, mentre IBM usa la superconduttività. Borealis non ha i “qubit” che ha un computer IBM, che sono “superconducting charge qubit”. Borealis ha un chip ibrido, contenente sia stati di luce GKP che stati squeezed, come vediamo più avanti. Quindi, “the NISQ concept does not capture the whole field”, come dice Olivier Pfister, nel suo “Continuous-variable quantum computing in the quantum optical frequency comb”, 2020.

Pfister spiega che “Another line of experimental research has placed scalability at the forefront, relying on the remarkable ability of optical parametric oscillators (OPOs) to produce very large numbers of entangled quantum fields. Experimental results confirmed this with thousands and a million of entangled quantum modes—a.k.a. qumodes — respectively in the frequency and temporal domains” [si vedano i riferimenti dati da Pfister].

La differenza tra sistemi NISQ e OPO risiede nel fatto che questi ultimi usano il continuous-variable quantum computing (CVQC), proposto alla fine del secolo scorso. Esistono quindi le due grandi famiglie di calcolatori quantistici: quelli a qubit e quelli a qumode. La logistica del quantum computing ha pertanto due facce, quella basata sui qubit e quella basata sui qumode. Si noti che Pfister sottolinea il fatto che gli OPOs

producono un gran numero di stati "entangled" e gli stati entangled sono fondamentali per far funzionare il computer quantisticamente. Si tornerà più avanti su Borealis e gli stati di luce che usa per il calcolo.

Qubit e porte quantistiche

Qubit

Passiamo ora a presentare alcune nozioni di base.

Con "bit" si definisce l'unità di base dell'informazione in informatica e nelle comunicazioni digitali. Il nome è fusione dei termini "binary" (binario) e "digit" (cifra). In informatica è una cifra del sistema numerico binario, 0 e 1. Nella teoria dell'informazione è la quantità minima di informazione che serve a discernere tra due eventi equiprobabili. Per definire il qubit è indispensabile introdurre il concetto di quanto di informazione. Come il bit è il quanto di informazione della computazione classica, così la computazione quantistica si basa su un concetto analogo: il quantum bit (qubit). Come il bit, il qubit è un oggetto matematico con date proprietà. Il vantaggio nel trattare i qubit come entità astratte porta alla possibilità di costruire una teoria della computazione quantistica che non dipende dagli specifici sistemi utilizzati per la sua realizzazione.

Il qubit è rappresentato da un vettore unitario in uno spazio di Hilbert. Come il bit classico ammette due stati, cioè lo stato 0 e lo stato 1, altrettanto accade al qubit. Per analogia con il caso classico chiameremo questi due stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Per il principio di sovrapposizione, esiste la combinazione linearmente dei due stati: $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Detto in altri termini, lo stato di un qubit è un vettore unitario dello spazio di Hilbert di dimensione 2 in cui $|0\rangle$ e $|1\rangle$ sono la base ortonormale detta "base computazionale". Nel caso classico è sempre possibile esaminare un bit per determinare se esso sia nello stato 0 o 1. Nel caso quantistico non è possibile esaminare con una singola misura lo stato del qubit, e determinarne i coefficienti α e β . Quando misuriamo il qubit, nella base computazionale scelta, l'esito della misurazione dello stato di un qubit può essere soltanto $|0\rangle$ o $|1\rangle$. La misurazione del qubit ne cambia lo stato, riducendo la sovrapposizione in uno dei due specifici stati rappresentati dai vettori della base computazionale. Se si prepara N volte il qubit nello stato $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ e si esegue N volte la misura, si ottiene una statistica dei coefficienti α, β .

Sfera di Bloch

Da <https://en.wikipedia.org/wiki/Qubit>. A pure qubit state is a **coherent** superposition of the basis states. This means that a single qubit can be described by a linear combination of $|0\rangle$ and $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

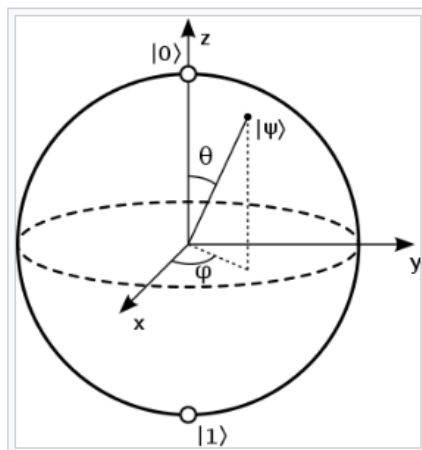
where α and β are the probability amplitudes, that are both complex numbers. When we measure this qubit in the standard basis, according to the Born rule, the probability of outcome $|0\rangle$ with value "0" is $|\alpha|^2$ and the probability of outcome $|1\rangle$ with value "1" is $|\beta|^2$. Because the absolute squares of the amplitudes equate to probabilities, it follows that:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

The probability amplitudes encode more than just the probabilities of the outcomes of a measurement; the relative phase between α and β is for example responsible for quantum interference.

The possible quantum states for a single qubit can be visualised using a Bloch sphere (see picture). Represented on such a 2-sphere, a classical bit could only be at the "North Pole" or the "South Pole", in the locations where $|0\rangle$ and $|1\rangle$ are respectively. This particular choice of the polar axis is arbitrary, however. The rest of the surface of the Bloch sphere is inaccessible to a classical bit, but a pure qubit state can be represented by any point on the surface. For example, the pure qubit state $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ would lie on the equator of the sphere at the positive x-axis.

The surface of the Bloch sphere is a two-dimensional space, which represents the observable state space of the pure qubit states. This state space has two local degrees of freedom, which can be represented by the two angles.



Bloch sphere representation of a qubit. The probability amplitudes for the superposition state, $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, are given by $\alpha = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ and $\beta = e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

Schema cortesia Smite-Meister - Own work. Per Wikipedia.

Algebra con uno o due qubit

Siamo passati dal bit con due valori 0 ed 1 ad uno spazio di Hilbert. Questo genera un nuovo modo di computare. Per le prime basi, si rimanda al corso di Quantum Computing, 2006-07, tenuto da Anuj Dawar, dell'Università di Cambridge.

<https://www.cl.cam.ac.uk/teaching/2006/QuantComp/> oppure [Archive](#) .

Questo testo è ottimo per comprendere gli argomenti del calcolo quantistico e procedere poi con uno studio più dettagliato. Sia lo stato $|i\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Si può agire su di esso con matrici:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ed ottenere, ad esempio, $X|i\rangle = X(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = \beta|0\rangle + \alpha|1\rangle = |f\rangle$ e così via.

Le matrici X , Y e Z sono le matrici di Pauli, altrimenti indicate come $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$.

In fisica quantistica, tali matrici compaiono nell'equazione di Schrödinger–Pauli per particelle a spin- $\frac{1}{2}$. L'equazione considera l'interazione della particella con un campo elettromagnetico, ed è il limite non relativistico dell'equazione di Dirac.

In informatica quantistica, tali matrici diventano porte logiche quantistiche. Si noti che sono operatori a singolo qubit. L'operatore X è detto porta *NOT*.

Vi è poi l'operatore di Hadamard: $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

L'operatore H è anche noto come \sqrt{NOT} .

L'operatore di phase shift è dato da: $R_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{2\pi i \theta} \end{bmatrix}$, con phase shift θ .

Si hanno poi le rotazioni:

$$R_x(\theta) = \exp(-iX\theta/2) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -i\sin(\theta/2) \\ -i\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \exp(-iY\theta/2) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \exp(-iZ\theta/2) = \begin{bmatrix} \exp(-i\theta/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\theta/2) \end{bmatrix}$$

Passiamo a due qubit.

Da <https://docs.microsoft.com/it-it/azure/quantum/concepts-multiple-qubits>

La base computazionale per gli stati a due qubit è formata dai prodotti tensoriali di stati a un qubit. Ad esempio, si ha:

$$\begin{aligned}
00 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & 01 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
10 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, & 11 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Oppure si può usare la notazione ket, ad esempio:

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da “Quantum Computing”, Appunti delle lezioni di Alessandra Di Piero

<http://groups.di.unipi.it/~dipiero/Didattica/QC05/LezioniQC-05.pdf>

“Consideriamo il caso di due qubits. In analogia con il singolo qubit, possiamo costruire la base computazionale dello spazio degli stati come formata dai vettori”:

$$|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$$

ovvero $|x, y\rangle$, che è un’abbreviazione di $|x\rangle \otimes |y\rangle$, prodotto tensore di $|x\rangle$ e $|y\rangle$. In notazione algebrica questi vettori sono stati dati sopra.

“Un registro quantistico a due qubits” è una sovrapposizione della forma:

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle,$$

con la condizione di normalizzazione ad 1 della somma dei quadrati dei coefficienti.

Analogamente al caso di un solo qubit, il risultato di una misurazione sarà uno dei stati con probabilità data dal quadrato del relativo coefficiente. “Per un sistema di n qubits possiamo anche misurare solo un sottoinsieme degli n qubits. Per esempio, nel caso di un registro a due qubit possiamo misurare il primo qubit”. Il risultato 0 si ottiene con probabilità $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2$ (mentre 1 con probabilità $|\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2$). Dopo la misurazione lo stato collassa in:

$$\frac{\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}}$$

Lo stato viene rinormalizzato ad 1.

Usando notazione ket, si prenda lo stato:

$$|i\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle ;$$

si può applicare a due qubit la matrice CNOT seguente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Quindi:

$$CNOT|i\rangle = CNOT(\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle) = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \delta|10\rangle + \gamma|11\rangle$$

CNOT significa controlled-NOT (https://it.wikipedia.org/wiki/Porta_NOT_controllata).

La porta SWAP è data dalla matrice:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Per quanto riguarda gli operatori, rappresentati con matrici, si veda sempre “Quantum Computing”, Appunti delle lezioni di Alessandra Di Pierro

<http://groups.di.unipi.it/~dipierro/Didattica/QC05/LezioniQC-05.pdf>

Se abbiamo due qubit e vogliamo operare solo su uno, ricordiamo da tale testo la proprietà:

$$(M \otimes N)(v \otimes w) = (Mv) \otimes (Nw) ,$$

dove M, N sono operatori e v, w vettori.

Sia $M=I$ operatore identità:

$$(I \otimes N)(v \otimes w) = (Iv) \otimes (Nw) = v \otimes (Nw)$$

Sia $N=I$ operatore identità:

$$(M \otimes I)(v \otimes w) = (Mv) \otimes (Iw) = (Mv) \otimes w .$$

Gli stati di Bell

Gli stati Bell sono quattro stati quantistici a due qubit con la massima correlazione.

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad ; \quad |\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad ; \quad |\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$$

Per creare gli stati correlati di Bell attraverso circuiti quantistici, il modo più semplice è quello di usare un operatore Hadamard ed uno CNOT.

Siano due qubit $|00\rangle$.

Si applichi H al primo qubit. Si ottiene: $\frac{(|0\rangle + |1\rangle)|0\rangle}{\sqrt{2}}$ e successivamente $CNOT$ ottenendo $\frac{(|00\rangle + |11\rangle)}{\sqrt{2}}$, che è lo stato $|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ dato sopra.

Pure states

https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_entanglement#Pure_states

“Consider two arbitrary quantum systems A and B , with respective Hilbert spaces H_A and H_B . The Hilbert space of the composite system is the tensor product $H_A \otimes H_B$. Se abbiamo gli stati $|\psi_A\rangle$ e $|\psi_B\rangle$, allora lo stato del sistema è:

$$|\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle .$$

“States of the composite system that can be represented in this form are called separable states, or product states. Not all states are separable states (and thus product states).”

Lo stato in generale è dato da:

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum_{i,j} |i\rangle_A \otimes |j\rangle_B .$$

Ci sono stati separabili e stati inseparabili, che vengono detti entangled. Si veda maggiori dettagli in Wikipedia, compresa entropia.

Entanglement

Da “Quantum Computing”, Appunti delle lezioni di Alessandra Di Pierro

<http://groups.di.unipi.it/~dipierro/Didattica/QC05/LezioniQC-05.pdf>

Esempio 3.9 (Entanglement) *Lo stato $|00\rangle + |11\rangle$ non può essere fattorizzato nel prodotto tensore di due qubits indipendenti, cioè non esistono a_1, a_2, b_1, b_2 tali che*

$$|00\rangle + |11\rangle = (a_1 |0\rangle + b_1 |1\rangle) \otimes (a_2 |0\rangle + b_2 |1\rangle).$$

Esercizio 3.10 *Dimostrare l'affermazione dell'Esempio 3.9.*

Operatori controllati

Sia U l'operatore unitario: $U = \begin{bmatrix} x_{00} & x_{01} \\ x_{10} & x_{11} \end{bmatrix}$. La "controlled-U gate" è una porta che opera su due qubit in modo che uno dei qubit serve come controllo:

$$CU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{00} & x_{01} \\ 0 & 0 & x_{10} & x_{11} \end{bmatrix}$$

L'operatore uncontrolled è $I \otimes U$:

$$\begin{bmatrix} x_{00} & x_{01} & 0 & 0 \\ x_{10} & x_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{00} & x_{01} \\ 0 & 0 & x_{10} & x_{11} \end{bmatrix}$$

Molti qubit

Lo spazio degli stati di un sistema quanto-meccanico composto è il prodotto tensoriale degli spazi degli stati dei sistemi componenti. Lo abbiamo già visto per due qubit.

Da <https://docs.microsoft.com/en-us/azure/quantum/concepts-multiple-qubits> (archiviato [Archive](#)).

Many-qubit systems: We follow exactly the same patterns explored in the two-qubit case to build many-qubit quantum states from smaller systems. Such states are built by forming tensor products of smaller states. For example, consider encoding the bit string 1011001 in a quantum computer. We can encode this as

$$1011001 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Quantum gates work in exactly the same way [come nel caso di uno o due qubit]. For example, if we wish to apply the X gate to the first qubit and then perform a CNOT between the second and third qubits" possiamo esprimere la trasformazione come:

$$(X \otimes CNOT_{23} \otimes I \otimes I \otimes I \otimes I) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \equiv 0011001$$

X agisce sul primo vettore, $CNOT_{23}$ sul secondo e sul terzo.

Diagrammi di circuiti quantistici (Azure Quantum)


Ecco un link prezioso <https://docs.microsoft.com/it-it/azure/quantum/concepts-circuits>
Ci permette di capire come sono le convenzioni dei circuiti quantistici.

“Dopo averne compreso le convenzioni visive, alcuni algoritmi quantistici sono più facili da comprendere in un diagramma del circuito rispetto alla rappresentazione di matrice scritta equivalente. Con Azure Quantum, è possibile usare il pacchetto Python `azure-quantum` per inviare circuiti quantistici con Qiskit, Cirq e anche circuiti formattati specifici del provider.” Dato che si ha a che fare con una logica quantistica, usare un diagramma aiuta a trasferire concetti relativi ai circuiti tradizionali nel nuovo ambito quantistico.

Ecco dal sito Azure alcune informazioni.

Nel diagramma di un circuito, ogni linea continua rappresenta un “registro” di qubit. La linea superiore indica il registro qubit 0 e le restanti vengono etichettate in sequenza. Le operazioni sono rappresentate da “porte quantistiche”, dette in tale maniera per analogia con le porte logiche classiche. Le porte agiscono su uno o più registri di qubit e vengono rappresentate nei diagramma da lettere nei riquadri.

Ad esempio, il simbolo

 è un'operazione Hadamard che agisce su un registro a qubit singolo.

Sempre dal sito Azure: “In un circuito quantistico il tempo scorre da sinistra a destra. Le porte quantistiche vengono ordinate cronologicamente, quindi la porta più a sinistra è quella applicata per prima ai qubit. In altre parole, se si immaginano le linee che tengono insieme lo stato quantistico, le linee portano lo stato quantistico attraverso ognuna delle porte nel diagramma da sinistra a destra.” E via discorrendo su Azure.

Quantum Inspire

Altro sito utilissimo è Quantum Inspire, <https://www.quantum-inspire.com>

“Quantum Inspire (QI) is a quantum computing platform designed and built by QuTech. The goal of Quantum Inspire is to provide users access to various technologies to perform quantum computations and insights in principles of quantum computing and access to the community. Quantum Inspire (QI) is initiated by QuTech the advanced research center for quantum computing and quantum internet founded by TU Delft and TNO.” [archive](#)

Vediamo la porta Hadamard al link <https://www.quantum-inspire.com/kbase/hadamard/>

The Hadamard gate is a single-qubit operation that maps the basis state $|0\rangle$ to $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ and $|1\rangle$ to $\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}$, thus creating an equal superposition of the two basis states.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

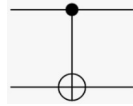
Si noti che $H^2|\psi\rangle = HH|\psi\rangle = I|\psi\rangle = |\psi\rangle$.

Examples:

```

1 H q[0] # execute Hadamard gate on qubit 0
2 H q[1:2,5] # execute Hadamard gate on qubits 1,2 and 5
    
```

Il simbolo per CNOT è



La CNOT gate è rappresentata da una linea verticale tra il qubit di controllo (•) ed il qubit target (⊕).

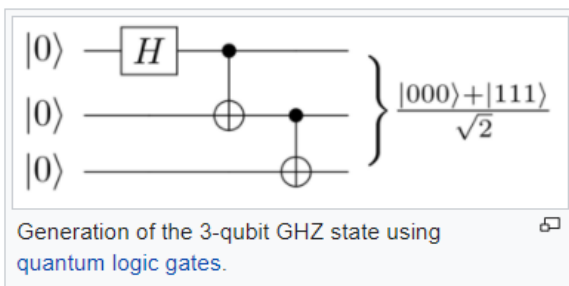
In <https://www.quantum-inspire.com/kbase/cnot/> si trova come comandare l'intreccio (entanglement) di due qubit.

```

1 version 1.0
2 qubits 2
3 H q[0] # execute Hadamard gate on qubit 0 to create a superposition
4 CNOT q[0], q[1] # entangle both qubits using CNOT gate
    
```

Lo stato Greenberger–Horne–Zeilinger

Questo è un “entangled quantum state that involves at least three subsystems (particle states, or qubits). It was first studied by Daniel Greenberger, Michael Horne and Anton Zeilinger in 1989”. Da https://en.wikipedia.org/wiki/Greenberger–Horne–Zeilinger_state.

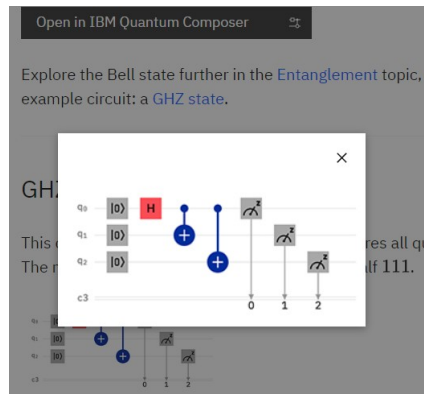


Per tre qubits: $|GZH\rangle = \frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}}$,

Immagine cortesia Omnisiahs hierophant - LaTeX qcircuit script

GHZ state example

Da <https://quantum-computing.ibm.com/composer/docs/iqx/example-circuits#ghz-state-example> . This circuit creates a GHZ state and then measures all qubits in the standard basis. The measured results should be half 000 and half 111.



Il sito dice **“The measured results should be half 000 and half 111”**. “Risultati” e non “risultato”. Prima delle misure dei registri (l’operatore misura è il quadratino grigio con scala ed indicatore), il sistema è nello stato:

$$|GZH\rangle = \frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}} .$$

Quando si effettua la misura, il sistema collassa nello stato 000 o nello stato 111. Non si può fare solo una misura. Non si può fare poche misure; sono necessarie almeno un centinaio di prove. Ed allora, è necessario che lo stato iniziale dei tre qubit sia sempre, ragionevolmente, lo stesso e che lo stato del qubit viva abbastanza a lungo per poterci applicare le operazioni date in figura.

Siamo pronti per i criteri di DiVincenzo.

DiVincenzo’s criteria

I “DiVincenzo’s criteria” sono condizioni per costruire un computer quantistico, proposte nel 2000 dal fisico teorico David P. DiVincenzo, in "The Physical Implementation of Quantum Computation". Fortschritte der Physik. 48 (9–11): 771–783. arXiv:quant-ph/0002077. I criteri sono sette, ma ora si considerano solo i cinque relativi alla computazione quantistica. Gli altri due riguardano la comunicazione quantistica.

Prendiamoli come formulati proprio da DiVincenzo nel suo lavoro del 2000.

- 1) A scalable physical system with well-characterized qubit
- 2) The ability to initialize the state of the qubits to a simple fiducial state, such as

$|000\dots\rangle$

- 3) Long relevant decoherence times, much longer than the gate operation time
- 4) A "universal" set of quantum gates
- 5) A qubit-specific measurement capability

Il primo punto dice che si devono avere qubit, creati con un sistema fisico, ben definibili tramite caratterizzazioni fisiche, e che il loro numero sia scalabile, nel senso che tramite essi sia possibile creare dei sistemi con capacità di calcolo sempre maggiore. Il secondo punto, come il terzo, è importante. Dato che dobbiamo ripetere molte volte il calcolo (vedi esempio precedente), lo stato iniziale viene preparato molte volte. Lo stato iniziale, ad esempio $|000\dots\rangle$ deve essere sempre lo stesso, entro un certo livello di fiducia. Il terzo punto dice che lo stato deve vivere abbastanza a lungo per poter applicare su di esso una operazione. Con un set di operatori, le quantum gates, si agisce sullo stato iniziale per ottenere lo stato finale. L'ultimo passo, riguarda la misura. Il risultato finale è un insieme di bit e quindi serve un mezzo – la misura - che trasformi l'informazione quantistica in binaria.

Nel punto 4), c'è l'aggettivo “universale”. Ricordiamo quindi quanto detto inizialmente sulla simulazione di un sistema fisico. La Hamiltoniana del sistema fisico deve essere tradotta in un'altra Hamiltoniana, adeguata al sistema dei qubit usati.

“In all the physical implementations discussed in this volume, - dice DiVincenzo - only particular sorts of Hamiltonians can be turned on and off; in most cases, for example, only two-body (two-qubit) interactions are considered. This immediately poses a problem for a quantum computation specified with three-qubit unitary transformations; fortunately, of course, these can always be re-expressed in terms of sequences of one- and two-body interactions, and the two-body interactions can be of just one type, the “quantum XOR” or “cNOT”. There are some implementations in which multi-qubit gates can be implemented directly” [DiVincenzo].

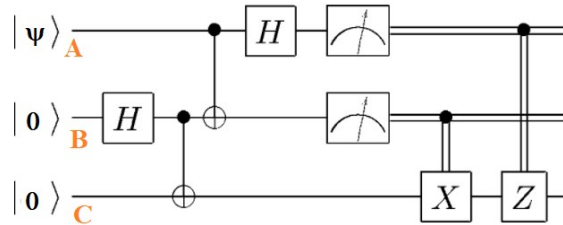
Ancora un estratto. “In many cases it is impossible to turn on the desired interaction between a pair of qubits; for instance, in the ion-trap scheme, no direct interaction is available between the ion-level qubits. In this and in other cases, a special quantum subsystem (sometimes referred to as a “bus qubit”) is used which can interact with each of the qubits in turn and mediate the desired interaction: for the ion trap, this is envisioned to be the vibrational state of the ion chain in the trap; in other cases it is a cavity photon whose wavefunction overlaps all the qubits. Unfortunately, this auxiliary quantum system introduces new channels for the environment to couple to the system and cause decoherence, and indeed the decoherence occurring during gate operation is of concern in the iontrap and cavity-quantum electrodynamics schemes.”

Si può sempre tradurre una Hamiltoniana in un insieme di operazioni con porte quantistiche, in modo che il calcolo sia sostenibile? Questa è la domanda relativa all'universalità.

Il teletrasporto

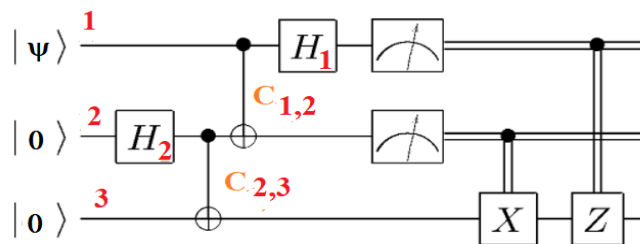
Tornando ai circuiti quantistici, vediamo l'esempio del circuito del teletrasporto. Consideriamolo come dato in <https://docs.microsoft.com/it-it/azure/quantum/concepts->

[circuits](#)



Da Baur, M., et al. (2012). “Benchmarking a quantum teleportation protocol in superconducting circuits using tomography and an entanglement witness”. Physical Review Letters, 108(4), 040502. “In the standard protocol, teleportation is performed using non-local quantum correlations combined with classical communication. In this scheme, the sender is in possession of qubit A in an arbitrary state $|\psi_A\rangle$. In the first step (I), a maximally entangled pair is generated, e.g. using a Hadamard (H) gate followed by a controlled-not (CNOT) gate, and shared between the sender (qubit B) and the receiver (qubit C). In the second step (II) the sender applies a CNOT gate on his two qubits followed by a H gate on qubit A generating an entangled three-qubit state $|\tilde{\Phi}\rangle$. In step III, the sender performs a measurement on his two qubits, which combined with step II is equivalent to a measurement performed in the Bell basis. He then sends the digital results to the receiver over a classical communication channel. Depending on these results, the receiver applies one of four unitary operations to his qubit to transform the state $|\psi_C\rangle$ of qubit C into the state $|\psi_A\rangle$ completing the teleportation.”

Vediamo ora il circuito dato al sito Microsoft e la sua versione con indicati gli operatori in base alla numerazione delle linee:



In [stackexchange](#) (archiviato [Archive](#)) il circuito del teletrasporto è affrontato per via di una questione posta da un utente che si chiede quale è la matrice corrispondente al circuito. “Since the quantum teleportation circuit has three qubits, the matrix at each step is 8x8 and thus has 64 elements; this is pretty clunky to type out in its entirety”, è

quindi meglio operare passo passo, e se si vuole, calcolare anche la matrice corrispondente.

Vediamo allora come procedere. Il sito mostra una serie di operazioni, di cui la prima è l'applicazione di H sul qubit 2. Seguendo lo schema dato sopra:

$$I \otimes H_2 \otimes I \left(\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \left(H_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Poi si agisce sui qubit 2 e 3 con CNOT:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} I \otimes C_{2,3} \left(\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes C_{2,3} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

Si agisce su 1 e 2 con CNOT: $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \\ \beta \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, e si sviluppa:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Si agisce con H su 1:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ + \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

e poi si sviluppa:

$$\frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si arriva al vettore finale che rappresenta lo stato del sistema di tre qubit:

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \beta \\ \alpha \\ \alpha \\ -\beta \\ -\beta \\ \alpha \end{bmatrix} = |\psi\rangle$$

E questo è quanto troviamo in [stackexchange](#) . Scriviamo il risultato in notazione ket:

$$|\psi\rangle = (\alpha/2) |000\rangle + (\alpha/2) |100\rangle + (\alpha/2) |011\rangle + (\alpha/2) |111\rangle + (\beta/2) |010\rangle \\ - (\beta/2) |110\rangle + (\beta/2) |001\rangle - (\beta/2) |101\rangle$$

Possiamo adesso immaginare che i qubit “1” e “2” siano in possesso di Alice e che il qubit “3” sia in possesso di Bob, e riscrivere $|\psi\rangle$ come:

$$|\psi\rangle = 1/2 (|00\rangle(\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle+\beta|0\rangle) + |10\rangle(\alpha|0\rangle-\beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle-\beta|0\rangle))$$

Alice misura i suoi due qubit e manda l’informazione a Bob per via classica. Bob è in possesso comunque del suo qubit. Alice misura i due qubit ottenendo degli stati $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle$.

In base alla misura, lo stato del qubit di Bob è proiettato in :

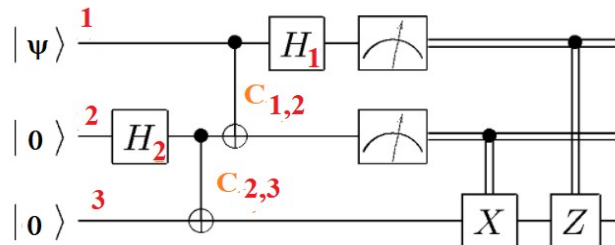
$$|00\rangle \rightarrow (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \quad ; \quad |01\rangle \rightarrow (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \\ |10\rangle \rightarrow (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) \quad ; \quad |11\rangle \rightarrow (\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)$$

Quindi, se Alice misura 00 il qubit di Bob è proiettato in $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Conoscendo i bit classici ed applicando le porte opportune, Bob ottiene lo stato iniziale del qubit di Alice.

Bob’s State	Bits Received	Gate Applied
$(\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle)$	00	<i>I</i>
$(\alpha 1\rangle + \beta 0\rangle)$	01	<i>X</i>
$(\alpha 0\rangle - \beta 1\rangle)$	10	<i>Z</i>
$(\alpha 1\rangle - \beta 0\rangle)$	11	<i>ZX</i>

<https://qiskit.org/textbook/ch-algorithms/teleportation.html>

Torniamo al circuito:



Mentre le linee singole rappresentano il qubit, le linee doppie rappresentano il bit, risultato classico della misura. Il simbolo della misura è intuitivo. Se il bit è 0 non si applica l'operatore, se è 1 si applica l'operatore. In tal modo si ha la combinazione della tabella vista sopra.

«It could work» [Young Frankenstein]

Entangling photons

Nello schema precedente di teletrasporto, abbiamo visto porte di Hadamard e CNOT agire su 3 registri. Si tratta quindi di usare un dispositivo con tre qubit fisici e relative operazioni fisiche su di essi. Ci si può affidare, ad esempio, ad un computer quantistico dell'IBM. Ma l'entanglement dei qubit non è l'unico possibile. Possiamo usare i fotoni. Nel 1997, sono state svolte prove sperimentali di teletrasporto di fotoni. Due gruppi di ricerca hanno presentato le loro ricerche in "Experimental Realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels", D. Boschi et al., pubblicato in Physical Review Letters, 80(6), 1121. arXiv:quant-ph/9710013, e "Experimental quantum teleportation", Dik Bouwmeester et al., Nature, 390(6660), 575-579, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.11004>.

L'abstract di quest'ultimo articolo dice "Quantum teleportation – the transmission and reconstruction over arbitrary distances of the state of a quantum system – is demonstrated experimentally. During teleportation, an initial photon which carries the polarization that is to be transferred and one of a pair of entangled photons are subjected to a measurement such that the second photon of the entangled pair acquires the polarization of the initial photon. This latter photon can be arbitrarily far away from the initial one. Quantum teleportation will be a critical ingredient for quantum computation networks."

La Figura 1 dell'articolo propone uno schema teorico dell'esperimento ed il suo set-up. A proposito di tale set-up, gli autori dicono che "A pulse of ultraviolet radiation passing

through a nonlinear crystal creates the ancillary pair of photons 2 and 3. After retroreflection during its second passage through the crystal the ultraviolet pulse creates another pair of photons, one of which will be prepared in the initial state of photon 1 to be teleported, the other one serving as a trigger indicating that a photon to be teleported is under way. Alice then looks for coincidences after a beam splitter BS where the initial photon and one of the ancillaries are superposed. Bob, after receiving the classical information that Alice obtained a coincidence count in detectors f1 and f2 identifying the $|\psi^-\rangle_{12}$ Bell state, knows that his photon 3 is in the initial state of photon 1 which he then can check using polarization analysis with the polarizing beam splitter PBS and the detectors d1 and d2. The detector p provides the information that photon 1 is under way.”

Lo stato entangled che si crea è lo stato: $|\psi^-\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|V_2\rangle - |V_1\rangle|H_2\rangle)$, dalla base degli stati polarizzati orizzontali e verticali. L’articolo di Dik Bouwmeester et al., in Nature, non fornisce dettagli alla parte relativa al cristallo non-lineare ma rimanda all’articolo di Kwiat, P. G., et al., “New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs”. Physical Review Letters.

“The desired polarization-entangled state is produced directly out of a single nonlinear crystal [BBO (beta-barium borate) in our experiment], with no need for extra beam splitters or mirrors and no requirement of discarding detected pairs to observe nonlocal correlations. Verifying the correlations produced by the novel source, we have observed strong violations of Bell's inequalities (modulo the typical auxiliary assumptions), in some cases by more than 100 standard deviations. Using two extra birefringent elements, one can easily produce any of the four orthogonal "EPR-Bell states".” Si cita l’articolo Braunstein, S. L. Et al., Maximal violation of Bell inequalities for mixed states.

I quattro stati sono:

$$|\psi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|V_2\rangle \pm |V_1\rangle|H_2\rangle)$$

$$|\phi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|H_2\rangle \pm |V_1\rangle|V_2\rangle)$$

Fibra ottica e satellite

Da “Per la prima volta, il teletrasporto quantistico ‘viaggia’ attraverso la fibra ottica. Due differenti studi sono riusciti a trasmettere dati criptati attraverso la fibra ottica rendendo sempre più accessibile il teletrasporto quantistico”, Zeina Ayache, 20 settembre 2016. Fanpage, <https://archive.ph/1K9Sh>.

“Due differenti esperimenti hanno dimostrato che è possibile inviare dati criptati, codificati in particelle di luce, attraverso la rete di fibre ottiche “di casa”: insomma, il teletrasporto quantistico di cui si parla dagli anni '90 potrebbe essere finalmente realtà e l’attuare trasmissione di dati potrebbe prepararsi ad una svolta. I due studi in questione

sono comparsi su Nature Photonics sotto il titolo di “Quantum teleportation with independent sources and prior entanglement distribution over a network”, della University of Science and Technology of China, e “Quantum teleportation across a metropolitan fibre network”, dell’Institute for Quantum Science and Technology, and Department of Physics & Astronomy della University of Calgary.” Il “passaggio di informazioni è criptato e dipende dalle leggi dei quanti che impediscono agli hacker di intervenire senza modificare il messaggio stesso, che quindi o cambia o si autodistrugge. Se a questa tipologia di comunicazione accostiamo l’utilizzo della fibra ottica, otteniamo una modalità di trasmissione sicura, ma anche estremamente rapida. ... Nel frattempo, sempre in Cina, procedono i test sulla comunicazione quantistica via satellite che dovrebbero fornirci la possibilità di un sistema di trasmissione inviolabile entro il 2020.”

Ed infatti, da “Chinese Scientists Just Set the Record for the Farthest Quantum Teleportation”, Jesse Emspak, published July 15, 2017, Space.com. <https://archive.ph/GPZUU>.

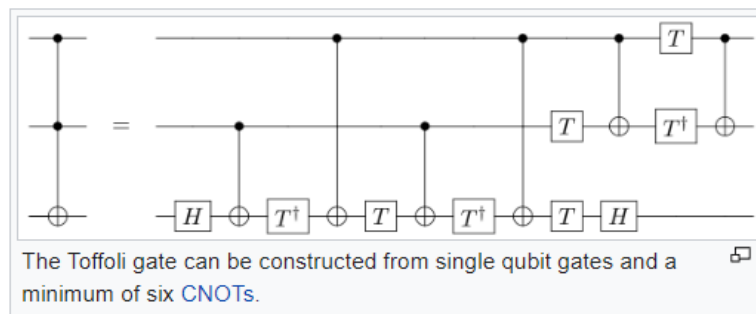
I ricercatori “sent a packet of information from Tibet to a satellite in orbit, up to 870 miles (1,400 kilometers) above the Earth’s surface. More specifically, the scientists beamed the quantum state of a photon (information about how it is polarized) into orbit. Not only did the team set a record for quantum teleportation distance, they also showed that one can build a practical system for long-distance quantum communications. Such a communication system would be impossible to eavesdrop on without alerting the users, which would make online communications much more secure”.

Toffoli Gate

Torniamo alle porte quantistiche.

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Toffoli_gate

“In logic circuits, the Toffoli gate (also CCNOT gate), invented by Tommaso Toffoli, is a universal reversible logic gate, which means that any classical reversible circuit can be constructed from Toffoli gates. It is also known as the "controlled-controlled-not" gate, which describes its action. It has 3-bit inputs and outputs; if the first two bits are both set to 1, it inverts the third bit, otherwise all bits stay the same.”



Lo schema è cortesia di Geek3 - Own work Created in LaTeX using Q-circuit.

“Quantum circuit diagram constructing a Toffoli gate from single-qubit operations and six controlled NOT (CNOT) gates. This is the minimum number of CNOTs required to build a Toffoli.” Si cita il Technical Report MIT/LCS/TM-151 (1980) and an adapted and condensed version: Toffoli, Tommaso (1980). J. W. de Bakker and J. van Leeuwen (ed.). Reversible computing. Automata, Languages and Programming, Seventh Colloquium. Noordwijkerhout, Netherlands: Springer Verlag. pp. 632–644. doi:10.1007/3-540-10003-2_104. ISBN 3-540-10003-2.

Se i qubit a disposizione oggi sembrano pochi, pensiamo alla musica e a che cosa si è fatto con sette note.



*Klaviersonate Nr. 14
Ludwig van Beethoven*

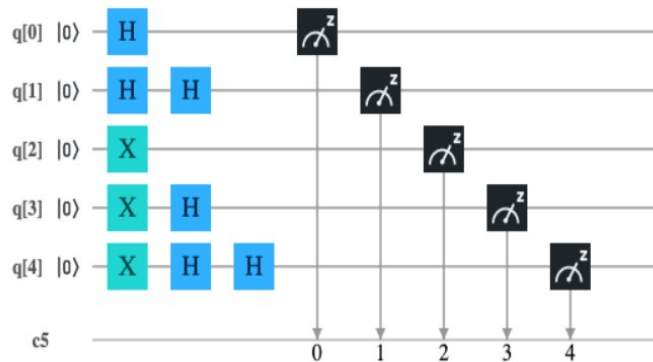
Porte di Hadamard in cascata

Da “Mentalità Computazionale”, di Ettore Messina, “Porte Hadamard in cascata” <https://computationalmindset.com/it/computazione-quantistica/porte-hadamard-in-cascata.html> (archiviato [Archive](#)).

“La porta Hadamard applicata a un qubit con valore iniziale che sia $|0\rangle$ oppure $|1\rangle$ porta il qubit stesso in uno stato di sovrapposizione in modo tale che effettuando una misura (e quindi il collasso della funzione d'onda) si ottiene il risultato di 0 o 1 con la stessa probabilità. Ragionando classicamente potremmo pensare che l'applicazione di una porta Hadamard e una seguente misura sia come il lancio di una moneta ove la probabilità che esca testa (o croce) è del 50%. Continuando il paragone, rilanciando in aria la moneta una seconda volta e andando a guardare il risultato, si deduce banalmente

che la probabilità di ottenere testa (o croce) è sempre del 50%.

In altre parole un secondo lancio non cambia la distribuzione di probabilità del risultato rispetto al caso di un singolo lancio. Invece nel mondo quantistico questo paragone è fuorviante, infatti la seconda applicazione della porta Hadamard riporta lo stato del qubit al valore precedente la prima applicazione.”

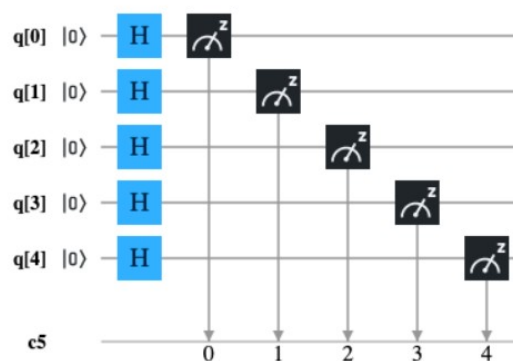


Il sito propone una “cascata” di porte Hadamard.

Generazione numero casuale

Sempre da <https://computationalmindset.com/it/computazione-quantistica/generazione-numero-casuale.html>: “generare numeri casuali su un computer quantistico ... è relativamente semplice: prendendo n qubit (quindi il numero casuale ottenuto da ogni esecuzione sarà un numero intero da 0 a $2^n - 1$) con stato iniziale uguale a $|0\rangle$, si applica su ciascuno degli n qubit la porta quantistica Hadamard e infine si effettua la misura.

La porta Hadamard applicata a $|0\rangle$ porta il qubit nello stato di sovrapposizione $(|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$, e ciò significa che la misura avrà la probabilità del 50% di essere uguale a 0 e del 50% di essere uguale a 1.”



Il circuito in <https://computationalmindset.com/>

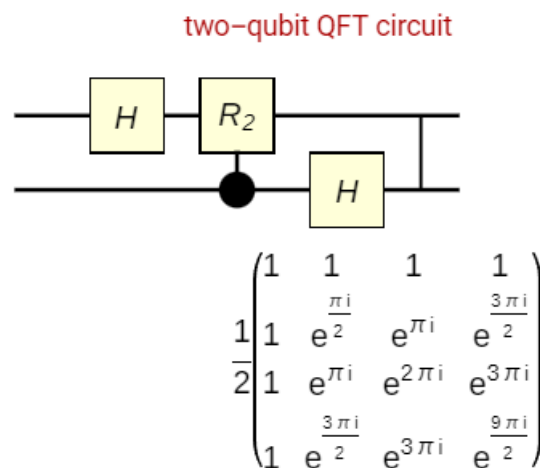
Wolfram Demonstrations Project

Troviamo il circuito per la trasformata di Fourier quantistica.

<https://demonstrations.wolfram.com/QuantumFourierTransformCircuit/>

<https://web.archive.org/web/20220706080905/https://demonstrations.wolfram.com/QuantumFourierTransformCircuit/>

Esempi con uno, due e tre qubit.



Computer a qubit

I qubit sono trattati dai computer quantistici, che sono quindi insiemi di qubit che evolvono in maniera quantistica, quando si trovano in condizioni di trascurabile influenza esterna. Per operare è necessario un algoritmo quantistico. Teoricamente, il computer quantistico può svolgere alcuni calcoli, come ad esempio la fattorizzazione dei numeri interi in numeri primi, molto più velocemente di qualsiasi computer classico, potendo usare algoritmi come quello della fattorizzazione di Shor. Lo speed-up del calcolo si dice essere “esponenziale”.

Attualmente, il principale problema del computer quantistico sono gli errori causati da effetti esterni, detti di “decoerenza”. Eliminarla completamente è impossibile. Per controllare la decoerenza si usa la quantum error correction con la codifica di qubit in spazi a dimensione maggiore. Come nel caso classico si usa pertanto la ridondanza.

Qumode

Passiamo ora al calcolo quantistico con variabile continua. Il calcolo CVQC è stato proposto nel 1999 da Lloyd e Braunstein. Nella sua implementazione ottica, le variabili quantistiche sono l’ampiezza e la fase del campo elettromagnetico. Pfister le scrive come:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + a^\dagger) \quad , \quad P = \frac{1}{i\sqrt{2}}(a - a^\dagger)$$

da cui si riconosce subito la quantizzazione dell'oscillatore armonico con operatori di creazione e distruzione. Tali variabili sono in quadratura. Una corrispondenza tra qubit e qumode è presentata da Pfister in una tabella, di cui una parte viene ora riprodotta.

Qubit-based	Qumode-based
<i>Computational basis</i>	
$\{ 0\rangle, 1\rangle\}$ $\langle k \ell \rangle = \delta_{k\ell}, k, \ell \in \{0, 1\}$ $ \psi\rangle = \psi_0 0\rangle + \psi_1 1\rangle$	$\{ q\rangle\}_{q \in \mathbb{R}}$ $\langle q q' \rangle = \delta(q - q'), q, q' \in \mathbb{R}$ $ \psi\rangle = \int dq \psi(q) q\rangle$
<i>Conjugate basis</i>	
Hadamard transformed $ \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle \pm 1\rangle)$	Fourier transformed $ p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{ipq} q\rangle dq, p \in \mathbb{R}$

Qumodes vs Qubits

Da “Qumodes vs. Qubits explained, part I”, di Jelmer Renema, 3 Novembre 2020, [quixquantum-medium](#) (archiviato [Archive](#)). La domanda che più spesso è posta a Renema è di spiegare come QuiX (che è un computer fotonico) lavora rispetto ad un sistema a qubit. La risposta sintetica è che QuiX usa e manipola qumode.

“To make the difference clear, I [Renema] need to introduce the notion of an encoding. An encoding is some way of taking information from the outside world and representing it in the hardware of your computer”.

Con un computer classico, la memoria consiste di n bit, che possono essere 0 o 1. Quindi è possibile memorizzare i numeri da zero fino a $2^n - 1$ numeri. Si usa una base binaria. In tal modo si è trovata la maniera di rappresentare il modo esterno (un numero) dentro il computer. Il numero è codificato dentro il computer.

“It is important to note that such an encoding is not unique ... However, you are not completely free, because the limitations of your computer system limit what you can encode. - segue spiegazione - So in summary, what we’ve learned from considering this simple classical case is that you can encode things into a computer in different ways, but that the number of things you can encode is limited by the state space of the computer. Next, we’ll consider what happens when you add quantum to the story.”

Con i qubit, è vero che un qubit ha un numero infinito di stati possibili, ma quello che serve è la base dello spazio degli stati. Per un qubit la base è fatta da due stati: diciamoli up e down. Continuando con l’uso dell’analogia classica, “each qubit therefore has 2 ‘possible assignments’, and you have n of them, so by the arguments presented above, there are 2^n unique states. Because we are doing quantum mechanics, superpositions

of these states are also allowed, but that doesn't change the picture: the dimensionality of the system is still 2^n .”

“For qumodes, the picture is a bit more complicated.” Cambiando leggermente il discorso di Renema: un qumode è uno stato di un “quantum-mechanical harmonic oscillator”. Riducendo le dimensioni di un oscillatore armonico classico, si trova che gli stati passano dal continuo al discreto. “It is these quantum states which we will use to encode our information”. QuiX usa la luce, il campo elettromagnetico, quantizzato. Il campo diventa un insieme di quanti detti fotoni.

“For the case of light, the states of the harmonic oscillator can also be thought of as corresponding to a given number of photons, which are (loosely said) particles of light. La dinamica quanto-meccanica viene descritta dalla distribuzione del numero di fotoni. E quindi, “there is the possibility of superposition, and if you think about more than one optical mode, there is also the possibility of entanglement. The way to think about qumodes is that they are the world in which the photons live.”

“Things get really interesting if you start considering systems of more than one qumode. ... If you bring two qumodes in contact with each other, then photons can jump from one qumode to the other. ... If there are photons in both qumodes, then generally such an interaction results in entanglement, i.e. in a joint state between the two qumodes”.

Passiamo allo spazio degli stati dei qumode. Prendiamone uno solo. “Unlike qubits, the basis of a single qumode contains infinitely many states, since the qumode can contain an arbitrary number of photons. However in practice, a photonic processor will always be run with some states with a finite energy, meaning that there is a limit on the number photons that can be present (because making a photon costs energy)”.

Supponiamo che ci sia un numero fissato e finito n di fotoni. Se si hanno N qumode, allora:

$$\binom{N+n-1}{n}$$

è il numero di modi con cui possiamo realizzare la distribuzione.

“This is a very different answer than the one we got in the qubit case. This highlights an important difference between qumodes and qubits: the way their state spaces are structured is completely different. A simple counting argument shows that there isn't a one-to-one equivalence between qumodes and qubits”.

I computer a qubit

I modelli di computazione quantistica

La computazione quantistica è schematizzata da un'algebra, ma come può essere

realizzata fisicamente? I modelli di quantum computation sono i seguenti, secondo David Vitali, 2018.

- 1) Rete di porte logiche a pochi qubit
- 2) One-way quantum computer
- 3) Adiabatic quantum computer o computer basato su “Quantum annealing”
- 4) Topological quantum computer (braiding di anyons in un sistema bidimensionale)

Vediamo qualche dettaglio in più sui quattro modelli menzionati da Vitali.

1) Modelli con array di gates (porte) a due o più qubits. Un qualsiasi circuito può essere sempre scomposto in modo efficiente e con precisione arbitraria in un numero finito di elementi di un set universale (per esempio, una porta a due qubit universale CNOT).

Dal Quantum Computing Tutorial TIM, link [gruppotim](#) del 2020 (archiviato [Archive](#)).

“Il computer quantistico basato su modello Quantum Gate Array (QGA) è caratterizzato dall’esecuzione di operazioni sotto forma di porte quantistiche - una sorta di estensione al qubit della progettazione logica dell’elettronica digitale classica - con le quali è possibile approssimare tutte le possibili evoluzioni unitarie di un sistema quantistico ... Questo modello assume dal punto di vista hardware che l’unità di esecuzione costituisca l’unica sezione prettamente quantistica del calcolatore. A differenza delle porte logiche classiche, che possono essere progettate con un opportuno circuito a transistor, le porte quantistiche sono implementate da campi elettromagnetici oscillanti ad una frequenza di risonanza caratteristica di ciascun qubit costituente l’hardware e il cui valore assoluto dipende dalla tecnologia di fabbricazione (per esempio per i qubit superconduttivi nella banda delle microonde, per gli ioni intrappolati nella stessa banda o addirittura in banda ottica)”.

2) One-way QC (o measurement-based QC). Stati particolari di un grafo o di un cluster, soggetti a sequenze di misure a singolo qubit (in generale condizionate dal risultato delle misure precedenti). Il programma è la sequenza di misure: la “risorsa” è il “graph state” iniziale preparato altamente “entangled”.

Si veda https://en.wikipedia.org/wiki/One-way_quantum_computer

Troviamo che un’implementazione di questo tipo di computer è possibile tramite il “Linear optical quantum computing” o “Linear optics quantum computation” (LOQC), un paradigma di quantum computation, che usa i fotoni con elementi ottici lineari e rivelatori di fotoni. Il riferimento è a Daniel E. Browne, Terry Rudolph (2005). Resource-efficient linear optical quantum computation. Physical Review Letters. 95 (1): 010501.

3) Adiabatic quantum computation o Quantum annealing. Il calcolo avviene attraverso l’evoluzione da stato iniziale a stato finale desiderato, realizzato come processo adiabatico nello stato di equilibrio ad energia minima del processore (Fahri et al., 2000, <https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0001106>).

Questi sono i computer D-Wave.

4) Topological quantum computer. La porta (gate) è una “treccia” (braid) tra due particelle “anyons” in un sistema 2D. Sistema robusto rispetto alla decoerenza perché la porta dipende solo dalle proprietà topologiche della treccia e non dalle perturbazioni. Realizzabile in semiconduttori GaAs 2D in campo magnetico. Tale schema è perseguito da Microsoft (Majorana Fermions).

Qubit (array) e qubit (annealing)

Ci sono sistemi a qubit dove l'evoluzione del calcolo avviene attraverso un array di porte quantistiche (come l'IBM) e ci sono computer a qubit dove il calcolo avviene col Quantum Annealing. I primi sistemi di qubit, che evolvono tramite un array di porte quantistiche, sono sicuramente i sistemi più conosciuti. Nel Quantum Annealing l'evoluzione del sistema quantistico avviene dallo stato fondamentale di una Hamiltoniana verso uno stato fondamentale di un'altra Hamiltoniana. Quest'ultimo stato è quello che rappresenta la soluzione del problema. Il passaggio avviene tramite applicazione di bias ed accoppiatori (come nel D-Wave). Sono pertanto due strategie differenti.

Come esposto sinteticamente da Vitali, per il quantum annealing, il calcolo è l'“evoluzione da stato iniziale a stato finale desiderato, realizzato come evoluzione adiabatica sempre nello stato di equilibrio ad energia minima del processore (teorema adiabatico) (Fahri-Goldston, 2000)”.

Un monte ore di calcolo con un computer D-Wave è disponibile tramite CINECA.

<https://www.quantumcomputinglab.cineca.it/en/2021/05/12/collaboration-agreement-between-cineca-and-d-wave-for-the-distribution-in-italy-of-quantum-computing-resources/>

“CINECA and D-Wave Systems Inc. today announced an agreement to offer free extended access to quantum computing technology and resources to Italian universities, researchers and developers.”

Alla ricerca dei qubit

Vediamo anche la classificazione proposta da “Quest for qubits: How small startups are vying with corporate behemoths for quantum supremacy”, di Gabriel Popkin, Science, 2 Dec 2016, Vol 354, Issue 6316, pp. 1090-1093, DOI: 10.1126/science.354.6316.1090

“Qubits outmuscle classical computer bits thanks to two uniquely quantum effects: superposition and entanglement. Superposition allows a qubit to have a value of not just 0 or 1, but both states at the same time, enabling simultaneous computation. Entanglement enables one qubit to share its state with others separated in space, creating a sort of super-superposition, whereby processing capability doubles with every qubit. An algorithm using, say, five entangled qubits can effectively do 25, or 32, computations at once, whereas a classical computer would have to do those 32 computations in succession. As few as 300 fully entangled qubits could, theoretically, sustain more parallel computations than there are atoms in the universe” [Popkin].

In questa breve spiegazione si trova detto chiaramente dove è il vantaggio quantistico: è principalmente nell'entanglement. Ed è anche chiaro il ruolo preponderante della porta

CNOT.

“This massive parallelism would not help with many tasks—nobody thinks quantum computers will revolutionize word processing or email. But it could dramatically speed up algorithms designed to explore vast numbers of different paths simultaneously, and solve problems that include searching through large data sets, discovering new chemical catalysts, and factoring large numbers used to encrypt data. Quantum computers may even find a role simulating black holes and other phenomena in physics” [Popkin].

Tanta potenza di calcolo non è però semplice da ottenere.

“There is a major catch, however. Quantum superpositions and entangled states are exquisitely fragile. They can be destroyed by slight perturbations from the environment—or by attempts to measure them. A quantum computer needs protection from what **Robert Schoelkopf**, a physicist at Yale University, calls “a sea of classical chaos.” Though theoretical ideas started appearing in the early 1980s, experimental quantum computing got going only in 1995, after **Peter Shor**, a mathematician at Bell Labs in Murray Hill, New Jersey, showed that a quantum computer could quickly factor large numbers—a capability that would render much of modern cryptography obsolete. Shor and others also showed that it was theoretically possible to keep fragile qubits stable indefinitely by using neighboring qubits to correct their errors” [Popkin].

La correzione degli errori, fondamentale per mantenere i qubit stabili, diventa teoricamente possibile e quindi – spiega Popkin – i fisici ed i loro finanziatori hanno una ragione per costruire una macchina quantistica, senza che essa si dissolva in una cascata di errori.

“**David Wineland**, a Nobel Prize-winning physicist at a National Institute of Standards and Technology (NIST) laboratory in Boulder, Colorado, had already pioneered methods to use lasers to cool ions and control their internal quantum states”. [Popkin]

David J. Wineland, insieme a **Serge Haroche**, ha ricevuto nel 2012 il Premio Nobel per la Fisica "for ground-breaking experimental methods that enable measuring and manipulation of individual quantum systems." [NobelPrize](#)

“Within a year of Shor's discoveries, **Wineland and Monroe**, a NIST staff scientist at the time, built the first quantum mechanical logic gate, using lasers to manipulate electron states in a beryllium ion. Because of Wineland's experience with ions, the chance to seize the lead in early quantum computing experiments “fell in our laps,” Monroe says” [Popkin]. Monroe è Christopher Roy Monroe, che è “an American physicist and engineer in the areas of atomic, molecular, and optical physics and quantum information science, especially quantum computing”. [[Wikipedia](#)]

Popkin continua l'analisi cronologica del quantum computing fino al 2016, ovviamente. L'articolo presenta anche una illustrazione che mostra cinque modelli.

“In the race to build a quantum computer, companies are pursuing many types of quantum bits,” ed ogni tipo ha i suoi pro e contro. I tipi sono:

1) Superconducting loops. “A resistance-free current oscillates back and forth around a circuit loop. An injected microwave signal excites the current into super-position states.” (Company support: Google, IBM, Quantum Circuits). [Aggiungiamo alle compagnie menzionate da Popkin la D-Wave]

2) Trapped ions: “Electrically charged atoms, or ions, have quantum energies that depend on the location of electrons. Tuned lasers cool and trap the ions, and put them in superposition states.” (Company support: IonQ)

3) Silicon quantum dots: “These “artificial atoms” are made by adding an electron to a small piece of pure silicon, Microwaves control the electron’s quantum state.” (Company support: Intel)

4) Topological qubits: “Quasiparticle can be seen in the behaviour of electrons channeled through semiconductor structures. Their braided paths can encode quantum information.” (Company support: Microsoft, Bell Labs)

5) Diamond vacancies: “A nitrogen atom and a vacancy add an electron to a diamond lattice. Its quantum spin state, along with those of nearby carbon nuclei, can be controlled by light.” (Company support: Quantum Diamond Technologies)

I pro e contro sono elencati nella figura dell’articolo “Quest for qubits”. Non ci sono i computer ottici nell’articolo di Popkin. Riprendiamo l’argomento quando vediamo in dettaglio il chip di Borealis.

D-Wave

“Quest for qubits” (2016) parlava della compagnia canadese D-Wave in questo modo. Nel 2007, la D-Wave “surprised just about everybody by announcing that it had built a quantum computer, with 16 superconducting qubits. D-Wave's machine didn't entangle all the qubits, and it couldn't be programmed qubit by qubit. Instead, it relied on a technique called quantum annealing, in which qubits are entangled only with near neighbors and interact to produce not a set of parallel computations, but a single overall quantum state. ... Almost instantly critics cried foul: D-Wave did not even attempt to do certain things that many thought essential to quantum computing, such as error correction. But several companies, including Google and Lockheed Martin, bought and tested D-Wave devices. A tentative consensus emerged: They did something quantum, and, for certain specialized tasks, they might perform faster than a conventional computer. Quantum or not, D-Wave jolted the private sector awake”. Sono passati sei anni e le macchine D-Wave hanno avuto una notevole evoluzione.

Cominciamo quindi a vedere il sistema con annealing del D-wave.

La D-Wave Systems è società di calcolo quantistico con sede a Burnaby, in Columbia Britannica, Canada. Come detto in https://en.wikipedia.org/wiki/D-Wave_Systems, nel 2007, February 13, la D-Wave mostra il suo Orion operare in tre applicazioni al Computer History Museum in Mountain View, California. Una applicazione era un puzzle Sudoku.

Del 2009 è la pubblicazione “Compound Josephson-junction coupler for flux qubits with minimal crosstalk”, di Harris et al., Physical Review B. “An improved tunable coupling element for building networks of coupled rf-superconducting quantum

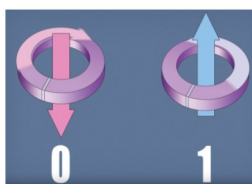
interference device (rf-SQUID) flux qubits has been experimentally demonstrated. This new form of coupler, based on the compound Josephson-junction rf-SQUID, provides a sign and magnitude tunable mutual inductance between qubits with minimal nonlinear crosstalk from the coupler tuning parameter into the qubits”.

Nel 2011, D-Wave ha annunciato la realizzazione del computer quantistico D-Wave One, descritto come un computer quantistico adiabatico che usa l’annealing quantistico per risolvere problemi di ottimizzazione con un chipset di 128 qubit. Come già visto nell’articolo di Popkin, nel maggio 2013 la D-Wave ha annunciato che la NASA e Google hanno ordinato un D-Wave Two da 512 qubit. Nel febbraio 2019 D-Wave ha annunciato il suo chip di processore quantico "Pegasus" di prossima generazione, con più di 5000 qubit e un rumore ridotto.

Aggiungiamo che “The company name [D-wave] refers to their first qubit designs, which used d-wave superconductors.” https://en.wikipedia.org/wiki/D-Wave_Systems

Notizia di Giugno 2022. “D-Wave launches a first prototype of its next-gen annealing quantum computer”, di Frederic Lardinois, June 16, 2022, [Techcrunch](#) (archiviato [Archive](#)). “D-Wave made a name for itself with its early annealing quantum computers and even though the company recently announced its efforts to also build a superconducting gate-model quantum computer, it’s not abandoning its quantum annealing technology. Case in point: The company today made the first prototype of its next-gen Advantage2 annealing quantum computer available in its cloud. This is not the full system, which will feature 7,000 qubits when it launches in 2023 or 2024, but a small 500+ qubit version that is meant to showcase the company’s new qubit design and its Zephyr topology ([PDF](#)) with 20-way inter-qubit connectivity”.

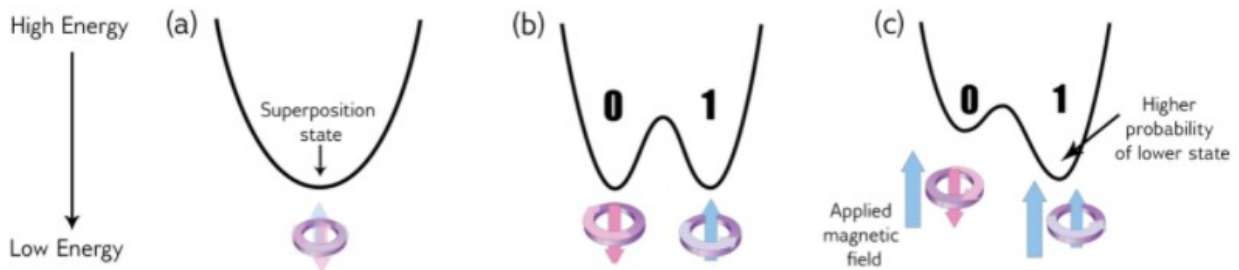
Da https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_2.html (archiviato [Archive](#)). Nel D-wave, i “quantum bits—also known as qubits—are the lowest energy states of the superconducting loops that make up the D-Wave QPU [quantum processing unit]. These states have a circulating current and a corresponding magnetic field. As with classical bits, a qubit can be in state of 0 or 1; see Figure. *But because the qubit is a quantum object, it can also be in a superposition of the 0 state and the 1 state at the same time.* At the end of the quantum annealing process, each qubit collapses from a superposition state into either 0 or 1 (a classical state).”



“A qubit’s state is implemented as a circulating current, shown clockwise for 0 and counter clockwise for 1, with a corresponding magnetic field.”

“The physics of this process can be shown (visualized) with an energy diagram as in Figure. This diagram changes over time, as shown in (a), (b), and (c). To begin, there is just one valley (a), with a single minimum. The quantum annealing process runs, the barrier is raised, and this turns the energy diagram into what is known as a double-well potential (b). Here, the low point of the left valley corresponds to the 0 state, and the

low point of the right valley corresponds to the 1 state. The qubit ends up in one of these valleys at the end of the anneal”.



Applicando un campo magnetico, il qubit cade nello stato 0 o 1 (in figura cade in 1). La quantità programmabile che controlla il campo magnetico esterno è detta “bias”. “The bias term alone is not useful, however. The real power of the qubits comes when you link them together so they can influence each other. This is done with a device called a coupler. A *coupler* can make two qubits tend to end up in the same state—both 0 or both 1—or it can make them tend to be in opposite states. Like a qubit bias, the correlation weights between coupled qubits can be programmed by setting a coupling strength. ... When you use a coupler, you are using another phenomenon of quantum physics called *entanglement*. When two qubits are entangled, they can be thought of as a single object with four possible states. Figure (vedi dopo) illustrates this idea, showing a potential with four states, each corresponding to a different combination of the two qubits: (0,0), (0,1), (1,1), and (1,0)”, e così via.

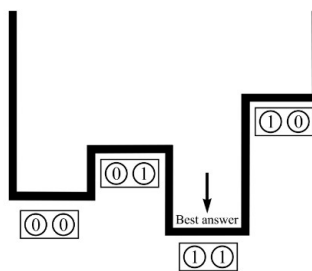


Fig. 8 Energy diagram showing the best answer.

“In summary, the systems starts with a set of qubits, each in a superposition state of 0 and 1. They are not yet coupled. When they undergo quantum annealing, the couplers and biases are introduced and the qubits become entangled. At this point, the system is in an entangled state of many possible answers. By the end of the anneal, each qubit is in a *classical state* that represents the minimum energy state of the problem, or one very close to it. All of this happens in D-Wave quantum computers in a matter of microseconds.” https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_2.html
 “Classical state”. Dice ancora il sito “At the end of the anneal, the Hamiltonian contains

the only B(s) term [vediamo più avanti l'Hamiltoniana di Ising]. It is a classical Hamiltonian where every possible classical bitstring (that is, list of qubit states that are either 0 or 1) corresponds to an eigenstate and the eigenenergy is the classical energy objective function you have input into the system”.

Una applicazione: King, A.D., Suzuki, S., Raymond, J., Zucca, A., Lanting, T., Altomare, F., Berkley, A.J., Ejtemaee, S., Hoskinson, E., Huang, S. and Ladizinsky, E., 2022. Coherent quantum annealing in a programmable 2000-qubit Ising chain. ArXiv:2202.05847. DOI <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.05847>

D-Wave Systems

Da https://en.wikipedia.org/wiki/D-Wave_Systems alcuni dati

	D-Wave One	D-Wave Two	D-Wave 2X	D-Wave 2000Q ^{[58][59]}	Advantage ^{[60][61]}	Advantage 2 ^{[62][63]}
Release date	May 2011	May 2013	August 2015	January 2017	2020	2023-2024
Topology				Chimera	Pegasus	Zephyr
Code-name	Rainier	Vesuvius	W1K	W2K	Pegasus P16	
Qubits	128	512	1152	2048	5640	7000+ (7440)
Josephson junctions	24,000	?	128,000	128,472 ^[61]	1,030,000	
Operating temperature (K)	?	0.02	0.015	0.015	<0.015	

D-Wave Two coupling

Dalla tesi “Solving NP-Hard Problems on an Adiabatic Quantum Computer”, October 2014, di Dan Padilha.

“The D-Wave Two quantum computer is a device capable of performing adiabatic quantum computation on a set of 512 qubits. ... To ensure quantum coherence, the D-Wave Two system is housed in a controlled environment, being magnetically shielded from external sources, and cooled to temperatures as low as 20 mK to minimise thermal noise (as well as for the operation of the superconducting qubits).

La Figura nella tesi mostra “A qubit and its couplings as represented on a D-Wave Two. Qubits are represented as superconducting loops such that the resulting direction of the electric current in the loops defines the qubit’s state or “spin”. In essence, during computation the direction of the electric current is unknown (in a probabilistic state), but when the system decoheres (due to observation or noise), the current spins either one way or the other (“up” or “down”). In order to perform useful computations, it is necessary to carefully control the probability distribution of the qubit’s spin (in other

words, which direction it is most likely to end up spinning). This is achieved by programming the *bias and couplings* of each qubit. The **bias is a programmable magnetic field applied to the qubit's loop**, such that its presence and strength slightly nudges the current spin in a desired direction. Each qubit is also connected to other qubits using **programmable ferromagnetic/antiferromagnetic couplings**, which force qubits to spin in either the same or opposite direction of qubits they are connected to". Vediamo allora come sono questi accoppiatori. Li troviamo accennati in una pagina di community, archiviata al link [Archive](#).

"D-Wave uses superconducting flux qubits, specifically rf superconducting quantum-interference device (rf-SQUID) qubits. We use compound Josephson junctions (CCJJ) rf-SQUID for the couplers. They are described in this paper." Ed ecco l'articolo di Harris, R. et al., "Compound Josephson-junction coupler for flux qubits with minimal crosstalk." *Physical Review B* 80, no. 5 (2009): 052506, già menzionato in precedenza.

Il centro di Jülich in Germania

Da "Europe's First Quantum Computer with More Than 5K Qubits Launched at Jülich, January 18, 2022. Link [Hpcwire](#) (archiviato [Archive](#)). Il D-Wave a 5000 qubits ha trovato casa in Jülich, North Rhine-Westphalia, al Supercomputing Centre (JSC). Si è così costituito il primo cloud della D-Wave fuori del Nord America. Questo annealing quantum computer entra a far parte dello Jülich Unified Infrastructure for Quantum computing (JUNIQ), un centro che è stato creato nell'autunno del 2019 per fornire ai ricercatori in Germania ed Europa accesso a vari sistemi quantistici.

"Forschungszentrum Jülich has set itself the goal of establishing a leading development and user community from industry and science for quantum computing applications in Germany and throughout Europe". "To achieve this goal, we established JUNIQ as a user facility for open innovations at the Jülich Supercomputing Centre in 2019. It provides users with a uniform quantum computing platform as a service and also offers them the relevant expertise for user support and joint software development," spiega Wolfgang Marquardt, Presidente del Board dei direttori del Forschungszentrum di Jülich. Marquardt è professore di Process System Engineering, presso l'Università di Aachen.

Passando al mercato dei computer quantistici, l'articolo di Hpcwire sottolinea: "Given the extent to which companies and research institutions are identifying important problems that require investments in quantum computing, the marketing potential for quantum computing will grow at a faster rate than ever before, says Alan Baratz, CEO at D-Wave Systems. This particularly applies to Europe, where we are seeing increasing interest from companies, universities, and even government institutions. We look forward to combining Jülich's expertise in the field of deep computing with D-Wave's ability to scale and commercialize transformative technologies. ..."

"*The quantum annealer is a quantum computer that has been developed with a view to industrial applications.* It also has a number of special features that users of the JUNIQ infrastructure can access, such as the new Advantage performance update, incorporating the highly connected Pegasus topology, and unprecedented high performance in a commercial quantum system". Pegasus richiede una infrastruttura particolare.

“A new building, which was also officially opened today [18 Gennaio 2022], was erected for the operation of the annealing quantum computer. Quantum computing systems require a special, vibration-free location. The building’s two machine halls therefore feature special vibration-damping foundations to absorb tremors. Alongside the D-Wave system, the building will host an additional quantum computer as of next year”.

Ecco un altro aspetto da considerare: le vibrazioni. “The building’s two machine halls therefore feature special vibration-damping foundations to absorb tremors”.

Acustica quantistica

Per lavorare con il D-Wave Pegasus ci vuole il controllo delle vibrazioni.

Parlando di vibrazioni, ma vibrazioni particolari, vi è chi ha pensato di usarle per i computer quantistici. Da “Weird vibrations poised to control quantum computers”. 14 Marzo 2018, di Arian Cho, Science. <https://www.science.org/content/article/weird-vibrations-poised-control-quantum-computers> , doi: 10.1126/science.aat5858

“To control or read out a superconducting qubit, researchers make it interact with a microwave resonator—typically a strip of metal on the qubit chip or a finger-size cavity surrounding it—which rings with microwave photons the way an organ pipe rings with sound. By adjusting the energy of the qubit, researchers can shuttle its quantum states into the resonator, so that a zero-and-one state of the qubit can be stored as a state of the resonator in which a photon is both present and absent. But some physicists see advantages to replacing the microwave resonator with a mechanical one that rings with quantized vibrations, or phonons. That effort may seem daft, as such vibrations constitute heat, which obliterates delicate quantum states. But when working at temperatures near absolute zero, a well-designed acoustic resonator could ring longer than a microwave one does, enabling it to act as a sort of quantum memory, says Robert Schoelkopf, a physicist at Yale University. The vibrations also have wavelengths less than a thousandth as long as microwaves of the same frequency, so the resonators can be far more compact, he says”.

Non è quantistico?

Una discussione molto interessante è quella proposta in “Computer quantistico: cos’è, come funziona e ambiti applicativi”, di Nicoletta Boldrini, 11 Febbraio 2022, [Ai4business](#) (archiviato [Archive](#)). In tale articolo si trova anche descritto il computer D-Wave, ed è anche detto che tale computer è stato criticato come non quantistico.

Dopo la sezione dell’articolo sul “D-Wave 2000Q, il computer quantistico da 2000 qubit”, si trova la sezione “Gli attacchi al D-Wave: ‘non è un computer quantistico’ ”. Vi si dice: “Il primo a mostrare il suo scetticismo nei confronti del D-Wave è stato Matthias Troyer, docente dell’Università ETH di Zurigo, il quale dopo aver condotto alcuni studi specifici è giunto alla conclusione che, fatta eccezione per un piccolo sottoinsieme di problemi, il computer quantico D-Wave mostra prestazioni paragonabili a quelle di un comune computer con un avanzato processore Intel”. [Boldrini]

Nessuno dei computer quantistici odierni è universale e sono tutti specializzati su un sottoinsieme di problemi (piccolo o grande che sia tale sottoinsieme).

“C’è poi una ricerca pubblicata dal professore Umesh Vazirani dell’Università di Berkeley in California dalla quale emergerebbe che il modello computazionale seguito dal sistema D-Wave sia di tipo tradizionale e non basato sui principi della meccanica quantistica. Altri esponenti della comunità scientifica contestano il fatto che un quantum annealer non possa essere considerato a tutti gli effetti un computer quantistico perché impiegabile solo per specifici problemi verso i quali il sistema viene preventivamente ottimizzato. Al momento, in effetti, il D-Wave si presta ad attività molto specifiche e non al calcolo generico, anche se Google sostiene sia ideale per i suoi studi sull’intelligenza computazionale” [Boldrini].

Dal 2019, Matthias Troyer ha lasciato l’ETH per la Microsoft Corporation. A parte questo, una ulteriore osservazione è necessaria. L’articolo di Boldrini è del Febbraio 2022. Ma le osservazioni fatte sul D-Wave non sono così recenti. Siamo invece al 2014, e quindi al D-Wave 2, precedente al D-Wave 2000Q (2017). Le osservazioni le troviamo riportate in “Quantum or not, controversial computer runs no faster than a normal one. D-Wave machine produces no "quantum speedup" but company says test is flawed. 19 Giugno 2014, di Adrian Cho. Science. News.

<https://www.science.org/content/article/quantum-or-not-controversial-computer-runs-no-faster-normal-one>

Adrian Cho si riferisce all’articolo Rønnow et al. (2014), “Defining and detecting quantum speedup”. Science, 345(6195), 420-424, che analizza il D-Wave Two a 503 qubit. Dicono però gli autori nell’abstract: “Our results do not rule out the possibility of speedup for other classes of problems and illustrate the subtle nature of the quantum speedup question.”

Nel 2016, Chris Lee scrive “Is D-Wave’s quantum processor really 10^8 times faster than a normal computer? Short answer: Yes, but it's more complicated than that.”

[https://arstechnica.com/science/2016/02/is-d-waves-quantum-processor-really-10⁸-times-faster-than-a-normal-computer/](https://arstechnica.com/science/2016/02/is-d-waves-quantum-processor-really-108-times-faster-than-a-normal-computer/) (archiviata [Archive](#)).

Si veda in tale articolo **la discussione su annealing and tunneling**. Si dice nelle conclusioni “The engineers are hoping to design a new, improved D-Wave processor that has the connectivity of a ten-dimensional cubic lattice. Although details are limited, it seems that the plan is to use highly interconnected clusters that have more limited connectivity between clusters. The advantage is that the increased connection density within clusters—and the increasing connectedness between clusters—should allow larger problem sets to be more efficiently implemented. This is highly promising.” Ed infatti, dalla Tabella data in precedenza, oggi siamo a Pegasus. Dal 2023, saremo a Zephyr.

Si dice in Wikipedia: “In February 2019 D-Wave announced their next-generation Pegasus quantum processor chip, announcing that it would be "the world’s most connected commercial quantum system," with 15 connections per qubit instead of 6; that the next-generation system would use the Pegasus chip; that it would have more than 5000 qubits and reduced noise; and that it would be available in mid-2020. A description of Pegasus and how it differs from the previous "Chimera" architecture has been available to the public.” https://en.wikipedia.org/wiki/D-Wave_Systems

Ricordiamo che i computer quantistici determinano la loro performance in base a test

specifici. Quindi, non stanno facendo calcoli generici, ma cercano una applicazione dove la QPU mostri un qualche vantaggio rispetto agli altri. Più concretamente ancora: i computer quantistici sono quello che aveva scritto nel 1982 Richard Feynman: “Let the computer itself be built of quantum mechanical elements which obey quantum mechanical laws.” (Feynman, 1982). Il computer quantistico, quando calcola, agisce come simulatore di un sistema quantistico (ne parliamo nella sezione **Simulazioni quantistiche**).

“What kind of computer are we going to use to simulate physics?” “Can physics be simulated by a universal computer?” Queste sono due delle tante domande formulate da Feynman nel 1982. Lui parlava di fisica, ed è fisica che simulano i computer quantistici, quando ricorrono i vantaggi quantistico.

Teorema adiabatico

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Adiabatic_theorem

“The adiabatic theorem is a concept in quantum mechanics. Its original form, due to Max Born and Vladimir Fock (1928), was stated as follows: *A physical system remains in its instantaneous eigenstate if a given perturbation is acting on it slowly enough and if there is a gap between the eigenvalue and the rest of the Hamiltonian's spectrum.* In simpler terms, a quantum mechanical system subjected to gradually changing external conditions adapts its functional form, but when subjected to rapidly varying conditions there is insufficient time for the functional form to adapt, so the spatial probability density remains unchanged.”

Si distingue pertanto l'uso del termine “adiabatico” in meccanica quantistica da quello fatto in termodinamica. “The quantum mechanical concept of adiabatic is related to adiabatic invariant, it is often used in the old quantum theory and has no direct relation with heat exchange.” https://en.wikipedia.org/wiki/Adiabatic_invariant

Sia il sistema è caratterizzato da uno spettro discreto, per mantenere l'adiabaticità è importante la presenza di un gap energetico tra i livelli d'energia; dato un livello, esso deve essere separato, sufficientemente separato, dal precedente e dal successivo. Cambiando lentamente - e quanto lentamente lo dice il salto d'energia - il sistema si mantiene sempre sullo stesso livello.

Nel suo testo di “Introduction to quantum mechanics”, (1st ed.), D. J. Griffiths pone due esempi di processo adiabatico, uno è relativo al pendolo, e l'altro è legato alle molecole. “A more subtle example occurred in our discussion of the hydrogen molecule ... We began by assuming that the nuclei were at rest, a fixed distance R apart, and we solved for the motion of the electron. Once we had found the ground state energy of the system as a function of R , we located the equilibrium separation and from the curvature of the graph we obtained the frequency of vibration of the nuclei. In molecular physics this technique (beginning with nuclei at rest, calculating electronic wave functions, and using these to obtain information about positions and relatively sluggish - motion of the nuclei) is known as the Born-Oppenheimer approximation.”

“In quantum mechanics, the essential content of the adiabatic approximation can be cast in the form of a theorem. Suppose the Hamiltonian changes gradually from $H(i)$ to $H(f)$. The adiabatic theorem states that if the particle was initially in the n -th eigenstate of

H(i), it will be carried (under the Schrödinger equation) into the n-th eigenstate of H(f). I assume that the spectrum is discrete and nondegenerate through the transition from H(i) to H(f), so there is no ambiguity about the ordering of the states; these condition can be relaxed, given a suitable procedure for “tracking” the eigenvalues.”
Segue in Griffiths la dimostrazione del teorema.

Calcolo con processo adiabatico

Torniamo al testo https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_2.html (Archive) per comprendere meglio il calcolo effettuato con un processo adiabatico. Si parte dallo stato fondamentale di una Hamiltoniana, per raggiungere, sfruttando il teorema adiabatico, lo stato fondamentale di un'altra Hamiltoniana, generalmente più complessa.

La pagina ci ricorda che, “for a quantum system, a Hamiltonian is a function that maps certain states, called eigenstates, to energies. Only when the system is in an eigenstate of the Hamiltonian is its energy well defined and called the eigenenergy. When the system is in any other state, its energy is uncertain. The collection of eigenstates with defined eigenenergies make up the eigenspectrum. For the D-Wave quantum computer, the Hamiltonian may be represented as”:

$$\mathcal{H}_{ising} = \underbrace{-\frac{A(s)}{2} \left(\sum_i \hat{\sigma}_x^{(i)} \right)}_{\text{Initial Hamiltonian}} + \underbrace{\frac{B(s)}{2} \left(\sum_i h_i \hat{\sigma}_z^{(i)} + \sum_{i>j} J_{i,j} \hat{\sigma}_z^{(i)} \hat{\sigma}_z^{(j)} \right)}_{\text{Final Hamiltonian}}$$

Vi troviamo le matrici di Pauli, con coefficienti $h_i, J_{i,j}$ limitati ai valori resi possibili dell'architettura del computer. “The Hamiltonian is the sum of two terms, the initial Hamiltonian and the final Hamiltonian”. Cambiando A(s) e B(s) opportunamente si varia l'Hamiltoniana.

1) Hamiltoniana Iniziale (primo termine)—“The lowest-energy state of the initial Hamiltonian is when all qubits are in a superposition state of 0 and 1. This term is also called the tunneling Hamiltonian”.

2) Hamiltoniana Finale (secondo termine)—“The lowest-energy state of the final Hamiltonian **is the answer to the problem that you are trying to solve**. The final state is a classical state, and includes the qubit biases and the couplings between qubits. This term is also called the problem Hamiltonian”.

Sempre da https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_2.html

“In quantum annealing, the system begins in the lowest-energy eigenstate of the initial Hamiltonian. As it anneals, it introduces the problem Hamiltonian, which contains the **biases and couplers**, and it reduces the influence of the initial Hamiltonian. At the end of the anneal, it is in an eigenstate of the problem Hamiltonian. ... As an anneal begins, the system starts in the lowest energy state, which is well separated from any other energy level. As the problem Hamiltonian is introduced, other energy levels may get closer to the ground state. The closer they get, the higher the probability that the system

will jump from the lowest energy state into one of the excited states. There is a point during the anneal where the first excited state—that with the lowest energy apart from the ground state—approaches the ground state closely and then diverges away again. The minimum distance between the ground state and the first excited state throughout any point in the anneal is called the minimum gap. **Certain factors may cause the system to jump from the ground state into a higher energy state.** One is thermal fluctuations that exist in any physical system. **Another is running the annealing process too quickly.** An annealing process that experiences no interference from outside energy sources and evolves the Hamiltonian **slowly enough is called an adiabatic process**, and this is where the name **adiabatic quantum computing** comes from.”

AQC

Albash, T., & Lidar, D. A. (2018). Adiabatic quantum computation. *Reviews of Modern Physics*, 90(1), 015002. Abstract “Adiabatic quantum computing (AQC) started as an approach to solving optimization problems, and has evolved into an important universal alternative to the standard circuit model of quantum computing, with deep connections to both classical and quantum complexity theory and condensed matter physics. In this review we give an account of most of the major theoretical developments in the field, while focusing on the closed system setting. The review is organized around a series of topics that are essential to an understanding of the underlying principles of AQC, its algorithmic accomplishments and limitations, and its scope in the more general setting of computational complexity theory. We present several variants of the adiabatic theorem, the cornerstone of AQC, and we give examples of explicit AQC algorithms that exhibit a quantum speedup. We give an overview of several proofs of the universality of AQC and related Hamiltonian quantum complexity theory. We finally devote considerable space to Stoquastic AQC, the setting of most AQC work to date, where we discuss obstructions to success and their possible resolutions.”

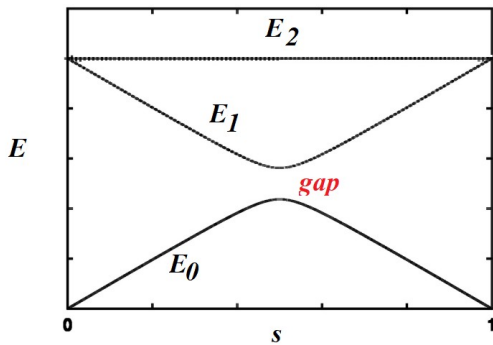
Modello adiabatico

Da “Equivalenza fra modello circuitale ed adiabatico di computazione quantistica”, Tesi di Laurea di Luca Mattiazzi, 2014, Università degli Studi di Padova, disponibile al link https://thesis.unipd.it/bitstream/20.500.12608/19820/1/Mattiazzi_Luca.pdf (Archive).

“Presenteremo ora un modello atto a risolvere problemi di *soddisfacibilità*, ovvero a verificare che una o un'insieme di condizioni siano verificate. Queste clausole possono essere vere o false a seconda dell'insieme di bits in esame. Più recente del circuitale, l'adiabatic quantum computation si basa sull'evoluzione adiabatica di autostati di una Hamiltoniana variabile nel tempo. Per svolgere un algoritmo, si prepara il sistema nello stato fondamentale della Hamiltoniana iniziale (di facile realizzazione, che chiameremo H_B). Questa viene fatta variare lentamente, affinché si rimanga nello stato ad energia minore durante tutta la trasformazione (fatto garantito dal Teorema Adiabatico), finché il sistema non è descritto da una Hamiltoniana finale (H_P) che decodificherà la soluzione al dato problema nel suo stato fondamentale, che andremo infine a misurare.”

Per semplicità scriviamo: $H(s) = (1 - s)H_B + s H_P$ con $s \in [0, 1]$, che rappresenta il

“tempo” dell’evoluzione.



La tesi discute tra i vari esempi, l’algoritmo di Grover, di cui parliamo nella prossima sezione ed in seguito. Senza entrare ora nei dettagli, pensiamo esso abbia Hamiltoniana d’evoluzione $\tilde{H}(s)$. Gli autovalori siano come quelli nella figura a lato.

Per il teorema adiabatico, al variare di s il sistema dovrebbe restare sempre nello stato fondamentale, ma esiste un punto critico che è quello dove il gap tra E_0 ed E_1 è minimo.

Adiabatic Grover

Le tesi di Mattiazzi cita a tal proposito l’articolo di Roland, J., & Cerf, N. J. (2002). Quantum search by local adiabatic evolution. Physical Review A, 65(4), 042308.

“The adiabatic theorem has been recently used to design quantum algorithms of a new kind, where the quantum computer evolves slowly enough so that it remains near its instantaneous ground state which tends to the solution [Farhi, E., et al. (2000). Quantum computation by adiabatic evolution. arXiv preprint quant-ph/0001106]. We apply this time-dependent Hamiltonian approach to the Grover’s problem, i. e., searching a marked item in an unstructured database. We find that, by adjusting the evolution rate of the Hamiltonian so as to keep the evolution adiabatic on each infinitesimal time interval, the total running time is of order \sqrt{N} , where N is the number of items in the database. We thus recover the advantage of Grover’s standard algorithm as compared to a classical search, scaling as N . This is in contrast with the constant-rate adiabatic approach developed in [Farhi et al.], where the requirement of adiabaticity is expressed only globally, resulting in a time of order N .” [Roland and Cerf]

“Before describing our local adiabatic search algorithm,” gli autori descrivono l’approccio di Fahri et al., “based on a global adiabatic evolution. Consider a set of N items among which one is marked, the goal being to find it in a minimum time. We use n qubits to label the items, so that the Hilbert space is of dimension $N=2^n$. . . In this space, the basis states are written $|i\rangle$, with $i = 0, . . . , N - 1$.” Sia lo stato da cercare $|m\rangle$. Non conoscendo tale stato a priori, si assume lo stato iniziale come:

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N-1} |i\rangle .$$

Si definiscono due hamiltoniane: $H_0 = I - |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$, $H_m = I - |m\rangle\langle m|$ (entrambe ad autovalore 0). Scriviamo: $\hat{H}(s) = (1-s)H_0 + sH_m$.

La figura data prima, mostra gli autovalori di questa Hamiltoniana. Quello ad energia maggiore è $E_2 = 1$ che è degenere $(N - 2)$ volte. E_0, E_1 non hanno degenerazione.

“The difference between these lowest two eigenvalues defines the gap g .”

“We see that the minimum gap $g_{min} = 1/\sqrt{N}$ is attained for $s = 1/2$.”. La condizione per l’adiabaticità è soddisfatta con un tempo computazionale dell’ordine di N , “and there is no advantage of this method compared to a classical search. ... Now, let us see how to improve on this adiabatic evolution method. One should note that by applying Eq. (6) [la condizione adiabatica] globally, i. e. to the entire time interval T , we impose a limit on the evolution rate during the whole computation while this limit is only severe for the times around $s = 1/2$, where the gap g is minimum. Thus, by dividing T into infinitesimal time intervals dt and applying the adiabaticity condition locally to each of these intervals, we can vary the evolution rate continuously in time, thereby speeding up the computation. In other words, we do not use a linear evolution function $s(t)$ any more, but we adapt the evolution rate ds/dt to the local adiabaticity condition. ... As a consequence, we thus have a quadratic speed-up compared to a classical search, and this algorithm can be viewed as the adiabatic evolution version of Grover’s algorithm.” [Roland and Cerf]

Take advantage of topology

Scale micro, meso e macro

Prendiamo un estratto da “D-Wave: il computer quantistico di Google”, articolo a cura di Daniele Vergara, 28 Aprile 2016, al link <https://tech.everyeye.it/articoli/speciale-d-wave-il-computer-quantistico-di-google-29418.html> (archiviato [Archive](#))

“Più tunneling per più prestazioni - In uno scenario ideale, ogni qubit dovrebbe essere connesso a tutti gli altri. Quando il loro numero sale, però, ciò è via via più difficile da mettere in pratica. D-Wave tratta i bit quantistici a gruppi di otto, in cui ognuno è collegato a quattro qubit del proprio insieme. [L’articolo è del 2016 e quindi si riferisce alla prima architettura D-Wave] Così facendo i bit di ogni gruppo sono fortemente accoppiati, mentre tutti i gruppi sono debolmente collegati. D-Wave è così in grado di sfruttare il tunneling nelle regioni fortemente dense, in cui i qubit sono più accoppiati. È stato dimostrato *che se la temperatura è alta* [alta?] allora alcuni bit riescono ad incrementare l’energia di tutti gli altri - poiché sono fortemente uniti - e si scatena così l’effetto tunneling che permette loro di passare la barriera energetica. Sfortunatamente, non ci sono ancora evidenze che stiano a testimoniare lo stesso fenomeno per le zone con raggruppamenti a basso accoppiamento [si ricordi che l’articolo è del 2016]. A tal punto ci si deve chiedere se questo risulta problematico, e cioè se il poco probabile tunneling in aree non dense possa risultare dannoso. E’ chiaro che, così facendo, si sfrutta un tunneling a **livello locale e non globale**, facendo abbassare le prestazioni finali; l’importante è sapere però con che percentuale le performance vengono abbattute, ed effettivamente i ricercatori hanno indagato a lungo su tale questione. ... il responso è, con tale configurazione, che il D-Wave è dieci alla otto volte più potente di un classico computer.”

Si può fare un commento. Se abbiamo tanti qubit che non si parlano tra di loro, allora siamo nella situazione a scala “micro”, ognuno si comporta indipendentemente dagli altri. Se siamo a scala macro, i qubit sono tutti, o buona parte, connessi. Se siamo a scala meso, sembrerebbe che siamo nel caso D-Wave, con delle aree con correlazione locale. Un bel risultato in ogni caso. Adesso Pegasus (D-Wave) ha 5640 qubit. Per spiegarmi meglio, se c'è una compagnia che produce una macchina con 5640 qubit tutti connessi, avremmo una scala macro.

L'ultimo prodotto di D-Wave è Pegasus Advantage. “Advantage is the most powerful and connected quantum computer in the world. It has 2.5x more connections and more than double the number of qubits than the D-Wave 2000Q system, our previous generation quantum computer”. Si possono vedere le diverse topologie delle QPU al link https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_4.html, (archiviato [Archive](#)), da cui è chiaro che ci si muove verso la scala macro. Si dice al link che “The D-Wave quantum processing unit (QPU) is a lattice of interconnected qubits. While some qubits connect to others via couplers, the D-Wave QPU is not fully connected. Instead, the qubits of D-Wave annealing quantum computers interconnect in one of the following topologies: Chimera for D-Wave 2000Q QPUs, Pegasus for Advantage QPUs, Zephyr for next-generation QPUs currently under development”.

Tornando al “D-Wave: il computer quantistico di Google”, di Vergara, ([Archive](#)), si è posto un punto interrogativo quando si è letto di temperatura alta.

Vediamo come ci dicono Boixo, S., et al. (2013), in “Quantum annealing with more than one hundred qubits.” arXiv preprint arXiv:1304.4595.

“Unlike adiabatic quantum computing, which has a similar schedule but assumes fully coherent adiabatic ground state evolution at zero temperature, quantum annealing is a positive temperature method involving an open quantum system coupled to a thermal bath. Nevertheless, one expects that similar to adiabatic quantum computing, small gaps to excited states may thwart finding the ground state. In hard optimisation problems, the smallest gaps of avoided level crossings have been found to close exponentially fast with increasing problem size, suggesting an exponential scaling of the required annealing time t_f with problem size N ”.

Nell'introduzione dell'articolo, gli autori dicono che il metodo di calcolo con annealing prende spunto dall'antica tecnica dell'annealing dei metalli. “Mimicking this process in computer simulations is the idea behind simulated annealing as an optimisation method, which views the cost function of an optimisation problem as the energy of a physical system. Its configurations are sampled in a Monte Carlo simulation using the Metropolis algorithm, escaping from local minima by thermal fluctuations to find lower energy configurations. The goal is to find the global energy minimum (or at least a close approximation) by slowly lowering the temperature and thus obtain the solution to the optimisation problem. The phenomenon of quantum tunneling suggests that it can be more efficient to explore the state space quantum mechanically in a quantum annealer. In simulated quantum annealing, one makes use of this effect by adding quantum fluctuations, which are slowly reduced while keeping the temperature constant and positive – ultimately ending up in a low energy configuration of the optimisation problem. Simulated quantum annealing, using a quantum Monte Carlo algorithm, has

been observed to be more efficient than thermal annealing for certain spin glass models, although the opposite has been observed for k-satisfiability problems” (si veda i riferimenti dati nell’articolo).

“To perform quantum annealing, we map each of the Ising variables σ_i^z to the Pauli z-matrix (which defines the “computational basis”) and add a transverse magnetic field in the x-direction to induce quantum fluctuations, obtaining the time-dependent N-qubit Hamiltonian”:

$$H(t) = -A(t) \sum_i \sigma_i^x + B(t) H_{Ising}, \quad t \in [0, t_f]$$

Il quantum annealing, a temperatura positiva, parte dal limite “of a strong transverse field and weak problem Hamiltonian, $A(0) \gg \max(k_B T, B(0))$ ”, with the system state close to the ground state of the transverse field term, the equal superposition state (in the computational basis) of all N qubits. Monotonically decreasing A(t) and increasing B(t), the system evolves towards the ground state of the problem Hamiltonian, with $B(t_f) \gg A(t_f)$.”

Anche in Boixo, S. et al. (2016), “Computational Role of Tunneling in a Programmable Quantum Annealer”, Nature Communications, 7(ARC-E-DAA-TN19177), disponibile al link: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20160001868/downloads/20160001868.pdf> , si sottolinea l’importanza del quantum tunneling nel calcolo adiabatico.

“Quantum tunneling, in particular for thin but high energy barriers, has been hypothesized as an advantageous mechanism for quantum optimization. In classical simulated annealing or cooling optimization algorithms, the corresponding temperature parameter must be raised to overcome energy barriers. But if there are many potential local minima with smaller energy differences than the height of the barrier, the temperature must also be lowered to distinguish between them so the algorithm can converge to the global minimum.”

Quantum annealing

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_annealing

“Quantum annealing (QA) is an optimization process for finding the global minimum of a given objective function over a given set of candidate solutions (candidate states), by a process using quantum fluctuations. Quantum annealing is used mainly for problems where the search space is discrete (combinatorial optimization problems) with many local minima; such as finding the ground state of a spin glass or the traveling salesman problem. The term “quantum annealing” was first proposed in 1988 by B. Apolloni, N. Cesa Bianchi and D. De Falco as a quantum-inspired classical algorithm. It was formulated in its present form by T. Kadowaki and H. Nishimori in “Quantum annealing in the transverse Ising model ...”.

Monte Carlo sampling e annealing

Boixo et al., in “Quantum annealing with more than one hundred qubits.” arXiv preprint

arXiv:1304.4595, introducono il metodo Monte Carlo e mostrano l'efficienza del calcolo quantistico. Si era nel 2013. Nel 2018, i qubit a disposizione erano 1800.

Da “Observation of topological phenomena in a programmable lattice of 1,800 qubits”, di Andrew D. King et al., Nature volume 560, pages 456–460 (2018). Abstract: “The work of Berezinskii, Kosterlitz and Thouless in the 1970s revealed exotic phases of matter governed by the topological properties of low-dimensional materials such as thin films of superfluids and superconductors. A hallmark of this phenomenon is the appearance and interaction of vortices and antivortices in an angular degree of freedom—typified by the classical XY model—owing to thermal fluctuations. In the two-dimensional Ising model this angular degree of freedom is absent in the classical case, but with the addition of a transverse field it can emerge from the interplay between frustration and quantum fluctuations. Consequently, a Kosterlitz–Thouless phase transition has been predicted in the quantum system—the two-dimensional transverse-field Ising model—by theory and simulation. Here we demonstrate a large-scale quantum simulation of this phenomenon in a network of 1,800 in situ programmable superconducting niobium flux qubits whose pairwise couplings are arranged in a fully frustrated square-octagonal lattice. Essential to the critical behaviour, we observe the emergence of a complex order parameter with continuous rotational symmetry, and the onset of quasi-long-range order as the system approaches a critical temperature. We describe and use a simple approach to statistical estimation with an annealing-based quantum processor that performs Monte Carlo sampling in a chain of reverse quantum annealing protocols. Observations are consistent with classical simulations across a range of Hamiltonian parameters. We anticipate that our approach of using a quantum processor as a programmable magnetic lattice will find widespread use in the simulation and development of exotic materials.”

Think modular

Modulare Rigetti

A questo punto è essenziale segnalare una nuova strategia.

Da Gold, A., Paquette, J. P., Stockklauser, A., Reagor, M. J., Alam, M. S., Bestwick, A., ... & Rigetti, C. “Entanglement across separate silicon dies in a modular superconducting qubit device”, Nature, 2021.

“Assembling future large-scale quantum computers out of smaller, specialized modules promises to simplify a number of formidable science and engineering challenges. One of the primary challenges in developing a modular architecture is in engineering high fidelity, low-latency quantum interconnects between modules”. Nell’articolo su Nature, gli autori propongono la loro soluzione per una “modular solid state architecture”.

“Having proven out the fundamental building blocks, this work provides the technological foundations for a **modular quantum processor technology** which will accelerate near-term experimental efforts and open up new paths to the fault-tolerant era for solid state qubit architectures”. La tecnologia modulare è utile ad accelerare i prossimi sforzi della “faul-tolerant” era del quantum computing.

Gli autori mostrano nella pubblicazione “a modular superconducting qubit device with direct coupling between physical modules. The device, which consists of four eight-qubit integrated circuits (QulCs) fabricated on individual dies and flip-chip bonded to a larger carrier chip, achieves coupling rates and entanglement quality approaching the state-of-the-art in intra-chip coupling”.

“Rigetti Computing” è una “California-based developer of quantum integrated circuits used for quantum computers. The company also develops a cloud platform called Forest that enables programmers to write quantum algorithms”, come detto in https://en.wikipedia.org/wiki/Rigetti_Computing

“Rigetti Computing was founded in 2013 by **Chad Rigetti**, a physicist who previously worked on quantum computers at IBM, and studied under noted Yale quantum scientist Michel Devoret. ... By February 2016, the company had begun testing a three-qubit (quantum bit) chip made using aluminum circuits on a silicon wafer. ... By Spring of 2017, the company was testing eight-qubit computers, and in June, the company announced the public beta availability of a quantum cloud computing platform called Forest 1.0, which allows developers to write quantum algorithms. In October of 2021, it was announced that the company plans to go public via a SPAC merger, ... This process will allow the company to raise ... With this funding, Rigetti plans to scale its systems from 80 qubits to 1,000 qubits by 2024, and to 4,000 by 2026. The SPAC deal closed on 2 March, 2022, and the company began trading on the NASDAQ.”

“Rigetti Computing is a full-stack quantum computing company, a term that indicates that the company designs and fabricates quantum chips, integrates them with a controlling architecture, and develops software for programmers to use to build algorithms for the chips.”

“Diamonds Are a Girl's Best Friend”

[Marilyn Monroe]

Diamonds

Nell’articolo “Quest for qubits” di Gabriel Popkin sono menzionate le “diamond vacancies”, dove “A nitrogen atom and a vacancy add an electron to a diamond lattice. Its quantum spin state, along with those of nearby carbon nuclei, can be controlled by light.” (Company support: Quantum Diamond Technologies).

Da “The diamond quantum revolution”, di Matthew Markham e Daniel Twitchen, del 23 Aprile 2020, Physics World, disponibile al link [Physicsworld](#) (archiviato [Archive](#)).

“Diamond is more than just a pretty gem – it has many attractive properties that stretch far beyond its aesthetic appeal. Matthew Markham and Daniel Twitchen explain how this special form of carbon now has many practical quantum applications too”.

“Now in the 21st century, scientists around the world are trying to develop the next wave of innovations. “Quantum 2.0” technology will rely on manipulating and reading out quantum states, and will typically exploit the quantum effects of superposition and entanglement.” [Markham e Twitchen]

Troviamo nell’articolo riportate le tecnologie per i quantum devices: “trapped ions,

superconductors, quantum dots, photons and defects in semiconductors. Each technical solution has different pros and cons. Trapped ions have exquisite quantum properties but are challenging to integrate, whereas circuits of superconductors can be fabricated but can only operate at cryogenic temperatures. This is where materials like diamond come into play as they offer a compromise by being solid-state – making it easier to integrate into devices – and operational at room temperature”. [Markham e Twitchen]

Tra i difetti del reticolo cristallino, una è “the negatively charged nitrogen-vacancy (denoted as NV) defect. In 1997 Jörg Wrachtrup and colleagues at the University of Technology Chemnitz in Germany showed that a single NV defect could be manipulated and provide an optical output at room temperature (Science 276 2012). This discovery sparked the field of diamond quantum technology (see Nature 505 472 for a more detailed history). The process is called optically detected magnetic resonance (ODMR) and, with the NV defect, it is observed when measuring a change in fluorescence after shining green light on a single NV defect, or on an ensemble of them, while scanning an applied microwave field. ... by measuring the intensity of the fluorescence, you can read out the spin state of the defect. ... Over the next decade, a few academic groups around the world picked this work up, hoping to use diamond as a quantum bit, or “qubit”, in quantum information devices, such as quantum computers.” [Markham e Twitchen]

Si lavorava con un diamante naturale il “Magic Russian Diamond”. Nel frattempo, molte compagnie cominciarono a sviluppare la produzione di diamanti sintetici per “industrial applications using microwave-assisted chemical vapour deposition. In the early 2000s, for example, staff at our firm Element Six showed that it was possible to grow diamond with fewer than five impurity atoms per billion carbon atoms. In such diamond, nitrogen is the predominant impurity, and isolated NV centres can be probed”. [Markham e Twitchen] Nel 2006 si trovò il materiale sintetico confrontabile col Magic Russian Diamond. Ciò significò la produzione di massa di tale materiale.

L’articolo menziona la ricerca del 2008 del gruppo di Jörg Wrachtrup, University of Stuttgart, Germany, e di Mikhail Lukin and Ron Walsworth alla Harvard University. Tali gruppi “proposed and showed that diamond could be used to make a magnetic sensor, in which the brightness of the NV defects’ optical output depends on the strength of the magnetic field. Since then, many new applications using the NV defect have been proposed.” [Markham e Twitchen]

Segue nell’articolo il richiamo alle ragioni fisiche relative all’importanza del difetto reticolare NV. Il diamante è un materiale a wide band-gap; questo significa che “it can host a range of defects with transition energies in the optical regime, enabling the defects to be manipulated with readily available lasers.” Il carbonio ha bassa massa atomica e forti legami interatomici nel reticolo diamante (la grafite è ha piani bidimensionali). Il diamante ha alta temperatura di Debye, “which makes the interaction of the NV centre with the vibrational modes of the surrounding lattice unusually weak, even at room temperature. Diamond also has a naturally low concentration of nuclear spins ... This reduces the likelihood of the quantum states “decohering”, when the spin is no longer in the desired state. Quantum states can also decohere via spin-orbit coupling ... But because the NV defect has weak spin-orbit coupling, there is limited

decoherence and the spin state lasts for longer.” [Markham e Twitchen] Il risultato è che è possibile fabbricare un diamante con un tempo di spin decoherence dell’ordine dei millisecondi a temperatura ambiente. “And as well as diamond being a good host for spin defects, the NV centre is also particularly special in that its electronic energy-level structure means that the electronic spin associated with it can be manipulated simply by shining green light on it.”

Siamo di fronte da uno scenario molto allettante, ma le cose non sono semplici. Questo capita per via dei fononi del reticolo cristallino, perché il diamante ha un ottimo reticolo cristallino che lo rende il materiale che meglio conduce di calore (Sparavigna, 2002).

“Despite these desirable features, the NV defect in diamond is not perfect”. I fotoni utili all’applicazione sono emessi a differenti lunghezze d’onda per via dell’interazione coi fononi. Inoltre il diamante non è facilmente processabile come il silicio.

“These limitations of diamond and the NV defect have led to scientists looking for alternative defects in diamond and in other wide band-gap materials such as silicon carbide (SiC) and zinc oxide (ZnO).” [Markham e Twitchen] Altri difetti utili per applicazioni sono stati identificati nel diamante, ma nessuno è performante come i centri NV.

Un pregio di un dispositivo quantistico basato sul diamante è la sua semplicità. “A basic device can be fabricated from a green light source, a diamond, a small microwave source and a photodetector. ... All of these components can be bought off the shelf for a few thousand pounds, and instructions to build such a room-temperature quantum device are readily available and suitable for a first-year physics degree demonstration (American Journal of Physics 86 225). However, while this set-up shows the principles of operation, it clearly does not show the enhancements in performance you would expect from a quantum device.” [Markham e Twitchen]

Segue nell’articolo di Physics World dettagliata discussione. E poi si arriva ai devices.

“Despite these potential hurdles, several breakthrough results have been achieved with diamond, including the first successful “loophole-free Bell’s inequality test” in 2015 (Nature 526 682), and the longest spin lifetime without the use of any cryogens. Building on these achievements, a 10-qubit register that can store quantum information for up to 75 s has recently been demonstrated (Phys Rev. X 9 031045). As part of a current project, **Ronald Hanson’s group** at the Delft University of Technology in the Netherlands is using the NV defect in diamond as a “quantum repeater node” in a 100% secure quantum internet. ... Another emerging application is the diamond-based maser. ... A breakthrough in 2018 (Nature 555 493) demonstrated the world’s first continuous-wave (CW) room-temperature solid-state maser using the NV defect in diamond.”

[Markham e Twitchen] Ed infine si ritorna al campo magnetico ed alle applicazioni biomedicali. “Using such a bulk magnetometer, a team at Lockheed Martin – the US-based aerospace company – has been developing a diamond magnetometer that can be used as an alternative GPS that does not rely on external signals. ... Diamond-based quantum technology also has applications in the medical industry. A few groups around the world, as well as the start-up NVision based in Germany, are using diamond to enhance magnetic resonance imaging (MRI) – turning it from an anatomical to a molecular imaging modality similar to positron emission tomography (PET). ...”

Quali sono le compagnie che investono nel diamond's quantum future?

Oltre a più di 200 gruppi accademici, vi è un “growing number of companies developing diamond quantum technology, including large firms such as Lockheed Martin, Bosch and Thales, as well as many start-ups such as Quantum Diamond Technologies, NVision and Qnami”.

Un desktop quantistico

L'articolo di Nicoletta Boldrini, “Computer quantistico: cos'è, come funziona e ambiti applicativi”, termina con “Il prezzo di un computer quantico (da desktop per casa)”. “I prezzi per i computer quantici variano molto in base al tipo di computer che vuoi acquistare. Ovviamente i computer a molti qubit che vanno super veloci e moltissima potenza di calcolo costano tanto. Ma se vuoi acquistare un computer quantistico per casa, puoi sicuramente rivolgerti ad aziende cinesi o internazionali e acquistare computer quantici a un prezzo irrisorio. Con circa 5.000 euro potrai portare a casa un computer quantico da utilizzare per le tue attività.”

In effetti, si è trovata un'azienda cinese. Ecco i contatti SpinQ: +86-755-23760210, mail contact@spinq.cn. Indirizzo: 508-509, Tower A, Shenzhen Financial Science and Technology Innovation Center, No.1 Shihua Road, Futian Free Trade Zone, Shenzhen

SpinQ

Da “A Desktop Quantum Computer for Just \$5,000. A cheap, portable quantum computer, aimed at schools and colleges will be launched later this year.”. The Physics arXiv Blog, Jan 29, 2021 3:00 PM. Al link [discovermagazine](#) (archiviato [Archive](#)).

“A Chinese start-up has unveiled plans to sell a desktop quantum computer costing less than \$5,000. The new portable device is one of a range called SpinQ, aimed at schools and colleges. It is made by the Shenzhen SpinQ Technology, based in Shenzhen, China.” Non è il primo quantum computer della compagnia cinese. Nel 2020 ha iniziato a vendere un desktop a circa 50000 dollari. Il desktop pesa 55kg.

But the new machine will be simpler, more portable and cheaper. La nuova macchina dovrebbe essere più semplice e portatile.

“The price of the machine is in stark contrast to commercial quantum computers, which can cost in the region of \$10 million and process more than 50 qubits. By contrast, the SpinQ machine is much less powerful, able to process just 2 qubits, and relies on an entirely different technology called nuclear magnetic resonance. This works by trapping specially selected molecules in a powerful magnetic field and then zapping them with radio frequency pulses to manipulate the spins of the atoms they contain. After each set of radio pulses, the atoms relax and emit their own radio frequency signals, which reveal their new state. In this way, it is possible to flip the spin of atoms—equivalent to changing a 0 into 1 – and make the spins of neighboring atoms interact, which can simulate mathematical operations, and finally to record the result”.

SpinQ usa la dimethylphosphite. “To ensure that the radio signals from the hydrogen and phosphorus atoms are strong enough to pick up, a huge number of molecules must be used, about 10^{15} of them. That requires a few drops of liquid, which sit in a small vial in the middle of the powerful magnetic field. The technique is well understood and

has long been used to make medical images of the body. Indeed, the first quantum computers built in the 1990s used exactly the same approach.”

Il team di SpinQ usa magneti permanenti di un Tesla. La QPU usa una CPU ordinaria con un software capace di controllarla. “Although it processes only 2 qubits, the SpinQ device is capable of a number of quintessential quantum calculations. For example, it can implement a version of Grover’s algorithm, which can search through a database more quickly than a classical algorithm.”

Questi device di SpinQ “will never match the power of the quantum computers that Google, IBM, Microsoft and others are toying with. One of the drawbacks of quantum computation based on nuclear magnetic resonance is that the machines cannot handle more than a dozen or so qubits”.

Il blog di arXiv ne discute nel Gennaio 2021. Quindi andiamo sul sito di SpinQ per le novità <https://www.spinquanta.com> (archiviato [Archive](#)). Il sito propone Triangulum a tre qubit. La macchina è già usata in un laboratorio didattico.

“Pawsey is Empowering Students to Have a Quantum Mindset”, March 3, 2022

<https://www.hpcwire.com/off-the-wire/pawsey-is-empowering-students-to-have-a-quantum-mindset/>

“Pawsey Supercomputing Research Centre is supporting a pioneering quantum education and research program to enable students access to one of the first educational quantum computers in Australia. Based at the University of Western Australia (UWA), the new program will enable researchers and students to upskill in the emerging area of quantum computing and engage with Pawsey’s Quantum Supercomputing Innovation Hub. The education and research hub will be led by renowned quantum physicist Professor Jingbo Wang and will offer two desktop quantum computers, the two-qubit SpinQ Gemini and the three-qubit SpinQ Triangulum system, operating at room temperature.”

Segue uno screenshot da:

<https://www.spinquanta.com/products-solutions/Triangulum>

“Real visible operation - Real quantum computer base on NMR system, uses the spin phenomenon of nuclei as the qubit carrier, to read and operate qubits states by RF pulse”.



«Si può fare» [Frankenstein Junior]

1998, due qubit

Da Chuang, I. L., Gershenfeld, N., & Kubinec, M. (1998). Experimental implementation of fast quantum searching. *Physical review letters*, 80(15), 3408.

“Using **nuclear magnetic resonance techniques with a solution of chloroform molecules** we implement Grover’s search algorithm for a system with four states. By performing a tomographic reconstruction of the density matrix during the computation good agreement is seen between theory and experiment. This provides the first complete experimental demonstration of loading an initial state into a quantum computer, performing a computation requiring fewer steps than on a classical computer, and then reading out the final state.” <http://cba.mit.edu/docs/papers/98.03.grover.pdf>

Due o tre qubit

Dall’abstract di Feng, G. R., Lu, Y., Hao, L., Zhang, F. H., & Long, G. L. (2013). “Experimental simulation of quantum tunneling in small systems”. *Scientific Reports*, 3(1), 1-7. “Here we report the first experimental simulation of quantum tunneling through potential barriers, a widespread phenomenon of a unique quantum nature, via NMR techniques. Our experiment is based on a digital particle simulation algorithm and requires very few spin-1/2 nuclei without the need of ancillary qubits. The occurrence of quantum tunneling through a barrier, together with the oscillation of the state in potential wells, are clearly observed through the experimental results. This experiment has clearly demonstrated the possibility to observe and study profound physical phenomena within even the reach of small quantum computers”.

Qubit superconduttori e giunzioni Josephson

SpinQ opera con un sistema NMR a temperatura ambiente.

Torniamo adesso ai computer basati su qubit superconduttori, che richiedono bassissime temperature. D-Wave è una compagnia che usa proprio “coupled rf-superconducting quantum interference device (rf-SQUID) flux qubits”, come detto in precedenza.

Ricordiamo anche che la giunzione Josephson è composta da due superconduttori separati da un isolante. Alla base del funzionamento della giunzione Josephson vi è il fenomeno dell'effetto tunnel delle coppie di Cooper attraverso lo strato di isolante. L'effetto Josephson è stato teorizzato e verificato sperimentalmente all'inizio degli anni sessanta del secolo scorso.

Da https://it.wikipedia.org/wiki/Brian_Josephson : “Brian David Josephson è un fisico gallese; a 22 anni la scoperta dell'effetto Josephson gli valse il Premio Nobel per la fisica solamente 11 anni dopo condividendolo con Leo Esaki e Ivar Giaever.”

Prendiamo il “Controllo Ottimale Quantistico di Qubits Superconduttivi di Carica”, Tesi Specialistica di Angelo Di Marco, 2009/2010, Università degli studi di Pisa. [archive](#)

Dopo una dettagliata discussione delle giunzioni Josephson, grandi e piccole, quelle su cui torniamo in seguito, e dei dispositivi SQUID, ci si pone il problema di trovare quali dispositivi siano i migliori candidati per fabbricare i qubit. “Questa scelta deve essere fatta tenendo conto di alcune caratteristiche basilari che un qubit deve possedere.

Innanzitutto è importante che il sistema utilizzato come bit quantistico sia il più possibile a due stati. ... In particolare i livelli che rappresentano la base computazionale, $|0\rangle$ e $|1\rangle$, devono essere isolati dagli altri nel senso che la loro frequenza di transizione deve essere molto diversa da quella richiesta per passare da uno stato energetico all'altro, ... Un altro aspetto di cui tenere conto per la costruzione di un qubit è quello di rendere minima la dissipazione e così non avere perdite di energia quando si svolge qualsiasi operazione sul dispositivo. ... A questo bisogna aggiungere la possibilità di lavorare a basse temperature così si limita il rumore termico.” [Di Marco]

Un dispositivo che soddisfa queste richieste è sicuramente la giunzione Josephson 'piccola', dice la tesi. Le dimensioni sono del micron e quindi molte giunzioni possono essere poste all'interno di circuiti integrati.

Le giunzioni Josephson "piccole" possono essere sfruttate per realizzare tre tipi di qubits superconduttivi: di flusso, di carica e di fase. I qubit superconduttori di fase vengono realizzati attraverso una giunzione Josephson pilotata con una corrente di bias. I dispositivi rf-SQUID vengono usati per avere i qubit superconduttori di flusso. Sfruttando le correnti delle coppie di Cooper che circolano sulla sua superficie in senso antiorario (flusso verso l'alto) oppure orario (flusso verso il basso). Questo sistema viene pilotato ad un campo magnetico di bias, generato da una corrente a radiofrequenza. Vi è poi il qubit di carica detto "Cooper-pair box".

La tesi suggerisce "Superconducting Qubits: A Short Review", 2004, di M. H. Devoret, A. Wallraff, J. M. Martinis, <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0411174> da cui si leggono due cose fondamentali.

"For an integrated circuit to behave quantum mechanically, the first requirement is the absence of dissipation. More specifically, all metallic parts need to be made out of a material that has zero resistance at the qubit operating temperature and at the qubit transition frequency. ... Low temperature superconductors such as aluminium or niobium are ideal for this task. For this reason, quantum integrated circuit implementations have been nicknamed "superconducting qubits".

Ed ancora: "the quantum integrated circuit must be cooled to temperatures where the typical energy kT of thermal fluctuations is much less than the energy quantum" associato alla transizione tra gli stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$. La frequenza corrispondente per un superconducting qubit è nel range 5-20 GHz. La temperatura è di circa 2 K (1 K corrisponde a 20 GHz). "Perhaps more importantly though, the "electromagnetic temperature" of the wires of the control and readout ports connected to the chip must also be cooled to these low temperatures, which requires careful electromagnetic filtering."

Si veda anche il file:

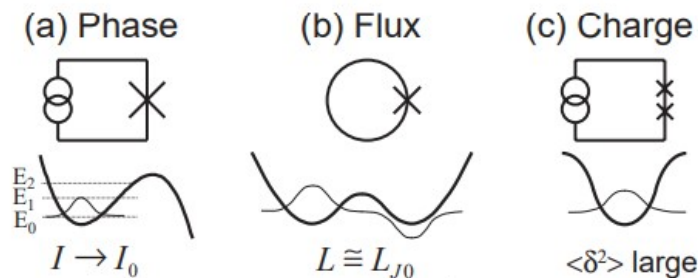
<https://copilot.caltech.edu/documents/16821/leshouchesjunctionphysics.pdf>

"Superconducting Qubits and the Physics of Josephson Junctions" di John M. Martinis and Kevin Osborne, oppure arXiv. 2004, <https://arxiv.org/abs/cond-mat/0402415>

"Josephson junctions are good candidates for the construction of quantum bits (qubits) for a quantum computer. This system is attractive because the low dissipation inherent to superconductors make possible, in principle, long coherence times. In addition, because complex superconducting circuits can be microfabricated using integrated-

circuit processing techniques, scaling to a large number of qubits should be relatively straightforward. Given the initial success of several types of Josephson qubits, a question naturally arises: what are the essential components that must be tested, understood, and improved for eventual construction of a Josephson quantum computer?”

Prendiamo un’illustrazione dal file arXiv di Martinis e Osborne. Abbiamo tre modi dove possiamo usare la giunzione Josephson (la X in figura) per creare il qubit.



Sotto il circuito, viene schematizzata l’Hamiltoniana. La ground function è rappresentata dalla linea sottile.

Ulteriori riferimenti per lo studio sono Kockum, A. F., & Nori, F. (2019). Quantum bits with Josephson junctions. In *Fundamentals and Frontiers of the Josephson Effect* (pp. 703-741). Springer, Cham., disponibile <https://arxiv.org/abs/1908.09558>, e Wendin, G., & Shumeiko, V. S. (2007). Quantum bits with Josephson junctions. *Low Temperature Physics*, 33(9), 724-744 (archiviato [Archive](#)).

Design e fabbricazione

Ancora da “Superconducting Qubits: A Short Review”, 2004, di M. H. Devoret, A. Wallraff, J. M. Martinis, <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0411174>

“Superconducting junctions and wires are fabricated using techniques borrowed from conventional integrated circuits. Quantum circuits are typically made on silicon wafers using optical or electron-beam lithography and thin film deposition. They present themselves as a set of micron-size or sub-micron-size circuit elements (tunnel junctions, capacitors, and inductors) connected by wires or transmission lines. The size of the chip and elements are such that, to a large extent, the electrodynamics of the circuit can be analyzed using simple transmission line equations or even a lumped element approximation. Contact to the chip is made by wires bonded to mm-size metallic pads. The circuit can be designed using conventional layout and classical simulation programs. Thus, many of the design concepts and tools of conventional semiconductor electronics can be directly applied to quantum circuits. Nevertheless, there are still important differences between conventional and quantum circuits at the conceptual level”. Da quanto detto, la costruzione della QPU basata su qubit superconduttori sfrutta la tecnologia già esistente dei microchip.

All'inizio dell'analisi abbiamo riportato dal Sole 24 Ore che Simone Severini, direttore del Quantum computing di Amazon Web Services (AWS), parla di computer classico come governato sulla fisica newtoniana. La fisica dello stato solido non è newtoniana, ma possiamo fare delle approssimazioni semi-classiche e trattare correnti e tensioni come oggetti classici. Si è anche accennato alle differenti simulazioni che si possono fare con sistemi classici e sistema quantistici. Aggiungiamo ora ancora una osservazione, avvantaggiandoci nuovamente con <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0411174>.

Possiamo ripetere da tale testo che: “At the conceptual level, conventional and quantum circuits differ in that, in the former, the collective electronic degrees of freedom such as currents and voltages are classical variables, whereas in the latter, these degrees of freedom must be treated by quantum operators which do not necessarily commute. A more concrete way of presenting this rather abstract difference is to say that a typical electrical quantity, such as the charge on the plates of a capacitor, can be thought of as a simple number in conventional circuits, whereas in quantum circuits, the charge on the capacitor must be represented by a wave function giving the probability amplitude of all charge configurations. For example, the charge on the capacitor can be in a superposition of states where the charge is both positive and negative at the same time. Similarly the current in a loop might be flowing in two opposite directions at the same time. These situations have originally been nicknamed “macroscopic quantum coherence” effects by Tony Leggett to emphasize that quantum integrated circuits are displaying phenomena involving the collective behavior of many particles, which are in contrast to the usual quantum effects associated with microscopic particles such as electrons, nuclei or molecules”.

Uva spina e sicomoro

Azure Quantum

Inizialmente abbiamo accennato a quattro schemi (David Vitali, 2018): 1) Rete di porte logiche a pochi qubit, 2) One-way quantum computer, 3) Adiabatic quantum computer o computer basato su “Quantum annealing”, 4) Topological quantum computer (braiding di anyons in un sistema bidimensionale). Per lo schema 4, si erano menzionate le particelle di Majorana. Anche nella “Quest for qubits” di Gabriel Popkin troviamo, tra i cinque schemi mostrati, quello topologico che è detto essere supportato da Microsoft e dai Bell Labs. Vediamo quindi ora, lo schema Majorana per il quantum computing. Tale schema, come già detto, è perseguito da Microsoft.

<https://news.microsoft.com/innovation-stories/azure-quantum-majorana-topological-qubit/> (oppure [Archive](#)). “In a historic milestone, Azure Quantum demonstrates formerly elusive physics needed to build scalable topological qubits”. Jennifer Langston, Mar 14, 2022 - “Microsoft’s Azure Quantum program has developed devices

that can create quantum properties which scientists have imagined for nearly a century but have not been able to unambiguously produce in the real world — until now.”

“It’s a key scientific breakthrough that demonstrates the elusive building blocks for a topological quantum bit, or qubit, which Microsoft has long pursued as the most promising path to developing a scalable quantum computer that will launch a new generation of as-yet-unimagined computing capabilities for Azure customers.” [Microsoft]

“Building on two decades of scientific research and recent investments in simulation and fabrication, the Azure Quantum team has engineered devices that allow them to induce a topological phase of matter bookended by a pair of Majorana zero modes. These quantum excitations don’t normally exist in nature and must be coaxed into appearing under incredibly precise conditions. Scientists have sought to create and observe these excitations since they were first theorized about in 1937. More recently, they’ve realized that Majorana zero modes can play an important role in protecting quantum information and enabling reliable computation. The Azure Quantum team has also been able to produce what is known as a topological phase and to measure the topological gap, which quantifies the stability of the phase”. [Microsoft]

“The ability to create and sustain a quantum phase with Majorana zero modes and a measurable topological gap removes the biggest obstacle to producing a unique type of qubit, which Microsoft’s quantum machine will use to store and compute information, called a topological qubit. It’s the foundation for Microsoft’s approach to building a quantum computer that is expected to be more stable than machines built with other types of known qubits, and therefore scale like no other”. [Microsoft]

“... Azure Quantum has focused on developing topological qubits, which are expected to be faster, smaller and less prone to losing information than other types of qubits currently under development. Microsoft believes creating a more stable topological qubit is the clearest and fastest path to building an industrial-scale quantum machine. But, until now, the downside of pursuing a topological qubit was that no one was sure it was possible to harness the underlying quantum physics to produce them”. [Microsoft]

Majorana zero mode

Dall’articolo: Manna, S., Wei, P., Xie, Y., Law, K. T., Lee, P. A., & Moodera, J. S. (2020). Signature of a pair of Majorana zero modes in superconducting gold surface states. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(16), 8775-8782.

“In 1937 Ettore Majorana pointed out that unlike the standard solution of the Dirac equation which led to the electron and its antiparticle, the positron, it is possible to have a solution where the fermionic particle is its own antiparticle. While such a particle remains elusive in particle physics, a pair of localized Majorana states has been predicted to reside at the ends of a specially designed superconducting wire. These Majorana zero modes can form building blocks of qubits for fault-tolerant quantum computers. Here we report signatures of Majorana zero modes in a platform consisting of EuS and gold films grown on vanadium. This platform is amenable to standard nanofabrication techniques and holds promise for scalable Majorana qubits.”

“Under certain conditions, a fermion in a superconductor can separate in space into two

parts known as Majorana zero modes, which are immune to decoherence from local noise sources and are attractive building blocks for quantum computers. Promising experimental progress has been made to demonstrate Majorana zero modes in materials with strong spin-orbit coupling proximity coupled to superconductors. Here we report signatures of Majorana zero modes in a material platform utilizing the surface states of gold. Using scanning tunneling microscope to probe EuS islands grown on top of gold nanowires, we observe two well-separated zero-bias tunneling conductance peaks aligned along the direction of the applied magnetic field, as expected for a pair of Majorana zero modes. This platform has the advantage of having a robust energy scale and the possibility of realizing complex designs using lithographic methods.”

Dall’articolo: Lutchyn, R. M., Bakkers, E. P., Kouwenhoven, L. P., Krogstrup, P., Marcus, C. M., & Oreg, Y. (2018). Majorana zero modes in superconductor–semiconductor heterostructures. *Nature Reviews Materials*, 3(5), 52-68.

“Realizing topological superconductivity and Majorana zero modes in the laboratory is one of the major goals in condensed matter physics. We review the current status of this rapidly-developing field, focusing on semiconductor-superconductor proposals for topological superconductivity. Material science progress and robust signatures of Majorana zero modes in recent experiments are discussed. After a brief introduction to the subject, we outline several next-generation experiments probing exotic properties of Majorana zero modes, including fusion rules and non-Abelian exchange statistics. Finally, we discuss prospects for implementing Majorana-based topological quantum computation in these systems.”

La particella di Majorana esiste?

Nel 2018, usciva su Nature un articolo che annunciava la “Quantized Majorana conductance”, ossia l’osservazione del modo zero di Majorana. I ricercatori riportavano “electrical measurements and numerical simulations of hybrid superconducting–semiconducting nanowires in a magnetic field”. L’articolo mostrava dei “plateaus in the conductance at $2e^2/h$, which [the authors] interpreted as evidence for the presence of Majorana zero-modes”. Questo annuncio è stato recepito come un passo importante, nello sviluppo di una differente implementazione del calcolo quantistico.

Da <https://www.hdblog.it/2018/03/29/particella-majorana-esiste-computer-quantistici/>, “La particella di Majorana esiste, e permetterà di aprire nuovi scenari nel campo dei computer quantistici. Ad annunciare l’importante scoperta è la Delft University of Technology, a completamento di uno studio che verrà pubblicato su Nature iniziato nel 2012 in collaborazione con un team di ricercatori olandesi (QuTech, Microsoft ed Eindhoven University of Technology) e americani (JQI Maryland e UC Santa Barbara).” L’articolo su Nature è poi stato ritirato per via delle incongruenze in esso presenti, segnalate da Sergey Frolov and Vincent Mourik, come detto nella “Retraction Note: Quantized Majorana conductance”, <https://www.nature.com/articles/s41586-021-03373-x>. Non potendo più affermare di aver osservazione la “quantized Majorana conductance”, gli autori hanno preferito ritirare il loro articolo, informando l’Editore della decisione.

Sul computer basato sullo zero-mode Majorana, si prega anche di leggere “Microsoft’s

Majorana Announcement: A Restart for a Very Long Journey”, [quantumcomputingreport](#) del Marzo 2022, dove si puntualizza che la Microsoft non è solo impegnata nella ricerca suo computer basato sullo schema topologico. L’azienda è impegnata anche nello sviluppo di una nuova elettronica di controllo, adatta ai computer quantistici che richiedono bassissime temperature per operare.

“The other thing to mention is that Microsoft is working on two other important technologies that will be also important for their topological based quantum computer. Besides the Majorana based qubits themselves, they are also working on the aforementioned Floquet based error correction code to eliminate any remaining errors that are not corrected by the hardware. Another important technology is cryoCMOS based control electronics. For these large systems, it is imperative to find a better solution to route the control signals to the qubit chip than the rat’s nest of individual cables that are used today. By developing a low power cryoCMOS chip that can run at low temperatures the cabling can be made a lot simpler because the control chip is located very near or maybe even on the same die as the qubits. So overall, we recognize that the Microsoft team has put in a lot of effort and hard work to get to this stage, and we congratulate them on achieving this milestone. However, we also recognize that there still is a lot of additional hard work needed to create a working processor and there is still a lot of work left to be done”.

2021, la crisi della riproducibilità

Vediamo ora brevemente le osservazioni di Frolov sui fermioni di Majorana. La discussione è solo all’apparenza specifica per tali particelle. Ha invece un orizzonte generale. Potremmo applicarlo alla crisi della corsa alla supremazia quantistica ed alle reazioni che vengono innescate da ogni annuncio di prestazioni eccezionali da parte dei player del settore.

Da “Quantum computing’s reproducibility crisis: Majorana fermions”, di Sergey Frolov. <https://www.nature.com/articles/d41586-021-00954-8>

“The controversy over Majorana particles is eroding confidence in the field. More accountability and openness are needed — from authors, reviewers and journal editors.”
“Experiments to find Majorana signals are performed by loading a nanowire into a dilution refrigerator capable of cooling it down to close to absolute zero.”

“As someone who works in this area, I’ve (Frolov) become concerned that, after a series of false starts, a significant fraction of the Majorana field is fooling itself. Several key experiments claiming to have detected Majorana particles, initially considered as breakthroughs, have not been confirmed”. Un caso recente è appunto finito col ritiro di un articolo pubblicato su Nature, link [Nature](#). All’inizio ci sono state le osservazioni di Frolov, col collega Vincent Mourik, fisico dell’università del New South Wales a Sydney, Australia. Frolov e Mourik “raised concerns after obtaining additional data from the original experiments that were not included with the published paper”.

“Majorana particles are in theory their own antiparticles, and were predicted in 1937 by Italian physicist Ettore Majorana”. Microsoft spera di usare le particelle di Majorana per avere un computer quantistico affidabile. “Producing Majoranas in the laboratory is very hard. Experiments combine cutting-edge fields such as nanotechnology,

superconductivity, device engineering and materials science. In the most developed approach, researchers must first grow a nanowire crystal — a feat in itself — to produce a column of atoms 100 nanometres ... across. Then they must connect the wire to a circuit sensitive enough to measure single electrons travelling through it. The whole experiment must be done at about one-hundredth of a degree above absolute zero, in a magnetic field 10,000 times that of Earth's. [La temperatura è di un centesimo di grado sopra lo zero assoluto in un campo magnetico diecimila volte quello terrestre. Oltre alla specifica criogenia, quindi, ci vuole anche un forte campo magnetico] ... Under those extremes, when all the electrons in the wire are magnetized, Majorana particles should emerge from the two wire ends. In theory" [Frolov].

Una cosa è la teoria ed un'altra la pratica sperimentale. "More than 100 groups have tried this. Two dozen have reported Majorana manifestations. These usually appear in the form of a characteristic electronic signal: a narrow peak in current as voltage is varied across the nanowire. I was a member of one of the first teams to observe this, in 2012 [Mourik, V. et al. Science 336, 1003–1007 (2012)]. More papers soon appeared. [Tra cui lo studio del 2018 su Nature, poi ritirato] In 2020, these observations came under scrutiny after replication experiments were conducted. ... My group reproduced patterns from the 2018 Nature study, but demonstrated that they need not originate from Majorana. We did a cross-check on both ends of the same nanowire, but found a current peak on only one end. This violated the basic expectation from the theory that Majoranas always come in pairs. The rate of rebuttal is speeding up: ... The lesson: Majorana particles aren't necessary to produce the current peak signals. ... Yet, affirmative papers kept coming out without even mentioning alternative explanations, creating the impression that a debate is raging between Majorana optimists and pessimists" [Frolov].

Il problema è in generale il cherry-picking², quello di scegliere solo il dato che porta al risultato desiderato. Frolov lo dice chiaramente. "But I think that researchers are cherry-picking — focusing on data that agree with the Majorana theory and sidelining those that don't. ... Sometimes there really is no need to present all of your data, if a single graph tells the whole story. But for Majorana particles, simply searching through the data to identify peaks of the right height is not enough to stake a detection claim, especially when alternative theories exist. It is all too easy for selection bias to take over in hypothesis-driven experimental research. The 'best' data are often considered to be those that fit the theory. So deviations are too readily dismissed as experimental or human error that can thus be discarded" [Frolov].

"Another problem is the breadth of peer review needed to check Majorana claims.

2 https://it.wikipedia.org/wiki/Cherry_picking "La locuzione cherry picking viene utilizzata per riferirsi a una fallacia logica (a volte chiamata fallacia dell'evidenza incompleta), caratterizzata dall'attitudine da parte di un individuo volta a ignorare tutte le prove che potrebbero confutare una propria tesi ed evidenziando solo quelle a suo favore. L'espressione, derivata dalla lingua inglese, richiama metaforicamente l'idea di prendere per sé stessi solo le migliori ciliegie da una ciotola piena, ignorando appositamente, magari, quelle poco mature o peggiori. La fallacia del cherry picking può essere attuata sia volontariamente che inconsciamente (ne è l'esempio più eclatante il fenomeno psicologico dei bias di conferma), ed è spesso utilizzata anche da parte di chi cerca di convincere un pubblico ad accettare le proprie posizioni ..."

Scrutiny is hard in any multidisciplinary field. Referees tend to be expert in one subject and struggle to judge others, and that leaves gaps. For example, a theoretical physicist might be comfortable assessing the calculations but not the experimental process, and a materials scientist, who understands how to grow nanowires, might skip the theory part. But a holistic view of the whole study is needed to properly assess it. It is an all too familiar story. In a Nature survey of the ‘reproducibility crisis’ across chemistry, biology, physics, engineering and medical sciences (see Nature 533, 452–454; 2016), selective reporting of results was a top culprit” [Frolov].

“What of Majorana research? It remains viable and important. But, in my view [Frolov], the key discoveries have yet to be made. A concentrated effort is now needed to improve our nanowire materials, experimental techniques and data analysis, as well as to tease out alternative explanations. Reliable proof is needed that the particles are indeed their own antiparticles — with our eyes on the full data” [Frolov].

Ci sono delle strade che, apparentemente promettenti, poi finiscono nell’essere difficilmente praticabili in tempi brevi.

Knots and Fermions

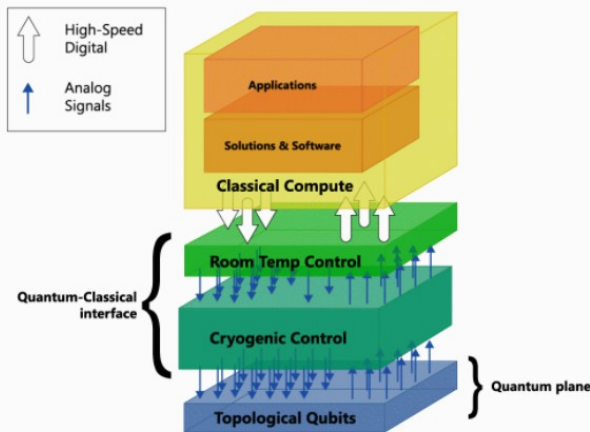
Abstract di “Knot Logic and Topological Quantum Computing with Majorana Fermions” di Louis H. Kauffman

“This paper is an introduction to relationships between quantum topology and quantum computing. We take a foundational approach, showing how knots are related not just to braiding and quantum operators, but to quantum set theoretical foundations and algebras of fermions. We show how the operation of negation in logic, seen as both a value and an operator, can generate the fusion algebra for a Majorana fermion, a particle that is its own anti-particle and interacts with itself either to annihilate itself or to produce itself. We call negation in this mode the mark, as it operates on itself to change from marked to unmarked states. The mark viewed recursively as a simplest discrete dynamical system naturally generates the fermion algebra, the quaternions and the braid group representations related to Majorana fermions. The paper begins with these fundamentals. They provide a conceptual key to many of the models that appear later in the paper. In particular, the Fibonacci model for topological quantum computing is seen to be based on the fusion rules for a Majorana fermion and these in turn are the interaction rules for the mark seen as a logical particle. It requires a shift in viewpoint to see that the operator of negation can also be seen as a logical value. The quaternions emerge naturally from the reentering mark. All these models have their roots in unitary representations of the Artin braid group to the quaternions.”. arXiv:1301.6214 al link <https://doi.org/10.48550/arXiv.1301.6214>

Controllo criogenico (Microsoft)

Il testo citato in precedenza, “A Restart for a Very Long Journey”, Microsoft, dice che l’azienda non è solo impegnata sul computer quantistico. “Another important technology is cryoCMOS based control electronics”. Per sistemi di calcolo più grandi è imperativo trovare una soluzione migliore rispetto al “rat’s nest of individual cables that

are used today”. La Microsoft cita l’articolo “Full stack ahead: Pioneering quantum hardware allows for controlling up to thousands of qubits at cryogenic temperatures”, Published January 27, 2021, di Chetan Nayak , link [Archive](#) .



Ed ecco come inizia la discussione (si riproduce anche l’immagine utilizzata nell’articolo per schematizzare i tre livelli principali del dispositivo).

Si ringrazia il Microsoft Research Blog e Chetan Nayak per l’immagine.

“Quantum computing offers the promise of solutions to previously unsolvable problems, but in order to deliver on this promise, it will be necessary to preserve and manipulate information that is contained in the most delicate of resources: highly entangled quantum states. One thing that makes this so challenging is that quantum devices must be ensconced in an extreme environment in order to preserve quantum information, but signals must be sent to each qubit in order to manipulate this information—requiring, in essence, an information superhighway into this extreme environment. Both of these problems must, moreover, be solved at a scale far beyond that of present-day quantum device technology.” [Chetan Nayak]

Il calcolo quantistico ha però un tallone d’Achille.

“Despite the unmatched potential computing power of qubits, they have an Achilles’ heel: great instability. Since quantum states are easily disturbed by the environment, researchers must go to extraordinary lengths to protect them. This involves cooling them nearly down to absolute zero temperature and isolating them from outside disruptions, like electrical noise. Hence, it is necessary to develop a full system, made up of many components, that maintains a regulated, stable environment. But all of this must be accomplished while enabling communication with the qubits. Until now, this has necessitated a bird’s nest-like tangle of cables, which could work for limited numbers of qubits (and, perhaps, even at an “intermediate scale”) but not for large-scale quantum computers.” [Chetan Nayak]

Ed ecco lo studio sul controllo di molti qubits.

“A cryogenic CMOS chip for generating control signals for multiple qubits”, S. J. Pauka, K. Das, R. Kalra, A. Moini, Y. Yang, M. Trainer, A. Bousquet, C. Cantaloube, N. Dick, Geoff Gardner, M. J. Manfra, David Reilly, Nature Electronics | January 2021 , Vol 4: pp. 64-70

“Scaled-up quantum computers will require control interfaces capable of the manipulation and readout of large numbers of qubits, which usually operate at

millikelvin temperatures. Advanced complementary metal–oxide–semiconductor (CMOS) technology is an attractive platform for delivering such interfaces. However, this approach is generally discounted due to its high power dissipation, which can lead to the heating of fragile qubits. Here we report a CMOS-based platform that can provide multiple electrical signals for the control of qubits at 100 mK. We demonstrate a chip that is configured by digital input signals at room temperature and uses on-chip circuit cells that are based on switched capacitors to generate static and dynamic voltages for the parallel control of qubits. We use our CMOS chip to bias a quantum dot device and to switch the conductance of a quantum dot via voltage pulses generated on the chip. Based on measurements from six cells, we determine the average power dissipation for generating control pulses of 100 mV to be 18 nW per cell. We estimate that a scaled-up system containing a thousand cells could be cooled by a commercially available dilution refrigerator”.

Gooseberry

Il chip CMOS criogenico ha un nome: Gooseberry (uva spina).

Da <https://www.lswn.it/tecnologie/chip-criogenico-rivoluzionera-computer-quantistici/> “Chip criogenico rivoluzionerà computer quantistici?”, Redazione LSWN, 10 febbraio 2021. “Un team di scienziati australiani ha sviluppato un nuovo tipo di chip per computer criogenici in grado di funzionare a temperature così basse da avvicinarsi al limite teorico dello zero assoluto. Questo sistema criogenico, chiamato Gooseberry, pone le basi per quella che potrebbe essere una rivoluzione nel calcolo quantistico, consentendo a una nuova generazione di macchine di eseguire calcoli con migliaia di qubit o più, mentre i dispositivi più avanzati di oggi sono in grado di eseguire calcoli solo con dozzine di qubit.” [LSWN]

“ ... anche nel caso dei computer quantistici, avere una maggiore potenza di calcolo rappresenta un vantaggio non trascurabile; attualmente i ricercatori sono limitati nella risoluzione di problemi matematici complessi a causa del limitato numero di qubit che è possibile implementare con successo nei sistemi quantistici. Una delle ragioni di tale limite è che i qubit hanno bisogno di livelli estremi di freddo per funzionare (oltre ad altre condizioni controllate) e il cablaggio elettrico utilizzato nei sistemi informatici quantistici di oggi emette inevitabilmente piccoli ma sufficienti livelli di calore che alterano i requisiti termici necessari. Gli scienziati stanno cercando dei modi per aggirare tale limite, ma molte innovazioni quantistiche fino ad oggi si sono concentrate sull'escogitare ingombranti piattaforme di cablaggio per mantenere stabili le temperature in modo da aumentare il numero di qubit, ma tale soluzione ha dei limiti.” [LSWN]

Il cablaggio è il problema principale. “La soluzione a tale collo di bottiglia potrebbe essere Gooseberry: un chip di controllo criogenico in grado di funzionare a temperature 'millikelvin', si tratta "solo" di una piccola frazione di grado sopra lo zero assoluto, come descritto nel nuovo studio. Questa estrema capacità termica sta a significare che il chip criogenico può essere posizionato all'interno dell'ambiente refrigerato super-freddo con i qubit in modo da interfacciarsi con essi trasferendo i segnali dai qubits a un nucleo secondario che si trova all'esterno in un altro serbatoio estremamente freddo, immerso

nell'elio liquido. In questo modo è possibile rimuovere tutto il cablaggio in eccesso e con esso il relativo calore che viene generato. Se i ricercatori riusciranno a realizzare con successo tale sistema allora i colli di bottiglia che avvengono simultaneamente nel calcolo quantistico potrebbero diventare un ricordo del passato". [LSWN]
Si è realizzato un chip a segnale misto con 100.000 transistor che funziona alla temperatura di 0,1 °K, [l'equivalente di] -459,49 °F oppure -273,05 °C.

Horse Ridge (Intel)

Non c'è solo Microsoft a lavorare su un tale controllo. Vi è anche l'olandese QuTech, Delft, e la Intel Corporation. Dopo qualche mese da Gooseberry arriva Horse Ridge. Da "Intel vuole cambiare le regole del gioco dei computer quantistici", di Dario D'Elia, 11.06.2021, Wired <https://www.wired.it/attualita/tech/2021/06/11/computer-quantistici-intel-horse-ridge/> (archiviato [Archive](#)).

"Con Horse Ridge e il controllo criogenico la multinazionale vuole superare gli ostacoli per rendere scalabili i supercalcolatori". Si intende che l'articolo parla di computer quantistici e non degli attuali supercalcolatori. Anche Intel lavora a temperature prossime allo zero Kelvin. "Per poter risolvere problemi utili e concreti però avremo bisogno di un milione di qubit, rispetto agli attuali 50/60. E non è solo una questione numerica ma anche di qualità. Noi abbiamo trovato un modo per risolvere uno storico collo di bottiglia di queste macchine", ha detto alla rivista Wired Stefano Pellerano, principal engineer di Intel Labs.

Continua Wired dicendo che "gli attuali computer quantistici di Ibm, Google o Honeywell sono dispositivi dai tratti spiccatamente sperimentali con capacità di calcolo potentissime ma un livello di operatività molto ridotto. Voluminose macchine di quantum computing da laboratorio che consumano decine di kilowatt costrette a stazionare dentro grandi refrigeratori. "Per sfruttare i principi quantistici e allungare la vita del qubit bisogna avvicinarsi allo zero assoluto; la zona più fredda è 300 volte inferiore a quella dello spazio profondo", ricorda Pellerano".

Si arriva nell'articolo di Wired, dopo una parte dove il qubit è paragonato ad una moneta che ruota libera, al microprocessore Horse Ridge. "La rivista Nature ha riconosciuto le peculiarità della nostra ricerca realizzata in collaborazione con QuTech (Delft University of Technology e Netherlands Organisation for Applied Scientific Research nei Paesi Bassi, ndr). I nostri chip di controllo criogenico chiamati 'Horse Ridge' sono una soluzione al problema della scalabilità del quantum computing", spiega Pellerano. Per altro sono stati chiamati così perché è la zona più fredda dell'Oregon, lo Stato dove è situata la sede di Intel Labs".

Intel ha proposto Horse Ridge per risolvere il collegamento tra il chip a temperatura criogenica e l'elettronica di controllo dei qubit, che è esterna al sistema quantistico e che opera a temperatura ambiente. Il problema è detto "ostacolo del cablaggio", il "rat's nest of individual cables", visto nella discussione del Gooseberry, ed "è una delle criticità che rende difficile l'incremento dei qubit: bisognerebbe affidarsi a migliaia o milioni di collegamenti fisici per le macchine del futuro". Dice Dario D'Elia che il chip Horse Ridge porta le funzioni chiave di controllo nel refrigeratore criogenico, riducendo la complessità dei cablaggi relativi. In futuro, il controllo dei qubit ed i qubit saranno

sullo stesso circuito o package, a base di silicio. Questo package costituirà una delle tappe per la scalabilità dei computer quantistici e “la futura implementazione di macchine più potenti e (un domani) normalmente commerciabili. Si chiama praticità quantistica”, dice D’Elia. In ogni caso, se il sistema ha necessità criogeniche non sarà un sistema commercializzabile “normalmente”, ossia ad un qualsiasi utente.

Nell’articolo di Wired troviamo la descrizione della scala del sistema fisico nelle parole di Pellerano: "La differenza rispetto ai modelli basati su superconduttori (come quelle di Google e Ibm, ndr) è che il nostro spin qubit rispetto al loro qubit è piccolo come un chicco di riso di fronte a un campo da calcio". Si spiega poi che i qubit di Intel si basano sullo spin di un singolo elettrone nel silicio, controllato da impulsi a microonde. Si aggiunge nell’articolo che, rispetto ai qubit superconduttori, “hanno qualche pregio in più. Sono assimilabili ai componenti semiconduttori presenti nell’hardware tradizionale, consentono una temperatura di esercizio leggermente più alta, rimangono coerenti molto più a lungo e un miliardo di loro potrebbero teoricamente stare in un millimetro quadrato di spazio”.

L’articolo di Nature (Xue et al., 2021, CMOS-based cryogenic control of silicon quantum circuits. Nature, 593(7858), 205-210.), dice che “silicon spin qubits can be operated and measured above 1 K” e quindi “they are well positioned for overcoming the wiring bottleneck by on-die or on-package co-integration with classical electronics at a temperature of 1–3 K, where the cooling power is orders of magnitude higher than at millikelvin temperatures.”

Il vantaggio è quindi anche in una criogenia dei qubit più facilmente gestibile.

Dall’abstract dell’articolo su Nature. “In current solid-state qubit implementations, an important interconnect bottleneck appears between the quantum chip in a dilution refrigerator and the room-temperature electronics. Advanced lithography supports the fabrication of both control electronics and qubits in silicon using technology compatible with complementary metal oxide semiconductors (CMOS). When the electronics are designed to operate at cryogenic temperatures, they can ultimately be integrated with the qubits on the same die or package, overcoming the ‘wiring bottleneck’. Here we report a cryogenic CMOS control chip operating at 3 kelvin, which outputs tailored microwave bursts to drive silicon quantum bits cooled to 20 millikelvin. We first benchmark the control chip and find an electrical performance consistent with qubit operations of 99.99 per cent fidelity, assuming ideal qubits. Next, we use it to coherently control actual qubits encoded in the spin of single electrons confined in silicon quantum dots and find that the cryogenic control chip achieves the same fidelity as commercial instruments at room temperature. Furthermore, we demonstrate the capabilities of the control chip by programming a number of benchmarking protocols, as well as the Deutsch–Josza algorithm, on a two-qubit quantum processor. These results open up the way towards a fully integrated, scalable silicon-based quantum computer”.

Sui qubit a spin nel modello di Loss–DiVincenzo quantum computer, si parlerà in seguito.

Intel e QuTech

<https://qutech.nl/2022/03/29/intel-qutech-first-industrially-manufactured-qubit/>

29 Marzo 2022. Si annuncia che Intel e QuTech offrono il primo qubit prodotto industrialmente. Ed ecco alcune ulteriori informazioni.

Come abbiamo già visto dalla discussione del chip Horse Ridge, il qubit che interessa Intel e QuTech è basato sullo spin di singoli elettroni catturati in un silicon nanoscale device. Uno dei principali vantaggi di questo dispositivo è la sua somiglianza ai transistor convenzionali. Ma questo non basta. Attualmente, i chip a qubit semiconduttore sono fabbricati in camere bianche utilizzando strumenti ottimizzati a tal scopo. La produzione industriale di semiconduttori, d'altra parte, è estremamente affidabile ma è vincolata a rigide regole di progettazione. Il problema era quindi capire se un progetto di qubit fosse effettivamente realizzabile nell'ambito delle regole industriali, dato che queste ultime sono diverse dalla produzione in laboratorio di quantum dots. La collaborazione Intel e QuTech ha mostrato che i qubit di spin al silicio sono compatibili con la produzione di semiconduttori CMOS. Lieven Vandersypen, che dirige la ricerca per QuTech, afferma che la resa dei dispositivi raggiunta dal team Intel è stata del 98%, rispetto al 50% di quella ottenuta in laboratorio.

“The type of quantum information that makes this qubit is the electron spin. The electron is trapped inside a “box”, given by a potential well in an energy landscape, called a quantum dot. The energy landscape is produced by a combination of material properties (similar layouts to a conventional transistor: silicon–silicon oxide interface) and electric fields. In this way it is possible to isolate and address a single electron in the quantum dot and have full control over its spin.”

Produrre qubit in silicio

Ci ha detto Gabriel Popkin, nel suo “Quest for qubits” del 2016 che Intel è anche lei impegnata nella ricerca sui qubit. Oggi, 2022, Intel dice che può produrre qubit in fabbrica, con una resa del 95%.

Come abbiamo già visto, “Intel e QuTech hanno messo a punto un processo di fabbricazione che permette di ottenere qubit di silicio su larga scala usando i macchinari odierni impiegati per la realizzazione dei tradizionali microprocessori.” E questo è ribadito nell’articolo è di Manolo De Agostini, pubblicato il 16 Aprile 2022, al link https://edge9.hwupgrade.it/news/innovazione/intel-possiamo-produrre-qubit-in-silicio-nelle-nostre-fabbriche-gia-oggi_106449.html (archiviato [Archive](#)).

L’articolo spiega che “i ricercatori sono riusciti a finalizzare con successo un processo in grado di produrre "oltre 10.000 array con diversi spin qubit al silicio su un singolo wafer con una resa del 95%". Un risultato che Intel definisce "notevolmente più alto sia nel numero dei qubit che nella resa rispetto ai tipici processi universitari e di laboratorio usati oggi". Il risultato e l'intero studio è stato pubblicato su Nature Electronics, ... Il nuovo processo si avvale di avanzate tecniche di fabbricazione dei transistor che includono la litografia completamente ottica per produrre gli spin qubit in silicio, la stessa usata da Intel per produrre i chip CMOS di ultima generazione.”

L’articolo è “Qubits made by advanced semiconductor manufacturing”, di Zwerver, et al. (2022), Nature Electronics, al link <https://www.nature.com/articles/s41928-022->

[00727-9](#)

Quantum circuits e atom -based quantum dots

Aggiungiamo una notizia del 22 Giugno 2022, di un notevole passo avanti fatto dalla ricerca australiana. Da “A Huge Step Forward in Quantum Computing Was Just Announced: The First-Ever Quantum Circuit”, di Felicity Nelson, 22 Giugno 2022. <https://www.sciencealert.com/a-huge-step-forward-in-quantum-computing-was-just-announced-the-first-ever-quantum-circuit> (archiviato [Archive](#)).

“Australian scientists have created the world's first-ever quantum computer circuit – one that contains all the essential components found on a classical computer chip but at the quantum scale. The landmark discovery, published in Nature today, was nine years in the making.” Manca il link all’articolo di Nature. Non c’è, c’è solo un link alla rivista in generale. Un’autrice è “Michelle Simmons, founder of Silicon Quantum Computing and director of the Center of Excellence for Quantum Computation and Communication Technology”.

“Simmons says the achievement of moving from quantum transistor [2012] to circuit in just nine years is mimicking the roadmap set by the inventors of classical computers”.

Ecco l’articolo pubblicato il 22 Giugno 2022 su Nature. “Engineering topological states in atom-based semiconductor quantum dots”, M. Kiczynski, S. K. Gorman, H. Geng, M. B. Donnelly, Y. Chung, Y. He, J. G. Keizer & M. Y. Simmons . Nature volume 606, pages 694–699 (2022). Abstract: “The realization of controllable fermionic quantum systems via quantum simulation is instrumental for exploring many of the most intriguing effects in condensed-matter physics. Semiconductor quantum dots are particularly promising for quantum simulation as they can be engineered to achieve strong quantum correlations. However, although simulation of the Fermi–Hubbard model and Nagaoka ferromagnetism have been reported before, the simplest one-dimensional model of strongly correlated topological matter, the many-body Su–Schrieffer–Heeger (SSH) model, has so far remained elusive—mostly owing to the challenge of precisely engineering long-range interactions between electrons to reproduce the chosen Hamiltonian. Here we show that for precision-placed atoms in silicon with strong Coulomb confinement, we can engineer a minimum of six all-epitaxial in-plane gates to tune the energy levels across a linear array of ten quantum dots to realize both the trivial and the topological phases of the many-body SSH model. The strong on-site energies (about 25 millielectronvolts) and the ability to engineer gates with subnanometre precision in a unique staggered design allow us to tune the ratio between intercell and intracell electron transport to observe clear signatures of a topological phase with two conductance peaks at quarter-filling, compared with the ten conductance peaks of the trivial phase. The demonstration of the SSH model in a fermionic system isomorphic to qubits showcases our highly controllable quantum system and its usefulness for future simulations of strongly interacting electrons”.

<https://www.nature.com/articles/s41586-022-04706-0>

Felicity Nelson parla di un quantum circuit, anzi del primo quantum circuit realizzato.

Per i circuiti quantistici, si rimanda a <https://www.sciencedirect.com/topics/computer->

[science/quantum-circuit](#) ed ai vari articoli ivi presentati.

Simulazione catena poliacetilene

Nell'articolo di Nature, si considera “the full Hamiltonian of the extended (spinless) Hubbard model for a linear array of N quantum dots, given by”

$$H_U = \sum_{i=1}^N \epsilon_i n_i + \sum_i U_i n_i (n_i - 1) + \sum_i^{N-1} t_{i,i+1} (c_i^\dagger c_{i+1} + h.c.) + \sum_{i,j} V_{i,j} n_i n_j$$

dove ϵ_i è il livello energetico dell'i-esimo dot of the array, n_i è il dot occupation operator, $t_{i,i+1}$ è il “tunnel coupling between nearest-neighbour dots”, U_i è termine Coulombiano, $V_{i,j}$ è intersite Coulomb interaction c_i^\dagger, c_i sono operatori di creazione e annichilazione.

Questa Hamiltoniana è usata per la simulazione quantistica.

Da “Scientists engineer quantum processor to emulate a small organic molecule”, di Lachlan Gilbert, <https://phys.org/news/2022-06-scientists-quantum-processor-emulate-small.html> . [Archive](#) 23 Giugno 2022

“A team of quantum computer physicists at UNSW Sydney has engineered a quantum processor at the atomic scale to simulate the behavior of a small organic molecule, solving a challenge set some 60 years ago by theoretical physicist Richard Feynman.”

Il circuito quantistico serve per la simulazione del “polyacetylene—a repeating chain of carbon and hydrogen atoms distinguished by alternating single and double bonds of carbon.” La catena è costituita da “10 quantum dots to simulate the precise location of atoms in the polyacetylene chain”.

“The research relied on measuring the electric current through a deliberately engineered 10-quantum dot replica of the polyacetylene molecule as each new electron passed from the source outlet of the device to the drain—the other end of the circuit. ... Not only did the measurements match the theoretical predictions, they matched perfectly.”

Passiamo ora la motivo per cui una catena di 10 atomi è stata scelta. La ragione è che si è così rimasti “within the size limit of what a classical computer is able to compute, with up to 1024 separate interactions of electrons in that system. Increasing it to a 20-dot chain would see the number of possible interactions rise exponentially, making it difficult for a classical computer to solve.” Si è quindi al limite delle possibilità di simulazione classiche.

Spin qubit a quantum dot

“The idea of using quantum dots for quantum computation was first described in [D. Loss and D. P. DiVincenzo, 1998] and [B. E. Kane, 1998]. In the years since, a variety of qubits in quantum dots have been studied, each with their own strengths and weaknesses. Several of the most common ones will be discussed in the following sections, which will explain how they are defined and controlled, their experimental results, and major challenges they face, in an attempt to give some coherence to a broad field of study.” Le sezioni da leggere sono in “Quantum Dots / Spin Qubits”, di

Shannon Harvey.

L'abstract dice "Spin qubits in semiconductor quantum dots represent a prominent family of solid state qubits in the effort to build a quantum computer. They are formed when electrons or holes are confined in a static potential well in a semiconductor, giving them a quantized energy spectrum. The simplest spin qubit is a single electron spin located in a quantum dot, but many additional varieties have been developed, some containing multiple spins in multiple quantum dots, each of which has different benefits and drawbacks. While these spins act as simple quantum systems in many ways, they also experience complex effects due to their semiconductor environment. They can be controlled by both magnetic and electric fields depending on their configuration and are therefore dephased by magnetic and electric field noise, with different types of spin qubits having different control mechanisms and noise susceptibilities". L'articolo vi mostra la crescente varietà di dispositivi a semiconduttore. Il testo disponibile in arXiv <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.04261> è una review scritta per la Oxford Research Encyclopedia of Physics, March 2022).

<https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190871994.013.83>

Verso lo zero assoluto

La logistica fisica di cui ha bisogno il calcolo quantico reale (si intende a qubit, come nel caso D-Wave, Microsoft, Intel) è quella relativa alla ultra-criogenia, nonché quella relativa ai microchip. L'interfaccia tra ambiente ultra-criogenico e la temperatura ambiente è attualmente in risoluzione con Gooseberry e Horse Ridge ed i quantum dots al silicio.

Da "La Criogenia e la barriera dello zero assoluto", di Alessandro Morgia 7 Marzo 2020 Scienza & Tecnologia <https://it.emcelettronica.com/la-criogenia-e-la-barriera-dello-zero-assoluto>

"La Criogenia è una branca della fisica che studia, genera e utilizza temperature bassissime, appunto criogeniche, difficilmente riproducibili se non in laboratorio o nell'universo cosmico. ... In molte applicazioni sperimentali la Criogenia viene utilizzata per diminuire il rumore generato dall'agitazione termica a livello microscopico, permettendo di far passare o rilevare meglio un segnale particolarmente debole. Ciò è necessario per il funzionamento di sensori ad alta precisione e soggetti naturalmente a rumore termico. ... La struttura della materia teoricamente presenta un limite inferiore di temperatura che è pari a $-273.15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ".

L'articolo definisce il limite come "famoso zero assoluto". È lo zero della scala Kelvin. Si dice "assoluto" poiché la scala relativa si basa sul secondo principio della termodinamica e non su una sostanza termometrica, come ad esempio la scala centigrada. Per il terzo principio della termodinamica tale zero non è raggiungibile.

Temperature prossime allo zero assoluto si raggiungono "con tecniche molto sofisticate". A tali temperature, "la materia mostra proprietà che normalmente non osserviamo direttamente. Ad esempio la superconduttività, la superfluidità e la condensazione di Bose-Einstein. Lo studio dei fenomeni di transizione di fase della materia cerca di mettere a punto sistemi criogenici che consentano di raggiungere temperature sempre più basse e sempre più vicine allo zero assoluto".

Per la criogenia, il “metodo più semplice per ora è mettere in contatto termico il sistema da raffreddare con un liquido a bassa temperatura di ebollizione. Un liquido avente tale caratteristica è detto "liquido criogenico". Riducendo poi la pressione di vapore in equilibrio con il liquido porta il liquido stesso a raggiungere temperature più basse di quella normale di ebollizione. Per ridurre la pressione bisogna applicare sofisticate tecniche da vuoto basate su particolari pompe meglio dette "criopompe". Si parte dal presupposto, quasi sempre verificato a temperature criogeniche, che la capacità termica del contenitore e di tutto il sistema a contatto con il bagno sia trascurabile rispetto alla capacità termica del liquido stesso. Per capacità termica si intende la capacità di trasferire calore da parte di un materiale, quindi in questo caso il contenitore deve essere costituito da un materiale capace di trasferire il meno possibile calore dall'esterno all'interno dove è presente il liquido criogenico e tutto il sistema criogenico attivo. Il pompaggio sul bagno di liquido criogenico provoca un notevole consumo aggiuntivo di liquido, che in parte evapora per raffreddare la quantità restante. ... A seconda del tipo di lavoro in cui la criogenia deve essere applicata il sistema criogenico cambia completamente, il procedimento è sempre lo stesso, ma possono cambiare i liquidi applicati, le tecniche da vuoto, la tipologia di criostato, i materiali, i sistemi di isolamento termico, le temperature criogeniche da raggiungere e molti altri fattori teorici e tecnici per l'implementazione. ...”

Sycamore (Google's Artificial Intelligence division)

Passiamo ora a Google ed al suo computer Sycamore, un altro computer che, come Borealis, ha ricevuto ampio interesse dalla stampa. I qubit di Sycamore si basano sui transmon. Il Sycamore opera attraverso porte quantistiche.

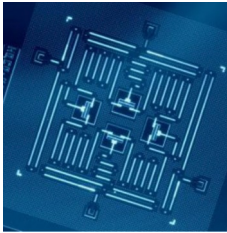
Da “Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”, Frank Arute et al., Ottobre 2019. Nature volume 574, pages 505–510 (2019),

<https://www.nature.com/articles/s41586-019-1666-5>

“The promise of quantum computers is that certain computational tasks might be executed exponentially faster on a quantum processor than on a classical processor. A fundamental challenge is to build a high-fidelity processor capable of running quantum algorithms in an exponentially large computational space. Here we report the use of a processor with programmable superconducting qubits to create quantum states on 53 qubits, corresponding to a computational state-space of dimension 2^{53} (about 10^{16}). Measurements from repeated experiments sample the resulting probability distribution, which we verify using classical simulations. Our Sycamore processor takes about 200 seconds to sample one instance of a quantum circuit a million times—our benchmarks currently indicate that the equivalent task for a state-of-the-art classical supercomputer would take approximately 10,000 years. This dramatic increase in speed compared to all known classical algorithms is an experimental realization of quantum supremacy for this specific computational task, heralding a much-anticipated computing paradigm.”

“We designed a quantum processor named ‘Sycamore’ which consists of a two-dimensional array of 54 (se ne usano 53, poiché uno è difettoso) transmon qubits, where each qubit is tunably coupled to four nearest neighbours, in a rectangular lattice. ... A key systems engineering advance of this device is achieving high-fidelity single- and

two-qubit operations, not just in isolation but also while performing a realistic computation with simultaneous gate operations on many qubits. ... In a superconducting circuit, conduction electrons condense into a macroscopic quantum state, such that currents and voltages behave quantum mechanically. Our processor uses transmon qubits, which can be thought of as nonlinear superconducting resonators at 5–7 GHz. The qubit is encoded as the two lowest quantum eigenstates of the resonant circuit. Each transmon has two controls: a microwave drive to excite the qubit, and a magnetic flux control to tune the frequency. Each qubit is connected to a linear resonator used to read out the qubit state.”



Un dispositivo a “four transmon qubits, four quantum buses, and four readout resonators fabricated by IBM and published in npj Quantum Information in January 2017”.

Sycamore e i cristalli temporali

Del Dicembre 2021 è una notizia relativa al Sycamore. “Cosa sono i cristalli temporali, appena ottenuti con il computer quantistico di Google”. “Sono particolari strutture che si ripetono e sono regolari nel tempo invece che nello spazio, come avviene per i cristalli tradizionali. Un gruppo di Stanford li ha ottenuti grazie al processore quantistico Sycamore”. Viola Rita, 14 Dicembre 2021, Wired Italia, <https://www.wired.it/article/cristalli-temporali-computer-quantistico-google-fisica/> (archiviato [Archive](#)).

L’esperimento è descritto in Nature, “Time-crystalline eigenstate order on a quantum processor”, di Xiao Mi et al., volume 601, pages 531–536 (2022).

“Quantum many-body systems display rich phase structure in their low-temperature equilibrium states. However, much of nature is not in thermal equilibrium. Remarkably, it was recently predicted that out-of-equilibrium systems can exhibit novel dynamical phases that may otherwise be forbidden by equilibrium thermodynamics, a paradigmatic example being the discrete time crystal (DTC). Concretely, dynamical phases can be defined in periodically driven many-body-localized (MBL) systems via the concept of eigenstate order. In eigenstate-ordered MBL phases, the entire many-body spectrum exhibits quantum correlations and long-range order, with characteristic signatures in late-time dynamics from all initial states.” Nel loro esperimento, gli autori “implement tunable controlled-phase (CPHASE) gates on an array of superconducting qubits to experimentally observe an MBL-DTC and demonstrate its characteristic spatiotemporal response for generic initial states”.

L’esperimento è stato condotto su una catena lineare open-ended di “20 superconducting transmon qubits (Q_1 to Q_{20}) that are isolated from a two-dimensional grid. We drive the qubits via a time-periodic (Floquet) circuit”:

$$\hat{U}_F = e^{-\frac{i}{2} \sum_i h_i \hat{Z}_i} e^{-\frac{i}{4} \sum_i h_i \hat{Z}_i \hat{Z}_{i+1}} e^{-\frac{i}{2} \pi g \sum_i h_i \hat{X}_i}$$

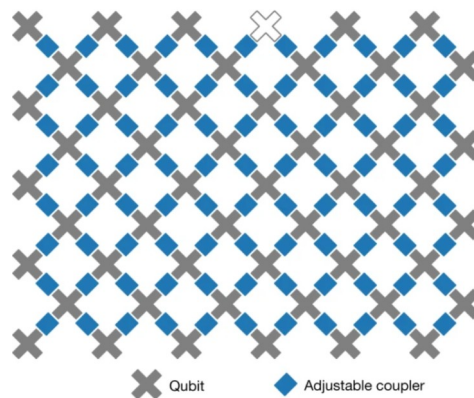
Nel propagatore, il primo termine è di “longitudinal fields”, il secondo è di “Ising interaction”, e il terzo di “x rotation by πg ”. Nel propagatore si possono riconoscere gli operatori di Pauli.

Sycamore e la chimica

Sempre da Wired Italia: “La prima simulazione di una reazione chimica con un computer quantistico”. “Con Sycamore, il super computer quantistico di Google, gli scienziati sono riusciti a simulare per la prima volta una reazione chimica di una molecola composta da 4 atomi. Tanto che in futuro i computer quantistici potrebbero aiutare a studiare e simulare nuove sostanze chimiche”, di Viola Rita , 31.08.2020, al link <https://www.wired.it/scienza/lab/2020/08/31/prima-simulazione-reazione-chimica-computer-quantistico/> (archiviato [Archive](#)).

“Per la simulazione della diazina i ricercatori hanno utilizzato 12 dei 54 qubit – i bit quantistici, le unità dell’informazione quantistica – una prova molto più ampia e strutturata di tutte le precedenti”.

La ricerca è pubblicata in Science, “Hartree-Fock on a superconducting qubit quantum computer”. Alla pagina <https://www.science.org/doi/10.1126/science.abb9811> troviamo “Twelve-qubit quantum computing for chemistry”. “Accurate electronic structure calculations are considered one of the most anticipated applications of quantum computing that will revolutionize theoretical chemistry and other related fields. Using the Google Sycamore quantum processor, Google AI Quantum and collaborators performed a variational quantum eigensolver (VQE) simulation of two intermediate-scale chemistry problems: the binding energy of hydrogen chains (as large as H₁₂) and the isomerization mechanism of diazene (see the Perspective by Yuan). The simulations were performed on up to 12 qubits, involving up to 72 two-qubit gates, and show that it is possible to achieve chemical accuracy when VQE is combined with error mitigation strategies. The key building blocks of the proposed VQE algorithm are potentially scalable to larger systems that cannot be simulated classically.”



Architettura Sycamore

Da Arute, F., Arya, K., Babbush, R., Bacon, D., Bardin, J. C., Barends, R., ... & Martinis, J. M. (2019). Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574(7779), 505-510.

“In a superconducting circuit, conduction electrons condense into a macroscopic quantum state, such that currents and voltages behave quantum mechanically. Our processor uses transmon qubits, which can be thought of as nonlinear superconducting resonators at 5–7 GHz. The qubit is encoded as the two lowest quantum eigenstates of the resonant circuit. Each transmon has two controls: **a microwave drive to excite the qubit**, and **a magnetic flux control to tune the frequency**. Each qubit is connected to a linear resonator used to read out the qubit state. As shown in (l’immagine data prima), **each qubit is also connected to its neighbouring qubits** using a new adjustable **coupler**. Our coupler design allows us to quickly tune the qubit–qubit coupling ... One qubit did not function properly, so the device uses 53 qubits and 86 couplers.”

“The processor is fabricated using aluminium for metallization and Josephson junctions, and indium for bump-bonds between two silicon wafers. The chip is wire-bonded to a superconducting circuit board and cooled to below 20 mK in a dilution refrigerator to reduce ambient thermal energy to well below the qubit energy. The processor is connected through filters and attenuators to room-temperature electronics, which synthesize the control signals. The state of all qubits can be read simultaneously by using a frequency-multiplexing technique.”

“We execute single-qubit gates by driving **25-ns microwave pulses resonant** with the qubit frequency **while** the qubit–qubit coupling is turned off. The pulses are shaped to minimize transitions to higher transmon states. ... We therefore optimize the single-qubit operation frequencies to mitigate these error mechanisms.”

Transmon

Sycamore usa il transmon qubit come IBM. Da <https://en.wikipedia.org/wiki/Transmon>
Nel calcolo quantistico, e specialmente nel “superconducting quantum computing”, un transmon è un tipo di “superconducting charge qubit”, studiato per diminuire la sensibilità al rumore di carica. Il transmon è stato sviluppato da Robert J. Schoelkopf, Michel Devoret, Steven M. Girvin, Isaiah T. Chiraira, e colleghi della Yale University nel 2007. Il nome è l’abbreviazione di “transmission line shunted plasma oscillation” qubit. Consiste di una Cooper-pair box "where the two superconductors are also capacitatively shunted in order to decrease the sensitivity to charge noise, while maintaining a sufficient anharmonicity for selective qubit control".

“The transmon achieves its reduced sensitivity to charge noise by significantly increasing the ratio of the Josephson energy to the charging energy. This is accomplished through the use of a large shunting capacitor. The result is energy level spacings that are approximately independent of offset charge. ...”

Il transmon è simile al primo “charge qubit”, conosciuto come "Cooper-pair box". Sono

entrambi i dispositivi descritti dalla stessa Hamiltoniana, con la differenza di E_J/E_C ottenuta dalla giunzione Josephson con una capacità aggiunta. E_J è l'energia della giunzione di Josephson, e E_C è l'energia di carica del condensatore. "Measurement, control and coupling of the transmons is performed by means of microwave resonators with techniques of circuit quantum electrodynamics, also applicable to other superconducting qubits. The coupling to the resonators is done by putting a capacitor between the qubit and the resonator, at a point where the resonator electromagnetic field is biggest".

Charge qubits

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Charge_qubit

A charge qubit is also known as Cooper-pair box. It is a qubit whose basis states are charge states (i.e. states which represent the presence or absence of excess Cooper pairs in the island). In superconducting quantum computing, a charge qubit is formed by a tiny superconducting island coupled by a Josephson junction (or practically, superconducting tunnel junction) to a superconducting reservoir. The state of the qubit is determined by the number of Cooper pairs which have tunneled across the junction. ... the charge states of such an "island" involve a macroscopic number of conduction electrons of the island. The quantum superposition of charge states can be achieved by tuning the gate voltage U that controls the chemical potential of the island. The charge qubit is typically read-out by electrostatically coupling the island to an extremely sensitive electrometer such as the radio-frequency single-electron transistor.

Ecco un altro dettaglio che ci porta alla logica del calcolo quantistico, e riguarda la fabbricazione. Essa avviene con la tecnologia della microelettronica e la superconduttività.

"Charge qubits are fabricated using techniques similar to those used for microelectronics. The devices are usually made on silicon or sapphire wafers using electron beam lithography (different from phase qubit, which uses photolithography) and metallic thin film evaporation processes. To create Josephson junctions, a technique known as shadow evaporation is normally used; this involves evaporating the source metal alternately at two angles through the lithography defined mask in the electron beam resist. This results in two overlapping layers of the superconducting metal, in between which a thin layer of insulator (normally aluminum oxide) is deposited."

"To-date, the realizations of qubits that have had the most success are ion traps and NMR, with Shor's algorithm even being implemented using NMR. However, it is hard to see these two methods being scaled to the hundreds, thousands, or millions of qubits necessary to create a quantum computer. Solid-state representations of qubits are much more easily scalable, but they themselves have their own problem: decoherence. Superconductors, however, have the advantage of being more easily scaled, and they are more coherent than normal solid-state systems."

Google e IBM

Dal [Sole24Ore](#) del 24 Ottobre 2019, archiviato al link seguente [Archive](#) . "Il computer

quantistico è realtà. Supremazia di Google ma Ibm non ci sta”, di Luca Tremolada. “Risolto in 200 secondi un calcolo che un supercomputer tradizionale risolverebbe in 10.000 anni. Google conquista la supremazia nel quantum computing ma Ibm non ci sta e non ci crede”. La notizia è relativa al Sycamore. Ma il Sycamore è un esperimento sulla possibilità di risolvere un calcolo.

Non esiste il computer che è stato programmato ed ha risolto in 200 secondi un problema (qualsiasi) che un supercomputer tradizionale risolverebbe in 10.000 anni. Ed infatti l'articolo sottolinea: “Quello pubblicato ieri [24 Ottobre 2019] è un esperimento di informatica teorica. Gli scienziati di Google avrebbero dimostrato la capacità di un processore quantistico di risolvere un calcolo che un computer tradizionale compierebbe in anni e anni.” [Sole24Ore]. “Fino a oggi, spiegano gli esperti di intelligenza artificiale, nessuno era riuscito a mantenere una coerenza quantistica così a lungo. E nessuno sa come ci siano riusciti. Entusiasta Sundar Pichai, il Ceo di Google, in un post sul blog ufficiale ha celebrato la supremazia della sua azienda. Meno felice è Ibm che sta lavorando per commercializzare il proprio computer quantistico e che sul Wsj ha dichiarato di non credere ai risultati raggiunti, affermando che il problema che è stato affidato alla macchina di Big G potrebbe essere gestito da un computer tradizionale in 2 giorni e mezzo e non in diecimila anni” [Sole24Ore]

Supremazia quantistica

Ed ora, vediamo un articolo in cui troviamo menzionata la supremazia quantistica ed il computer Sycamore, nonché l'IBM. Ma non troviamo solo i computer di Google ed IBM; troviamo anche il computer quantistico Jiuzhang. Da “Cos'è la supremazia quantistica e perché è importante”. [Manca autore e data] www.fastweb.it/fastweb-plus/digital-magazine/cos-e-la-supremazia-quantistica/ (archiviato [Archive](#))

“La corsa alla supremazia quantistica non si ferma. I ricercatori creano computer quantistici sempre più potenti e veloci in grado di eseguire calcoli fino ad oggi ritenuti impossibili coi computer tradizionali. Queste macchine basate sul calcolo quantistico possono così eseguire in appena pochi minuti le elaborazioni che a un normale computer richiederebbero miliardi di anni. Il nuovo record è stato raggiunto dai ricercatori in Cina, i quali, con il supercomputer Jiuzhang, hanno completato in appena 200 secondi un calcolo che avrebbe richiesto ai migliori computer non-quantistici attualmente disponibili circa 2.5 miliardi di anni. La Cina si aggiudica così la supremazia quantistica nel 2020, battendo il precedente record registrato da Google nel 2019, il cui supercomputer Sycamore a 53 qubit ha svolto un calcolo che avrebbe richiesto 10mila anni di computazione "ordinaria" in appena 3 minuti e 20 secondi. Google riuscì così a conquistare la supremazia quantistica, battendo a sua volta il precedente risultato raggiunto dal supercomputer di IBM, che non lasciò volentieri ai ricercatori di Mountain View il primato.” [Fastweb]

“ ... Il primato raggiunto da Google fu contestato da IBM, che rispose duramente all'annuncio della supremazia quantistica accusando Google di aver sbagliato i conteggi e che il supercomputer Summit avrebbe eseguito il calcolo in 2 giorni e mezzo, non 10.000 anni. L'errore, secondo IBM, era nel non considerare che il supercomputer tradizionale avrebbe potuto eseguire i calcoli non solo con una enorme quantità di

RAM, ma sfruttando anche lo storage su disco, ottenendo un risultato anche più accurato oltre che più veloce.” [Fastweb]

“Nel 2020 però arrivano nuovi pretendenti per la supremazia quantistica: ricercatori cinesi appartenenti a diverse università e istituzioni che hanno unito le forze per realizzare il computer quantistico Jiuzhang. Al contrario del progetto Sycamore di Google, dove il processore è basato su qubit realizzati con materiali superconduttori, il computer quantistico *Jiuzhang* è *basato su fotoni* in grado di eseguire un unico tipo di operazione molto specifica: il campionamento del bosone gaussiano. Il risultato ottenuto dai ricercatori cinesi è stato pubblicato sulla rivista scientifica *Science* e rappresenta un passo avanti nel calcolo quantistico.” [Fastweb]

Dopo varie altre informazioni si legge: “Il vero problema della valutazione della velocità di un computer quantistico, e quindi della stessa supremazia quantistica, è che questo tipo di elaboratori viene realizzato per eseguire uno specifico "set" di calcoli. Questi calcoli vengono portati a termine con una velocità incredibile, ma non è affatto detto che si possano ottenere le stesse prestazioni, con lo stesso computer quantistico, su un diverso "set" di istruzioni, come invece avviene per i computer tradizionali, in grado di elaborare una grande gamma di istruzioni di diversa origine e tipologia. Siamo ancora lontani, quindi, dal quantum computing universale”. [Fastweb]

La trasformata ottica di Fourier

Questa ultima considerazione mi ricorda che esiste la trasformata ottica di Fourier, utilizzata in passato (anche da Sparavigna, A., & Wolf, R. A. (2008). *Fourier optics for polymeric substrates and coating textures analysis*. ArXiv:0801.2946. DOI <https://doi.org/10.48550/arXiv.0801.2946> e Sparavigna, A., Dorma, G., & Montrucchio, B. (2006). *Diffractive optics for fabric fault detection*. SCI2006 Orlando, Florida Orlando, Florida, July, 16-19.)

Si può costruire un dispositivo ottico che esegue una sola operazione, quella della trasformata di Fourier. L'esecuzione della trasformata non richiede tempo di calcolo, ma non è possibile usare il dispositivo per un'altra operazione.

Come operano allora i computer quantistici ottici?

La luce boreale

Advantage using photons (Jiuzhang)

Il vantaggio computazionale di Jiuzhang è descritto in Zhong, H. S. et al. (2020). *Quantum computational advantage using photons*. *Science*, 370(6523), 1460-1463. Il preprint è disponibile in <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2012/2012.01625.pdf>

“Inspired by the original proposal of Aaronson and Arkhipov, numerous experiments

have demonstrated boson sampling with continuously increasing complexity. However, scaling up boson sampling to a computationally interesting regime remained an outstanding experimental challenge. The early proof-of-principle demonstrations of boson sampling used probabilistic, post-selected pseudo-single photons from parametric down-conversion (PDC). ... Recently, Gaussian boson sampling (GBS) has emerged as a new paradigm that can not only provide a highly efficient approach to large-scale implementations but also offer potential applications in graph-based problems, point processes, and quantum chemistry”. Invece di usare “single photons, GBS makes full use of the Gaussian nature of the PDC sources and utilizes single-mode squeezed states (SMSS) as input non-classical light sources which can be deterministically prepared. ... Computing the Torontonian, which is an infinite sum of Hafnians, is a computationally hard problem in the complexity class $\#P$.³ Many efforts have been devoted to benchmarking the classical computational capacity of calculating the Hafnians and Torontonians on supercomputers using continuously optimized algorithms. The most efficient method so far reported that it takes about two days to evaluate a Torontonian function for a 50-photon click pattern”.

Sulla Torontonian si veda Quesada, N., Arrazola, J. M., & Killoran, N. (2018). “Gaussian boson sampling using threshold detectors”, *Physical Review A* e gli altri riferimenti dati nell’articolo su Science.

L’articolo Zhong, H. S. et al. (2020) descrive poi il computer quantistico. Sintetizzando molto: si parte con le quantum light source arrays. Il sistema laser è Mira 900, 1.4 W a impulsi a 250 kHz, central wavelength 776 nm, pulse width 200 fs. I ricercatori hanno usato una ripetizione a ~ 80 MHz. Si è usato un “deformable mirror to cancel unwanted chirp and dispersion of the laser pulse, reshaping it to reach Fourier transform limit”. Il tutto è necessario per avere i fotoni utili alla simulazione. “The laser is split into 13 paths with equal intensity, and focused on 25 individual PPKTP crystals”. Vengono così prodotti “25 two-mode squeezed states (TMSSs) as input, which, due to our hybrid-encoding (which will be discussed later) unitary transformation, is equivalent to 50 SMSSs [single-mode squeezed states]. The relative phase and squeezing parameter for each pair are” given in the article. “The whole optical setup - from the 25 PPKTPs to the 100-mode interferometer - must be locked to a fixed phase in the presence of various environmental perturbations. ... After propagating through a ~ 2 -m free space and 20-m optical fiber, a ~ 10 μ W laser pulse is separated by a dichromatic mirror, which is then combined on a beam splitter with the reference laser pulse. ... After the dichromatic mirror ... the squeezed states are then sent into the multi-mode interferometer, ... In the output of this interferometer, half- and quarter-wave plates set at random angles are used to apply random transformations between the two orthogonal polarizations, which are then split into two spatial modes using 50 polarizing beam

3 Da <https://it.wikipedia.org/wiki/Sharp-P>. “Nella teoria della complessità computazionale, la classe di complessità $\#P$ (pronunciata "sharp P" o, a volte, "numero P" o "cancellotto P") è l'insieme dei problemi di conteggio associati ai problemi decisionali nell'insieme NP. Più formalmente, $\#P$ è la classe dei problemi di funzione della forma "computa $f(x)$ ", dove f è il numero di percorsi di accettazione di una macchina di Turing non deterministica che funziona in tempo polinomiale. Diversamente dalle maggior parte delle classi di complessità note, non è una classe di problemi di decisione, ma una classe di problemi di funzione”.

splitters. ... Finally, the 100 output modes are detected by 100 superconducting nanowire single-photon detectors with an average efficiency of 81% (see SOM)”.

L'ultima pagina di <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2012/2012.01625.pdf> mostra il computer. È spettacolare.

Zuchongzhi 2.1

La ricerca cinese non si limita al computer a qumode.

Da english.cas.cn/newsroom/cas_media/202110/t20211028_289325.shtml Ottobre 2021. “China Achieves Quantum Computational Advantage in Two Mainstream Technical Routes”, Editor: LIU Jia | Oct 28, 2021. (archiviato [Archive](#))

“A Chinese research team has successfully designed a 66-qubit programmable superconducting quantum computing system named "Zuchongzhi 2.1," significantly enhancing the quantum computational advantage.” La Cina è il “first country to achieve a quantum computational advantage in two mainstream technical routes -- one via photonics quantum computing technology and the other via superconducting quantum computing technology”. [Liu]

In December 2020, the researchers built the quantum computer prototype, "Jiuzhang," through which up to 76 photons were detected, achieving quantum computational advantage.” [Liu]

“Gaussian boson sampling (GBS) based on photons and random quantum circuits sampling based on superconducting qubits are two major technical schemes to demonstrate a quantum computational advantage in experiments. In May this year, the researchers designed a 62-qubit programmable superconducting quantum processor named "Zuchongzhi," achieving two-dimensional programmable quantum walks on the system”. [Liu]

L'articolo dell'ottobre 2021 assegna il vantaggio alla Cina sia in qubit che in qumode. Oggi, quella a qumode, è passata a Borealis.

L'abaco di Borealis con i qumode

Abbiamo parlato molto di qubit e della loro implementazione in dispositivi superconduttori e di altri tipi. Abbiamo anche parlato dei computer con QPU ottica. Sono i due sistemi, che producono ad esempio un QPU IBM ed un QPU Xanadu, confrontabili? Ardua sentenza!

Da “Processori quantici fotonici, la nuova frontiera della capacità di calcolo”, <https://www.fastweb.it/fastweb-plus/digital-magazine/processori-quantici-fotonici-la-nuova-frontiera-della-capacita-di-calcolo/> (archiviato [Archive](#)).

Sottotitolo: “Sfruttare le proprietà della luce infrarossa per costruire un nuovo tipo di processore quantico fotonico: la sfida dei computer quantistici passa dai qumode”.

“La costruzione di un computer quantistico parte prima di tutto dalla ricerca del materiale più adatto per le sue componenti hardware.” Uno nuovo è la luce infrarossa. Stiamo parlando di Xanadu, che ha “realizzato due computer quantici fotonici sfruttando proprio le proprietà dei raggi laser infrarossi. Utilizzare raggi laser piuttosto che materiali superconduttori apre a un nuovo modo di pensare il computer quantistico, che è molto diverso da quello a cui ci stiamo abituando in questi anni. Niente qubit per

l'architettura del chip della startup canadese, ma fasci di luce laser infrarossa che trasportano le informazioni "rimbalzando" su un chip al silicio. Come un "abaco" quantistico, il computer elabora complessi algoritmi contando il numero di fotoni nei raggi laser riflessi piuttosto che le perline di legno, rivelandosi così più veloce nel calcolo rispetto a un convenzionale PC”.

“Se quindi nell'abaco le perline di legno vengono mosse seguendo una serie di regole e il risultato finale sarà dato dal numero di perline su ognuna delle righe, nel processore quantico fotonico un set di 8 o 12 fasci laser infrarossi vengono riflessi, combinati e fatti interagire in modo controllato seguendo le regole della meccanica quantistica. Il risultato finale sarà il conteggio del numero di fotoni in ogni fascio dopo aver svolto complessi calcoli.”

Invece del qubit si usa il qumode. “Utilizzando i fotoni come unità fondamentale per trasportare le informazioni, quello che si ottiene è un'architettura del processore quantico fotonico basata sul "quantum mode" (chiamato anche "qumode") che è caratterizzata da un sistema a variabile continua.” Dopo aver ricordato il principio di indeterminazione di Heisenberg, si dice che Xanadu usa lo "squeezing" della luce.

Si veda anche “Explore quantum computational advantage with Xanadu’s Borealis device on Amazon Braket”, di by Cedric Lin, Eric Kessler, Jordan Sullivan, and Stefan Natu | on 02 JUN 2022, in Amazon Braket, Announcements, Quantum Technologies , <https://aws.amazon.com/it/blogs/quantum-computing/explore-quantum-computational-advantage-with-xanadus-borealis-device-on-amazon-braket/> ed in particolare, vediamo cosa si dice del cloud: “Customers can access Borealis on Braket by using Strawberry Fields, Xanadu’s open source library for photonic quantum computing. Like in the experiment above, you can specify different operations to be applied to each qumode with some restrictions arising from the physical architecture of the device. You can define the initial squeezing parameter of each qumode by applications of Sgates [squeezing gates] on each qumode at the beginning of the program. Then, for each of the three loop interferometers and for each qumode, you can specify a single qumode rotation angle via Rgates [rotation], as well as the transmittivity of Bsgates [boson sampling] between the qumode and the time-delayed qumode given by the delay of the respective interferometer.”

Un nuovo abaco da studiare.

Borealis è come un Lichtperlenpiel, un gioco delle perle di luce, parafrasando il Das Glasperlenpiel (il gioco delle perle di vetro), romanzo del 1943 di Hermann Hesse. Tale romanzo viene talvolta detto Magister Ludi, "maestro di gioco", dal nome di uno dei personaggi; questa locuzione latina può essere intesa anche come gioco di parole, avendo ludus entrambi i significati di "gioco" e di "scuola".

Qumodes in quantum photonics

Abbiamo da imparare un altro linguaggio per programmare Borealis.

Da <https://strawberryfields.ai/photronics/concepts/photronics.html>

“Many physical systems are intrinsically continuous, with light being the prototypical example. Such systems reside in an infinite-dimensional Hilbert space, offering a paradigm for quantum computation which is distinct from the qubit model. This continuous-variable model takes its name from the fact that the quantum operators underlying the model have continuous spectra. The CV model is a natural fit for simulating bosonic systems (electromagnetic fields, harmonic oscillators, phonons, Bose-Einstein condensates, or optomechanical resonators) and for settings where continuous quantum operators – such as position & momentum – are present. Even in classical computing, recent advances from deep learning have demonstrated the power and flexibility of a continuous picture of computation”.

Passiamo dal qubit al qumode.

Basic element	Qumodes	Qubits
Relevant operators	Quadrature operators \hat{x}, \hat{p} Mode operators \hat{a}, \hat{a}^\dagger	Pauli operators $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$
Common states	Coherent states $ \alpha\rangle$ Squeezed states $ z\rangle$ Number states $ n\rangle$	Pauli eigenstates $ 0/1\rangle, \pm\rangle, \pm i\rangle$
Common gates	Rotation, Displacement, Squeezing, Beamsplitter, Cubic Phase	Phase Shift, Hadamard, CNOT, T Gate

“The

dichotomy between qubit and CV systems is perhaps most evident in the basis expansions of quantum states:”

$$\text{Qubit: } |\phi\rangle = \phi_0|0\rangle + \phi_1|1\rangle$$

$$\text{Qumode: } |\psi\rangle = \int dx \psi(x)|x\rangle$$

... nothing to get hung about, Strawberry fields forever

Encoding a qubit in an oscillator

Dice Strawberry Fields: “**Qubit-based computations can be embedded into the CV picture**, e.g., by using the **Gottesman-Knill-Preskill (GKP) embedding**, so the CV model is as computationally powerful as its qubit counterparts”.

“Quantum error-correcting codes are constructed that embed a finite-dimensional code space in the infinite-dimensional Hilbert space of a system described by continuous quantum variables. These codes exploit the noncommutative geometry of phase space to protect against errors that shift the values of the canonical variables q and p . In the setting of quantum optics, fault-tolerant universal quantum computation can be executed on the protected code subspace using linear optical operations, squeezing, homodyne

detection, and photon counting; however, nonlinear mode coupling is required for the preparation of the encoded states. Finite-dimensional versions of these codes can be constructed that protect encoded quantum information against shifts in the amplitude or phase of a d-state system. Continuous-variable codes can be invoked to establish lower bounds on the quantum capacity of Gaussian quantum channels.” Gottesman, D., Kitaev, A., & Preskill, J. (2001). “Encoding a qubit in an oscillator”. *Physical Review A*, 64(1), 012310.

Gottesman-Knill-Preskill (GKP) embedding

Il sito <https://www.xanadu.ai/photonics> dice “Xanadu’s architecture is modular and capable of scaling to one million qubits through optical networking. To get there, we are developing a manufacturable, fault-tolerant module consisting of four components that work together to generate, entangle, and process thousands of qubits.”

Qubits? Andiamo a leggere il Blueprint Paper di Xanadu. Disponibile su arXiv, <https://arxiv.org/abs/2010.02905>

“Photonics is currently the only platform that enables building room-temperature, modular, and easily-networked quantum computers. The advantages of photonics are augmented by using qubits that are encoded into the state of light using a method proposed by Gottesman, Kitaev and Preskill (GKP). These **so-called GKP qubits** are a leading candidate for optical quantum computation because: (i) an important class of gates, operations, and measurements on these states can be performed with Gaussian resources, which are natively available and easy to implement on integrated photonic devices, and (ii) they are inherently robust to noise and optical losses. Moreover, computation with GKP qubits can be performed at room-temperature, which makes them especially attractive for the scalable fabrication and operation of quantum computers.”

“Specifically, GKP qubits can be produced by **Gaussian boson sampling (GBS) devices**. These devices displace, squeeze, and interfere light – all Gaussian operations – and then guide it toward photon-counting detectors.”

Lo schema del chip di Borealis è così commentato: “Photonic quantum computation using hybrid resource states. A planar chip (top) generates a resource state for fault tolerant quantum computation. The optical modes comprising the lattice are either GKP states of light (red dots) or squeezed light (blue dots); whenever the former is unavailable – its generation is probabilistic – the latter is guaranteed to be there. The light is measured at homodyne detectors (bottom), whose output is carefully decoded. Measurement settings are changed accordingly to perform measurement-based quantum computation”.

La luce è in uno stato squeezed “if its electric field strength \mathcal{E} for some phases θ has a quantum uncertainty smaller than that of a coherent state. The term squeezing thus refers to a reduced quantum uncertainty. To obey Heisenberg's uncertainty relation, a squeezed state must also have phases at which the electric field uncertainty is anti-squeezed, i.e. larger than that of a coherent state”.

Si possono generare, partendo dagli stati squeezed, dei qubit tramite il GBS, Gaussian Boson Sampling. “GBS state preparation consists of sending N displaced squeezed

vacuum states into a general interferometer on N modes, followed by PNR (photon-number-resolver) detectors on $N - 1$ of the modes, as depicted in Fig. 1.” (vi veda il Blueprint)

Nell’abstract si sottolinea che “Central to our architecture is the generation and manipulation of three-dimensional resource states comprising both bosonic qubits and squeezed vacuum states. The proposal exploits state-of-the-art procedures for the non-deterministic generation of bosonic qubits combined with the strengths of continuous-variable quantum computation, namely the implementation of Clifford gates using easy-to-generate squeezed states”.

Optical hybrid approaches to quantum information

Lettura suggerita - Van Loock, P. (2011). Optical hybrid approaches to quantum information. *Laser & Photonics Reviews*, 5(2), 167-200.

<https://arxiv.org/pdf/1002.4788.pdf>

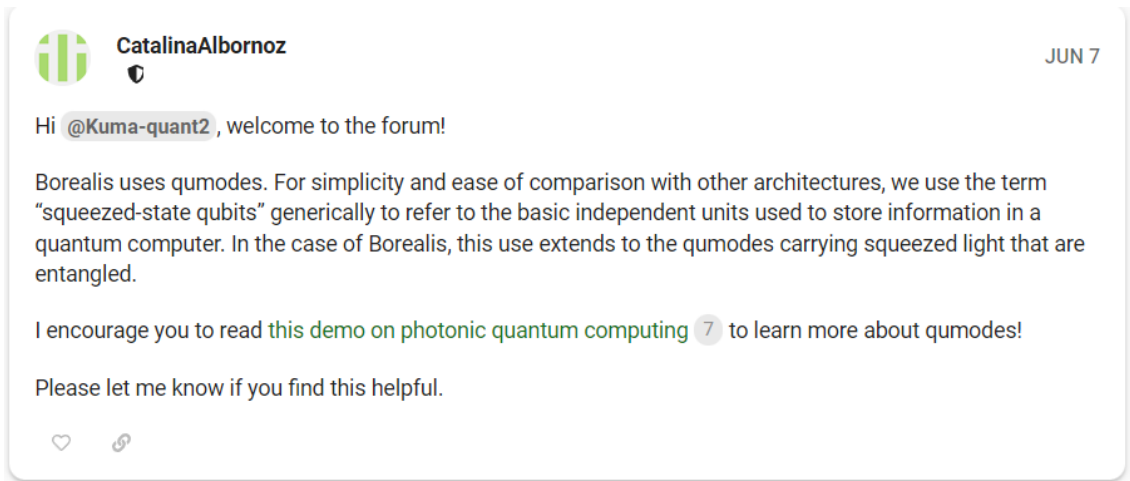
“This article reviews recent hybrid approaches to optical quantum information processing, in which both discrete and continuous degrees of freedom are exploited. There are well-known limitations to optical single-photon-based qubit and multi-photon-based qumode implementations of quantum communication and quantum computation, when the toolbox is restricted to the most practical set of linear operations and resources such as linear optics and Gaussian operations and states. The recent hybrid approaches aim at pushing the feasibility, the efficiencies, and the fidelities of the linear schemes to the limits, potentially adding weak or measurement-induced nonlinearities to the toolbox.”

Hi, friends

<https://discuss.pennylane.ai/t/borealis-is-qubit-based/1956>

The screenshot shows a forum post by user 'Kuma-quant2' dated JUN 5. The post text is: "Hi, friends. I try to study GBS using Borealis. About the machine, 'Borealis boasts over 216 squeezed-state qubits' can be seen in news release. I'm cofusing. What 'qubits' mean in this context? What is the difference from 'qumodes'?" Below the text are icons for a heart and a share symbol. At the bottom, there is a table of statistics for the post.

created	last reply	replies	views	users	like	link
Jun 5	Jun 7	2	190	2	1	



Ed ecco il link suggerito: https://pennylane.ai/qml/demos/tutorial_photonics.html ([Archive](#)) - Photonic quantum computers. Author: Alvaro Ballon. Posted: 31 May 2022. Last updated: 16 June 2022.

Ci sono molti modi di usare i fotoni per il calcolo. “We will focus on *linear optical quantum computing*, an approach that has already achieved quantum advantage. It is being developed further by Xanadu, PsiQuantum, and other institutions around the globe. Unlike other physical systems, photonics allows us access to an infinite number of states. How can we leverage these extra states to make quantum computers?” Leggendo il documento, “You will learn how to prepare, measure, and manipulate the quantum states of light, and how we can encode qubits in photons. Moreover, you will identify the strengths and weaknesses of photonic devices in terms of Di Vincenzo’s criteria, introduced in the blue box below.”

Abbiamo già visto i criteri di **DiVincenzo**. Vediamo ora come la pagina PennyLane li propone.

1. Well-characterized and scalable qubits. Dobbiamo essere capaci di definire in modo fisicamente caratterizzabile il qubit. Così definito, il qubit è utile se un insieme di tali oggetti è scalabile.
2. Qubit initialization. Dobbiamo essere capaci di preparare uno stato iniziale e di poter ripetere la preparazione di tale stato, con un margine accettabile d’errore.
3. Long coherence times. I qubit devono mantenere il loro stato, almeno finché su di essi non si eseguono operazioni.
4. Universal set of gates. Per agire sui qubit dobbiamo avere operatori unitari, a singolo qubit o a due qubit.
5. Measurement of individual qubits. “To read the result of a quantum algorithm, we must accurately measure the final state of a pre-chosen set of qubits.”

Per essere un computer quantistico, i fotoni devono essere manipolati in modo da rispondere ai criteri di DiVincenzo. Seguiamo allora il testo di Alvaro Ballon, cominciando dagli stati gaussiani della luce.

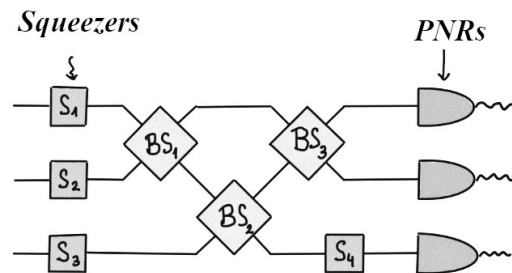
Why are the quantum states of light so durable? I fotoni raramente interagiscono tra di loro, e questo significa che è facile evitare interazioni indesiderate. Però per avere un computer quantistico, abbiamo bisogno di “multi-qubit gates, which means that photons must be made to communicate with each other somehow!”. Possiamo far interagire i fotoni usando un materiale. Iniziamo con un materiale lineare. “With linear materials, we can produce a subset of the so-called Gaussian states. They can be fabricated with a 100% success rate using common optical devices, so they are our safest tool in photonics.”

Per definizione: “A photonic system is said to be in a Gaussian state if its Wigner function is a two-dimensional Gaussian function”. Esempio: the states produced by lasers are called coherent states, which are also Gaussian. Coherent states, in general, can have non-zero expectation values for the quadratures (i.e., they are not centered around the origin).

Gli stati coerenti sono prodotti dal laser, “but how can we obtain any Gaussian state of our liking? This is achieved through Gaussian operations, which transform a Gaussian state to another Gaussian state. These operations are relatively easy to implement in a lab using some of the optical elements”. Si usano guide d’onda, phase-shifter e beamsplitter. A questo punto, ricordiamo che la macchina Borealis usa luce squeezed. Il testo non spiega, ma dice che la tecnologia è ormai matura per avere lo squeezing della luce.

Dopo una dettagliata discussione sugli stati gaussiani, si passa al problema dell’entanglement, a cui si accenna brevemente, ed alla creazione di stati non gaussiani. “Entanglement is not a problem, since combinations of Gaussian operations involving squeezers and beamsplitters can easily create entangled states! Let us set on the more challenging mission to find a way to prepare non-Gaussian states. All of the operations that we have learned so far—displacements, rotations, squeezing—are Gaussian. Do we need some kind of strange material that will implement a non-Gaussian operation? That’s certainly a possibility, and there are materials which can provide non-Gaussian interactions—like the **Kerr effect**. But relying on these non-linear materials is far from optimal, since the Kerr effect is weak and we don’t have much freedom to manipulate the setup into getting an arbitrary non-Gaussian state.”

Via l’effetto Kerr quindi. “But there’s one non-Gaussian operation that’s been right in front of our eyes all this time. The **measurement of the number of photons** takes a Gaussian state and collapses it into a Fock state (although this destroys the photons); therefore, photon-number detection is not a Gaussian operation. Measuring the exact number of photons is not that easy. We need fancy devices known as photon-number resolving detectors (commonly abbreviated as PNRs), which are superconductor-based, so they work only at low temperatures. Combined with squeezed states and beamsplitters, we have all the ingredients to produce non-Gaussian states. Let’s explore how this works. The main idea is to tweak a particular photonic circuit known as a **Gaussian Boson Sampler**, which is shown below.”



Lo schema mostra tre registri con tre squeezers, che mischiano le linee in tre beamsplitters, da cui emergono tre registri che portano a tre contatori. Togliendo un contatore, il registro inferiore è mostrato produrre uno stato non gaussiano, in modo probabilistico.

“Circuits like the above can, after photon detection of the other qumodes, produce non-Gaussian states. The reason is that the final state of the circuit is entangled, and we apply a non-Gaussian operation to some of the qumodes. This measurement affects the remaining qumode, whose state becomes non-Gaussian in general. This is the magic of quantum mechanics: due to entanglement, a measurement on a physical system can affect the state of another! Moreover, one can show that generalizations of the GBS circuit above can be built to produce any non-Gaussian state that we want”.

Come mai gli stati non gaussiani ci interessano? Ci interessano perché ci servono per emulare i qubit coi qumode. “A way that has proven to be quite robust to errors is to encode qubits in states of light is using a special type of non-Gaussian states called GKP states”. Questi stati vengono costruiti in modo approssimato dal circuito GBS.

In pennylane.ai/qml/demos/tutorial_photonics.html troviamo come implementare X, H e CNOT con i dispositivi ottici.

Ma torniamo ai criteri di DiVincenzo.

“The second criterion, the ability to prepare a qubit, is clearly a challenge. We need GKP states, but these cannot be prepared deterministically; we need to get a bit lucky. We can bypass this by multiplexing, that is, using many Gaussian Boson Sampling circuits in parallel. Moreover, higher-quality GKP states need larger circuits, which in turn can decrease the probability of qubit production. How can we try to solve this? Xanadu is currently following a hybrid approach. When we fail to produce a GKP state, Xanadu’s architecture produces squeezed states using a separate squeezer. Strongly-entangled squeezed states are a precious resource, since other encodings beyond GKP allow us to use these states as a resource for (non-universal) quantum computing”.

Quadrature

Da <https://physics.stackexchange.com/questions/193061/quadrature-in-quantum-optics> (Archive). Un utente domanda: “I am reading a chapter about Squeezed state, and came across this word, quadrature, which I have never seen before in the book. Here is the quote from that chapter.” E riporta dal testo. “A general class of minimum-uncertainty

states are known as squeezed states. In general, a squeezed state may have less noise in one quadrature than a coherent state. [...]” “I have looked up on the internet and found explanations to be very confusing. Could you help explain to me the meaning of quadrature?”

A tale utente viene suggerita la lettura di Wikipedia. “I have. However, after reading all of these and other more, I cannot make out the physical meaning of Quadrature. That baffle me.” Risposta: “I feel your pain. "Quadrature" is used all over the place in several subfields of physics and engineering and it's vaguely defined at best. In this case we can definitely be more specific. Are you familiar with the operators $X=a+a^\dagger$ and $Y=a-a^\dagger$? Ovviamente l'utente conosce gli operatori, visto che è alle prese con stati squeezed. Dopo una casistica, chi risponde dice: “As you've seen, the word quadrature is overladen with many, none-too-precise meanings. Here the "quadratures" loosely refer to the position and momentum observables:

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a+a^\dagger) \quad , \quad \hat{p} = \frac{i}{\sqrt{2}}(a-a^\dagger)$$

dove a, a^\dagger sono gli operatori di annichilazione e creazione (lowering/raising operators), and I've normalized the two observables so that $[\hat{x}, \hat{p}] = i/2$. These two (or measurements coming from these observables) are loosely called "quadratures" because, for a coherent / squeezed state ψ the mean measurements $\langle \psi | \hat{x} | \psi \rangle$ and $\langle \psi | \hat{p} | \psi \rangle$ are sinusoidally-with-time varying quantities which are in phase quadrature, i.e. a quarter cycle out of phase. [Wikipedia](#)

The squeezed states are the most general states that saturate (i.e. actually achieve equality in) the Heisenberg product. A coherent state is a special case for which the normalized momentum and position uncertainties are equal, and their product is the uncertainty bound $\hbar/2$. A squeezed state has the same uncertainty product, but the uncertainty on one of position or momentum measurements is smaller than the uncertainty on the other, so one achieves smaller uncertainty than for the corresponding coherent state at the expense of the other. One can generalize the above comments for any "generalized" position and momentum, defined, for any $\phi \in \mathbb{R}$, by:

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi} a + e^{-i\phi} a^\dagger) \quad , \quad \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi} a - e^{-i\phi} a^\dagger)$$

which are conjugate in the QM sense of fulfilling the CCR and the means of whose measurements vary sinusoidally with time, again, in phase quadrature.

Quantum Machine Learning (Pennylane)

Da <https://pennylane.ai/qml/whatisqml.html> (<https://archive.ph/yJYQ4>)

“Quantum machine learning is a research area that explores the interplay of ideas from quantum computing and machine learning. For example, we might want to find out whether quantum computers can speed up the time it takes to train or evaluate a machine learning model. On the other hand, we can leverage techniques from machine

learning to help us uncover quantum error-correcting codes, estimate the properties of quantum systems, or develop new quantum algorithms.”

Pennylane è una “cross-platform Python library for differentiable programming of quantum computers. Train a quantum computer the same way as a neural network.”
<https://pennylane.ai>

Una applicazione “Modelling chemical reactions on a quantum computer”

https://pennylane.ai/qml/demos/tutorial_chemical_reactions.html

Borealis (su Wired)

Anche Wired parla di Borealis.

Da <https://www.wired.it/article/computer-quantistico-processore-fotonico-superveloce/> (archiviato [Archive](#)). “Un processore fotonico superveloce per il computer quantistico del futuro”, di Sandro Iannaccone, 6 Giugno 2022. “Una equipe di scienziati è riuscita a “programmare” particelle di luce ottenendo uno strumento incredibilmente potente”. Si noti che “programmare” è un virgolettato.

“Da 9mila anni a 36 microsecondi. A tanto ammonta l’incredibile balzo in avanti per il computer quantistico permesso da un nuovo processore fotonico messo a punto dagli scienziati di Xanadu Quantum Technology e dei National Institutes of Standard and Technology. Stando a quanto raccontano sulla rivista Nature, infatti, il loro dispositivo, Borealis, sarebbe stato in grado di risolvere un problema computazionale (la cosiddetta boson sampling challenge) in un tempo di gran lunga inferiore a quello necessario ai più potenti supercomputer “tradizionali”. L’impresa è stata salutata come un grande avanzamento nel campo dei computer quantistici e come il raggiungimento del cosiddetto vantaggio quantistico”. <https://www.nature.com/articles/s41586-022-04725-x> “ ... i processori quantistici usano i qubit, particelle subatomiche come fotoni o elettroni [più avanti vediamo che il fotone è detto “flying qubit”], che invece possono immagazzinare molte più informazioni: nei processori tradizionali infatti i due stati possibili (zero e uno) sono legati al flusso degli elettroni (cioè al passaggio di corrente), mentre in quelli quantistici ogni singolo elettrone trasporta un’informazione, il che amplifica enormemente la potenza di calcolo. Le leggi della meccanica quantistica, infatti, postulano (tra le altre cose) che ogni particella sia soggetta al cosiddetto principio di sovrapposizione, una legge secondo la quale la particella si può trovare contemporaneamente, e con probabilità diverse, in più stati differenti: in virtù di questo principio si può “superare” il dualismo acceso/spento e veicolare molta più informazione, parallelizzando i calcoli e svolgendo così molte più operazioni contemporaneamente”.

Iannaccone parla solo di qubit, e quindi ricordiamo che abbiamo processori che usano i qubit e processori che usano i qumode. Con Borealis, si producono i GKP qubit. Nella quantum communication, il fotone è visto come un “flying qubit”, nel senso che il fotone viene a emulare il qubit.

Con Borealis, “gli scienziati si sono serviti di una macchina fotonica che usa le particelle di luce (i fotoni, per l’appunto) per **rappresentare** i qubit, [giustamente si dice “rappresentare”] per risolvere la cosiddetta boson sampling challenge, ossia un problema fisico/computazionale in cui si “preparano” dei fasci di luce, li si indirizzano

verso una rete di specchi e separatori di fasci e poi si conta quanti fotoni arrivano al rivelatore posto alla fine del “percorso”. Un problema la cui risoluzione non ha alcuna implicazione pratica particolarmente importante, ma che costituisce un ottimo “banco di prova” per testare le prestazioni di un computer. Fino a questo momento, si era tentato di risolvere il problema con un numero di fotoni compreso tra 76 e 113; Borealis è riuscito ad arrivare a “contare” ben 219 fotoni, con una media (rispetto a tutte le simulazioni) di 125, in un tempo di 36 microsecondi. Un’impresa che, stando sempre ai calcoli dei ricercatori, un computer tradizionale avrebbe impiegato circa 9mila anni per portare a termine.”

Wired li chiama qubit, ma sono delle rappresentazioni, ottenute con embedding e qumode. L’articolo sottolinea una cosa importante, ed è che il computer Borealis si cimenta sul Boson Sample Challenge, che è un programma di simulazione per un sistema di fotoni. Borealis è il sistema quantistico adatto a simulare un sistema quantistico bosonico, come detto da Feynman nel 1982.

Programmable Photonic Processor

Da “Quantum computational advantage with a programmable photonic processor”, di Lars S. Madsen et al. Nature volume 606, pages75–81 (2022).

Abstract: “A quantum computer attains computational advantage when outperforming the best classical computers running the best-known algorithms on well-defined tasks. No photonic machine offering programmability over all its quantum gates has demonstrated quantum computational advantage: previous machines were largely restricted to static gate sequences. Earlier photonic demonstrations were also vulnerable to spoofing, in which classical heuristics produce samples, without direct simulation, lying closer to the ideal distribution than do samples from the quantum hardware. Here we report quantum computational advantage using **Borealis**, a photonic processor offering dynamic programmability on all gates implemented. *We carry out Gaussian boson sampling (GBS) on 216 squeezed modes entangled with three-dimensional connectivity*, using a time-multiplexed and photon-number-resolving architecture. On average, it would take more than 9,000 years for the best available algorithms and supercomputers to produce, using exact methods, a single sample from the programmed distribution, whereas Borealis requires only 36 μ s. This runtime advantage is over 50 million times as extreme as that reported from earlier photonic machines. Ours constitutes a very large GBS experiment, registering events with up to 219 photons and a mean photon number of 125. This work is a critical milestone on the path to a practical quantum computer, validating key technological features of photonics as a platform for this goal.”

Ecco ancora che cosa troviamo nel testo. “Only a handful of experiments have used quantum devices to carry out computational tasks that are outside the reach of present-day classical computers. In all of these, the computational task involved sampling from probability distributions that are widely believed to be exponentially hard to simulate using classical computation. One such demonstration relied on a 53-qubit programmable superconducting processor, whereas another used a non-programmable photonic platform implementing Gaussian boson sampling (GBS) with 50 squeezed

states fed into a static random 100-mode interferometer. Both were shortly followed by larger versions, respectively enjoying more qubits and increased control over brightness and a limited set of circuit parameters. In these examples, comparison of the duration of the quantum sampling experiment to the estimated runtime and scaling of the best-known classical algorithms placed their respective platforms within the regime of quantum computational advantage.”

“The superconducting quantum supremacy demonstrations serve as crucial milestones on the path to full-scale quantum computation. On the other hand, the choice of technologies used in the photonic machines, and their consequential lack of programmability and scalability, places them outside any current proposed roadmap for fault-tolerant photonic quantum computing or any GBS application. A demonstration of photonic quantum computational advantage incorporating hardware capabilities required for the platform to progress along the road to fault-tolerance is still lacking”.

Da cui lo studio sul processore fotonico programmabile.

Dove è programmabile?

Sempre da “Quantum computational advantage with a programmable photonic processor”, di Lars S. Madsen et al. (2022).

“Using time-domain multiplexing, large one- and two-dimensional cluster states have been deterministically generated with programmable linear operations implemented by projective measurements, whereas similar operations have been implemented using a single loop with reconfigurable phase. These demonstrations leverage low-loss optical fibre for delay lines, which allows photonic quantum information to be effectively buffered. Although groundbreaking, these demonstrations have remained well outside the domain of quantum computational advantage, as they lacked non-Gaussian elements and were unable to synthesize states of sufficient complexity to evade efficient classical simulation. The demonstration of a set of hardware capabilities needed for universal fault-tolerant quantum computing, in the demanding context of quantum computational advantage, would serve as a validating signal that the corresponding technologies are advancing as needed. ... [I ricercatori] solve technological hurdles associated with time-domain multiplexing, fast electro-optical switching, high-speed photon-number-resolving detection technology and non-classical light generation, to build a scalable and programmable Gaussian boson sampler, which we name Borealis. These features allow us to synthesize a 216-mode state with a three-dimensional entanglement topology.”

Ed ecco come è fatto Borealis. “A periodic pulse train of single-mode squeezed states from a pulsed OPO [optical parametric oscillator] enters a sequence of three dynamically programmable loop-based interferometers. Each loop contains a VBS [variable beamsplitters], including a programmable phase shifter, and an optical fibre delay line. At the output of the interferometer, the Gaussian state is sent to a 1-to-16 binary switch tree (demux), which partially demultiplexes the output before readout by PNRs [photon-number resolving]. The resulting detected sequence of 216 photon numbers, in approximately 36 μ s, comprises one sample. The fibre delays and accompanying beamsplitters and phase shifters implement gates between both temporally adjacent and distant modes, enabling high-dimensional connectivity in the

quantum circuit. ... Each run of the device involves the specification of 1,296 real parameters, corresponding to the sequence of settings for all VBS units”.

Ancora su Borealis

È necessario continuare ancora con Borealis, perché la notizia più eclatante e più recente, ci porta a questi computer ottici ed ai suoi qumode.

Da <https://tech.everyeye.it/notizie/computer-quantistico-risolto-36-microsecondi-problema-9mila-anni-590612.html> , “Un computer quantistico ha risolto in 36 microsecondi un problema da 9 mila anni”, di Alessio Marino, 2 Giugno 2022.

“Il successo, come si può leggere nello studio pubblicato sulla prestigiosa rivista Nature, è stato raggiunto grazie al processore programmabile Borealis creato dalla startup con sede in Canada Xanadu, che si è avvalsa di alcune tecniche innovative.”

Il link a Nature porta a <https://www.nature.com/articles/d41586-022-01402-x> , “Loops simplify a set-up to boost quantum computational advantage”, di Daniel Jost Brod.

“L’approccio utilizzato da Xanadu è diametralmente diverso rispetto alle macchine lanciate qualche anno fa da Google, che segnarono per la prima volta un sorpasso ai danni dei computer tradizionali. Tutti ricorderanno infatti che nel settembre 2019 Google annunciò di aver raggiunto la supremazia quantistica, tra i dubbi generali di Intel. Xanadu è stata in grado di eseguire in 36 microsecondi un calcolo che altrimenti avrebbe richiesto almeno 9mila anni, lavorando a temperatura ambiente (e quindi senza la necessità di essere raffreddato) e con un processore fotonico programmabile. Il problema risolto è noto come Gaussian Boson sampling, e può essere calcolato dai computer convenzionali fino a determinati parametri.”

È possibile comparare un processore a qubit con uno a qumode? Sono due sistemi diversi, simulanti diversi sistemi fisici.

L’articolo di Nature di Daniel Jost Brod (1 Giugno 2022) dice:

“Fully fledged quantum computers are still a distant prospect, but Madsen et al. have taken us a step closer to making such devices a reality. In a paper in Nature, they report the construction of Borealis, a quantum device that takes just 36 microseconds to perform a task that would take a classical supercomputer several thousand years to complete, even with state-of-the-art algorithms. The speed-up was made possible by the clever use of optical fibre loops to simplify previous record-holding quantum experiments. Many applications have already been proposed for when large-scale quantum computers do become a reality. They could be used to factor large numbers, compromise certain cryptographic schemes, or simulate systems of interest in quantum chemistry, biology and possibly pharmaceutical research. **Unfortunately, a quantum computer capable of such tasks would require millions of controllable, robust quantum bits (qubits), whereas current quantum processors have fewer than 100 qubits.** And because classical computers have a head start of at least half a century, both in algorithm design and device miniaturization, one might worry that quantum computers are still decades away from catching up with their classical counterparts.”

Ed ecco ora una parte importante da rimarcare.

A medio termine non si guarda più ad applicazioni ben definite ma ad avere uno scopo, anche modesto, dove il computer quantico dia segno di essere migliore di un computer

tradizionale.

“Thankfully, quantum-computing researchers have a **medium-term goal, known as quantum advantage**, which shifts the focus from clear-cut practical applications to the more modest objective of finding a task — **any task** — that quantum devices can perform faster than can classical supercomputers. The goal is to showcase the raw computational power afforded by quantum mechanics, with, it is to be hoped, considerably fewer resources than are needed for factoring or quantum simulation. One proposal for showing quantum advantage is **Gaussian boson sampling**, which involves preparing special states of light (known as squeezed states), directing them through a network of beam splitters (semi-reflective mirrors) and counting how many photons arrive at each detector. The optical techniques needed for this experiment are well established, as is the theory that can be used to calculate how difficult the task would be for classical computers to perform. Such estimates suggest that an experiment performed with a few hundred photons would already pose a substantial challenge to the simulation capabilities of current supercomputers”. [Daniel Jost Brod]

Sul Gaussian Boson Sampling, si veda https://en.wikipedia.org/wiki/Boson_sampling

Boson sampling

Riassumendo, il boson sampling viene usato nei test sui computer a qumode.

Al link https://en.wikipedia.org/wiki/Boson_sampling#Gaussian_boson_sampling troviamo appunto sottolineato che il “Boson sampling is a restricted model of **non-universal** quantum computation”. Il modello è stato introdotto “by Scott Aaronson and Alex Arkhipov after the original work of L. Troyansky and Naftali Tishby, that explored possible usage of boson scattering to evaluate expectation values of permanents of matrices. The model consists of sampling from the probability distribution of identical bosons scattered by a linear interferometer. Although the problem is well defined for any bosonic particles, its photonic version is currently considered as the most promising platform for a scalable implementation of a boson sampling device, which makes it a non-universal approach to linear optical quantum computing. Moreover, while not universal, the boson sampling scheme is strongly believed to implement computing tasks which are hard to implement with classical computers by using far fewer physical resources than a full linear-optical quantum computing setup. This makes it an ideal candidate for demonstrating the power of quantum computation in the near term. ... Gaussian boson sampling: Another photonic implementation of boson sampling concerns Gaussian input states, i.e. states whose quasiprobability Wigner distribution function is a Gaussian one. The hardness of the corresponding sampling task can be linked to that of scattershot boson sampling. ...”

Borealis ha mostrato di risolvere un problema di non-universal quantum computation.

Siamo attualmente a computer non universali, e la via è ancora lunga.

Cammino casuale quantistico

Da “Cammino casuale, meglio del calcolatore classico”, 18 febbraio 2013. Le Scienze, https://www.lescienze.it/news/2013/02/18/news/campionamento_bosonico_calcolo_quantistico-1513565/ (archiviato [Archive](#)).

“L’ultimo progresso significativo in ordine di tempo è quello descritto sulle pagine della rivista “Science” da Justine B. Spring del Dipartimento di fisica dell’Università di Oxford, nel Regno Unito, e colleghi, ... Il risultato è possibile usando il concetto fisico di cammino casuale (random walk). Nella sua versione classica, esso riguarda, per esempio, una particella che deve andare da un punto A a un punto B avendo a disposizione diversi canali, o cammini, paralleli. In ogni istante, la particella può saltare sul cammino alla sua destra con probabilità $P(D)$ e su quello alla sua sinistra con probabilità $P(S)$.” Se a muoversi nei canali sono particelle che non interagiscono, “la probabilità che dall’estremità B di un canale esca una qualunque particella è data dalla somma delle probabilità delle singole particelle. Nel caso quantistico la faccenda si complica: il comportamento delle particelle è descritto da una funzione d’onda f , e la probabilità di trovare una particella in una certa posizione x è data dal quadrato di $f(x)$. Se i canali sono percorsi da particelle tra loro identiche, questi calcoli probabilistici ne devono tenere conto. In particolare, la probabilità di trovare la particella p_1 nel punto x_1 e la particella p_2 nel punto x_2 deve essere uguale alla probabilità di trovare p_1 nel punto x_2 e p_2 nel punto x_1 ”. Questo significa che le due particelle sono indistinguibili.

Tale indistinguibilità pone alcune restrizioni alle funzioni d’onda, che si traducono nell’esistenza dei bosoni, caratterizzati dall’aver spin intero, e dei fermioni, che hanno spin semidispari. L’obbedire o meno al principio di esclusione di Pauli costringe i bosoni a seguire la statistica di Bose-Einstein mentre i fermioni la statistica di Fermi-Dirac. Le proprietà di simmetria per lo scambio di due particelle mostrate da bosoni e da fermioni sono diverse: un sistema composto di particelle identiche bosoniche si trova sempre in uno stato globale completamente simmetrico sotto lo scambio di due particelle. Se il sistema è composto di fermioni identici si trova sempre in uno stato antisimmetrico per lo scambio di due fermioni.

Prendiamo ora un sistema di bosoni adatto al boson sampling.

“Un sistema di questo tipo può essere realizzato con una serie di guide d’onda parallele collocate sulla superficie di un chip così vicine che i fotoni che le attraversano possono passare agevolmente da una all’altra. Al termine di ciascun canale viene posto un rivelatore di singoli fotoni. Variando le caratteristiche dei canali e proseguendo le misurazioni per un tempo sufficientemente lungo, è stato possibile misurare la distribuzione di probabilità di output dai diversi canali per la trasmissione di un certo numero di fotoni. Il legame con il calcolo quantistico è dovuto al fatto che con N canali la distribuzione di probabilità è proporzionale a una certa funzione, chiamata permanente, di una matrice di $N \times N$ elementi legati alle caratteristiche dei canali stessi, controllabili sperimentalmente. Con un calcolatore classico, il calcolo del permanente diventa esponenzialmente più complesso quando N aumenta”. Spring e colleghi hanno mostrato che il boson sampling supera il calcolo classico, senza usare porte logiche, poiché nell’hardware classico “i “mattoni elementari” quantistici non sono disponibili o non sono facilmente controllabili”. Del resto, come diceva Feynman, è meglio simulare quantistico con un sistema quantistico.

L’articolo di Spring et al. (2013), “Boson sampling on a photonic chip”. Science, si trova su arXiv, <https://arxiv.org/pdf/1212.2622.pdf> In esso troviamo la probabilità condizionale tra stato in uscita e stato in entrata. Sia $|T\rangle = |T_1 \dots T_M\rangle$ lo stato di

input ed $|S\rangle = |S_1 \dots S_M\rangle$ un particolare stato in uscita. La probabilità è:

$$P(\mathbf{S}|\mathbf{T}) = |\langle \mathbf{S} | \Psi_{out} \rangle|^2 = \frac{|Per(\mathbf{\Lambda}^{\mathbf{S},\mathbf{T}})|^2}{\prod_{j=1}^M S_j! \prod_{i=1}^M T_i!}$$

con definizioni date nel lavoro di Spring et al., compreso materiale supplementare.

“Per” indica il permanente della sottomatrice $N \times N$.

Si può vedere a [https://it.wikipedia.org/wiki/Permanente_\(matematica\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Permanente_(matematica)) oppure https://strawberryfields.ai/photronics/demos/run_boson_sampling.html (archiviato [Archive](#)).

L'articolo di Le Scienze aggiunge che “In un lavoro teorico sulle pagine dello stesso numero di "Science" Andrew M. Childs del Department of Combinatorics and Optimization dell'Università di Waterloo, in Ontario e colleghi considerano il cammino casuale costituito da un grafo ai cui vertici sono posti bosoni, secondo lo schema conosciuto come modello di Bose-Hubbard. I bosoni rappresentano i qubit, ovvero i bit d'informazione binaria quantistica che costituiscono gli elementi su cui dovrebbe basarsi l'architettura dei computer quantistici. Gli scienziati in questo caso hanno mostrato che implementando nei cammini casuali le operazioni logiche è possibile arrivare al calcolo quantistico universale.”

L'articolo è di Childs, A. M., Gosset, D., & Webb, Z. (2013). dal titolo “Universal computation by multiparticle quantum walk”. Science, disponibile in arXiv, <https://arxiv.org/pdf/1205.3782.pdf>.

Quantum walks

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_walk

“Quantum walks are quantum analogues of classical random walks. In contrast to the classical random walk, where the walker occupies definite states and the randomness arises due to stochastic transitions between states, in quantum walks randomness arises through: (1) quantum superposition of states, (2) non-random, reversible unitary evolution and (3) collapse of the wave function due to state measurements.”

E quindi siamo proprio in un nuovo modo di pensare quantistico.

“Quantum walks are motivated by the widespread use of classical random walks in the design of randomized algorithms, and are part of several quantum algorithms. For some oracular problems, quantum walks provide an exponential speedup over any classical algorithm. ... The well-known Grover search algorithm can also be viewed as a quantum walk algorithm”.

οἶδα δ' ἐγὼ ψάμμου τ' ἀριθμὸν καὶ μέτρα θαλάσσης

Da un oracolo di Delfi

Posso contare i granelli di sabbia e misurare il mare

L'oracolo

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Oracle_machine

“In complexity theory and computability theory, an oracle machine is an abstract machine used to study decision problems. It can be visualized as a Turing machine with a black box, called an oracle, which is able to solve certain problems in a single operation. The problem can be of any complexity class. Even undecidable problems, such as the halting problem, can be used.

Per l'oracolo nel calcolo quantistico, si veda “Work with and define quantum oracles”, al link <https://docs.microsoft.com/en-us/azure/quantum/concepts-oracles> (archiviato [Archive](#))

Come fare un test di supremazia

Aggiungiamo qualche informazione sui test di supremazia per qubits superconduttori. Dall'articolo intitolato “A blueprint for demonstrating quantum supremacy with superconducting qubits”, di Neill, C. et al. Science 360, 195–199 (2018), DOI <https://doi.org/10.1126/science.aao4309> o <https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.06678>

“Using 9 superconducting qubits, we demonstrate an immediate path towards quantum supremacy. By individually tuning the qubit parameters, we are able to generate thousands of unique Hamiltonian evolutions and probe the output probabilities. The measured probabilities obey a universal distribution, consistent with uniformly sampling the full Hilbert-space. As the number of qubits in the algorithm is varied, the system continues to explore the exponentially growing number of states. Combining these large datasets with techniques from machine learning allows us to construct a model which accurately predicts the measured probabilities. We demonstrate an application of these algorithms by systematically increasing the disorder and observing a transition from delocalized states to localized states. By extending these results to a system of 50 qubits, we hope to address scientific questions that are beyond the capabilities of any classical computer”.

“A programmable quantum system consisting of merely 50 to 100 qubits could revolutionize scientific research. While such a platform is naturally suited to address problems in quantum chemistry and materials science, applications range to fields as far as classical dynamics and computer science. A key milestone on the path towards realizing these applications will be the demonstration of an algorithm which exceeds the capabilities of any classical computer - achieving quantum supremacy. Sampling problems are an iconic example of algorithms designed specifically for this purpose. A successful demonstration of quantum supremacy would prove that engineered quantum systems, while still in their infancy”.

Nel Sycamore, i ricercatori (<https://www.nature.com/articles/s41586-019-1666-5>) confrontano il “quantum processor against state-of-the-art classical computers in the task of sampling the output of a pseudo-random quantum circuit. Random circuits are a suitable choice for benchmarking because they do not possess structure and therefore allow for limited guarantees of computational hardness. We design the circuits to entangle a set of quantum bits (qubits) by repeated application of single-qubit and two-

qubit logical operations. Sampling the quantum circuit's output produces a set of bitstrings, for example {0000101, 1011100, ...}. Owing to quantum interference, the probability distribution of the bitstrings resembles a speckled intensity pattern produced by light interference in laser scatter, such that some bitstrings are much more likely to occur than others. Classically computing this probability distribution becomes exponentially more difficult as the number of qubits (width) and number of gate cycles (depth) grow." I ricercatori usano la cross-entropy benchmarking, "which compares how often each bitstring is observed experimentally with its corresponding ideal probability computed via simulation on a classical computer".

Si veda anche Bouland, et al. (2019). "On the complexity and verification of quantum random circuit sampling." Nature Physics. Nell'abstract, gli autori ci ricordano la supremazia quantistica è la dimostrazione che il sistema quantistico è capace di risolvere un calcolo quantistico che è proibitivo per i computer classici. "A leading near-term candidate is sampling from the probability distributions of randomly chosen quantum circuits, which we call random circuit sampling (RCS). ..."

Vantaggio quantistico

Forse sarebbe meglio parlare di vantaggio quantistico, ed abbandonare la supremazia.

Da <https://www.wired.it/article/computer-quantistico-processore-fotonico-superveloce/> "... per vantaggio quantistico si intende la capacità di un processore (quantistico) di superare le prestazioni di un processore classico in un'attività computazionale ben nota e definita. Esattamente ciò che avrebbe fatto Borealis: "Si tratta – spiegano da Xanadu – del primo computer quantistico fotonico completamente programmabile in tutte le sue porte logiche e in grado di ottenere il vantaggio quantistico". Questa definizione di vantaggio quantistico sembra essere - all'apparenza - uguale alla definizione di supremazia quantistica. All'inizio della discussione, abbiamo visto una distinzione netta tra supremazia e vantaggio data da il Sole 24 Ore. "Le aziende si stanno dando da fare per essere le prime a trovare un'applicazione pratica per i computer quantistici passando così di fatto dalla supremazia quantistica al vantaggio quantistico cioè alla progettazione di algoritmi da far svolgere ai computer quantistici del futuro." Ed il vantaggio porta alla strategia di medio-termine con i NISQ, di cui si è parlato all'inizio, ed anche ai cloud con QPU ottiche.

Le compagnie che usano i fotoni

Da "6 Companies Working With Photonic Quantum Computing Technology in 2022", di James Dargan, March 24, 2022, al link <https://thequantuminsider.com/2022/03/24/6-quantum-computing-companies-working-with-photonic-technology/> (archiviato [Archive](#)).

"Like many classifications, the term photonic quantum computing can be misleading – Xanadu's approach to building quantum computers is very different to PsiQuantum for example. Nonetheless, we hope this gives a high level overview of the ecosystem."

Quindi segue la domanda fondamentale. What is Photonic Quantum Computing?

"Photonic quantum computing is a type of quantum computing that uses photons as a **representation of qubits**. It consists of the ring that is used as a photons storage, along

with the scattering unit. Determining whether the information they are carrying is 1 or a 0, is left to the direction of the photon travel, but it can also be both 1 and 0 as a product of the quirks of quantum superposition. The scattering unit is used as an encoder, directing the photons onto it as they will enter a cavity containing just a single atom. Interaction between the photon and atom will create a quantum state, such that any changes will affect both of them, without the restraint of the separation distance.”

Il vantaggio principale è che il computer lavora a temperatura ambiente.

Le compagnie che costruisco tali computer sono:

1. Xanadu Quantum Technologies (Photonics Quantum Computing), Canada.
2. ORCA Computing, London-based.
3. PsiQuantum. Silicon Valley.
4. TundraSystems Global (Photonics Computing). Cardiff.
5. Quandela. Parigi.
6. QuiX Quantum. Enschede, the Netherlands.

Nel frattempo

E l'IBM?

Da “IBM accelera sul calcolo quantistico: ecco la nuova Quantum Roadmap”. 14 Maggio 2022, di Nicodemo Angi, [innovationpost](#) (archiviato [Archive](#)).

“Il processore IBM Condor, in arrivo l’anno prossimo, crea molte aspettative dato che le specifiche parlano di 1121 qubit (una quantità dichiarata essere la più alta al mondo), un valore che fa tesoro dell’esperienza dei suoi predecessori Eagle, con 127 qubit, e Osprey, che verrà presentato quest’anno, con 433 qubit.” Più dettagli in “IBM’s roadmap for scaling quantum technology”, <https://research.ibm.com/blog/ibm-quantum-roadmap> . L’IBM usa l’approccio del Superconducting quantum computing.

Più dettagli su tale approccio in generale, si veda:

https://en.wikipedia.org/wiki/Superconducting_quantum_computing

Roadmap

La roadmap IBM (10 Maggio 2022) è data al link <https://research.ibm.com/blog/ibm-quantum-roadmap-2025> “Our goal is to build *quantum-centric supercomputers*. The quantum-centric supercomputer will incorporate quantum processors, classical processors, quantum communication networks, and classical networks, all working together to completely transform how we compute. In order to do so, we need to solve the challenge of scaling quantum processors, develop a runtime environment for providing quantum calculations with increased speed and quality, and introduce a serverless programming model to allow quantum and classical processors to work

together frictionlessly.” (archiviato [Archive](#)).

Intanto, si cercano partners per individuare dove il vantaggio è rilevante. Ad esempio <https://www.ibm.com/case-studies/exxonmobil/> “As IBM’s quantum hardware scales rapidly – from small prototype systems to more promising larger devices – researchers are excited about the possibility to one day handle previously insoluble routing problems”. Stimolare i ricercatori nel perseguire nuovi tasks per il calcolo quantistico porta a sua volta a stimolare lo sviluppo di nuove QPU più performanti.

IBM Open Plan

<https://www.ibm.com/quantum> “Run your first quantum circuits for free on simulators and real quantum systems. Take advantage of the same feature-rich tools included in our Premium Plan. Use free cloud simulators (Statevector, MPS, Stabilizer). Access real 7-qubit and 5-qubit QPUs. Build circuits in IBM Quantum Composer, IBM Quantum Lab, and Qiskit. Execute workloads more efficiently in Qiskit Runtime”

<https://developer.ibm.com/series/programming-on-quantum-computers/>

<https://qiskit.org>

Ci vuole Python.

```
import qiskit
# Qiskit quantum circuits libraries
quantum_circuit = qiskit.circuit.library.QuantumVolume(5)
quantum_circuit.measure_all()
quantum_circuit.draw()
# prepare your circuit to run
from qiskit import IBMQ
# Get the API token in
# https://quantum-computing.ibm.com/
IBMQ.save_account("YOUR TOKEN")
provider = IBMQ.load_account()
backend = provider.get_backend('ibmq_quito')
optimized_circuit = qiskit.transpile(quantum_circuit, backend)
optimized_circuit.draw()
# run in real hardware
job = backend.run(optimized_circuit)
retrieved_job = backend.retrieve_job(job.job_id())
result = retrieved_job.result()
print(result.get_counts())
```

Circuit Library: Qiskit includes a comprehensive set of quantum gates and a variety of pre-built circuits so users at all levels can use Qiskit for research and application development. https://qiskit.org/documentation/apidoc/circuit_library.html

Transpiler: The transpiler translates Qiskit code into an optimized circuit using a backend’s native gate set, allowing users to program for any quantum processor or

processor architecture with minimal inputs.

Da <https://en.wikipedia.org/wiki/Qiskit>

“Qiskit is an open-source software development kit (SDK) for working with quantum computers at the level of circuits, pulses, and algorithms. It provides tools for creating and manipulating quantum programs and running them on prototype quantum devices on IBM Quantum Experience or on simulators on a local computer. It follows the circuit model for universal quantum computation, and can be used for any quantum hardware (currently supports superconducting qubits and trapped ions) that follows this model.”

“Qiskit was founded by IBM Research to allow software development for their cloud quantum computing service, IBM Quantum Experience”. “A range of Jupyter notebooks are provided with examples of quantum computing being used.”

Si veda anche “Quantum Algorithm Implementations for Beginners”,

<https://arxiv.org/pdf/1804.03719.pdf>

Diversi linguaggi e Q#

Da <https://www.analyticsinsight.net/top-quantum-programming-languages-to-learn-in-2022-to-know/>

“... quantum computers are capable of accelerating *machine learning processes*, reducing thousands of years of learning to mere seconds. Quantum computers are based on quantum bits which have two possible values either a 0 or 1. And so quantum computers are used by the big tech companies such as IBM and Google. Quantum programming languages are the foundations to interpret ideas into instructions to be carried out by quantum computers. Here are the top quantum programming languages to know for 2022”.

Si rimanda a https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_programming

Poi anche <https://docs.microsoft.com/en-us/azure/quantum/overview-what-is-qsharp-and-qdk> “What are the Q# programming language and the Quantum Development Kit?”

“Q# is Microsoft’s open-source programming language for developing and running quantum algorithms. It’s part of the Quantum Development Kit (QDK), an SDK which offers a set of tools that will assist you in the quantum software development process. The Quantum Development Kit provides Python packages to submit Qiskit and Cirq applications to the Azure Quantum service, the Q# programming language and libraries, the IQ# kernel for running Q# on Jupyter Notebook ... With the Quantum Development Kit, you can build programs that run on quantum hardware or formulate problems that run on quantum-inspired solvers in Azure Quantum, an open cloud ecosystem with a diverse set of quantum solutions and technologies”.

Un codice Qiskit per uno stato di Bell

Da “Quantum Algorithm Implementations for Beginners”, versione 2022, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.03719>

“For our purposes, Qiskit can be viewed as a Python library for quantum circuit execution. A basic Qiskit code has two parts, designing the circuit and running it. In the circuit design phase, we create an instance of QuantumCircuit with the required number of qubits and classical bits. Then gates and measurements are added to this blank circuit. Gates and measurements are implemented in Qiskit as methods of the QuantumCircuit

class. After the circuit has been designed we need to choose a backend to run the circuit. This can be either be a simulator called the `qasm_simulator` or it can be one of IBM's quantum processors. To use a quantum processor, you will need to load your IBM Q account information into Qiskit. Given in Fig. 5 is a simple code to construct the Bell state. This is the Qiskit version of the circuit in Fig. 1 with measurement added at the end to verify our results”.

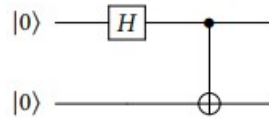


Fig. 1. Quantum circuit for preparing a Bell state

La Fig. 5 è il codice seguente.

```
### Quantum circuit for preparing the Bell state ####
import numpy as np
from qiskit import QuantumCircuit, execute, Aer
# Create a Quantum Circuit with two qbits and 2 classical bits
circuit = QuantumCircuit(2,2)
# Add a H gate on qubit 0
circuit.h(0)
# Add a CX (CNOT) gate on control qubit 0 and target qubit 1
circuit.cx(0,1)
# Map the quantum measurement to the classical bits
circuit.measure([0,1],[0,1])
# Use Aer's qasm_simulator
simulator = Aer.get_backend("qasm_simulator")
# Execute the circuit on the qasm simulator
job = execute(circuit, simulator, shots=1000)
# Grab results from the job
result = job.result()
# Returns counts
counts = result.get_counts(circuit)
print("\nTotal count for 00 and 11 are:",counts)
```

Gli autori dicono. “we are running the circuit on the simulator for 1000 independent runs. The final output was `{'11': 493, '00': 507}`.”

Algoritmo di Shor

Sempre da “Quantum Algorithm Implementations for Beginners”, versione 2022, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.03719>

“The integer factorization problem asks, given an integer N as an input, to find integers $1 < N_1, N_2 < N$ such that $N = N_1N_2$. This problem is hardest when N_1 and N_2 are primes with roughly the same number of bits. ... In practice, integers with 1000 or more bits are impossible to factor using known algorithms and classical hardware. The difficulty of factoring big numbers is the basis for the security of the RSA cryptosystem, one of the most widely used public-key cryptosystems.

One of the most celebrated results in quantum computing is the development of a quantum algorithm for factorization that works in time polynomial in n . This algorithm, due to Peter Shor and known as Shor’s algorithm ... The first experimental implementation of this algorithm on a quantum computer was reported in 2001, when the number 15 was factored. The largest integer factored by Shor’s algorithm so far is 21” (si vedano maggiori dettagli al riferimento dato).

Il testo spiega l’algoritmo. E poi discute un caso. “We implemented the algorithm on ibmqx4, a 5-qubit quantum processor from the IBM Quantum Experience, in order to factor number 15 with $x = 11$. The circuit as described on Figure 17 requires 12 qubits and 196 gates, too large to be implemented on ibmqx4. Hence, we used an optimized/compiled version from that uses 5 qubit and 11 gates (Fig 18).”

Per ulteriori dettagli, si vede in “Crittografia quantistica e algoritmo di Shor”, che è la Tesi di Laurea in Crittografia di Michele Bandini, Università di Bologna. [Lauree-Unibo](#) (oppure [Archive](#)). Il testo è utile insieme a alle note date prima. La tesi è anche interessante per l’introduzione agli esperimenti con la luce.

Contromisure

Inizialmente, si è detto che l’era NISQ finirà con la rottura della cifratura RSA.

E mentre la ricerca corre verso il computer universale (necessariamente quantistico), si pensa già alle contromisure.

Da Nature dell’8 Luglio 2022. “These ‘quantum-proof’ algorithms could safeguard against future cyberattacks”. “US government agency endorses tools to keep the Internet safe from quantum computers capable of cracking conventional encryption keys.”, articolo di Davide Castelvecchi. <https://doi.org/10.1038/d41586-022-01879-6>

“Long before the age of quantum computing has even begun, the Internet is entering its post-quantum era. Many people are concerned about future quantum computers’ ability to break the cryptographic keys that modern life depends on ... Now the US National Institute of Standards and Technology (NIST) has officially endorsed cryptographic technologies that are thought to be resistant to attack from quantum computers. These include an encryption algorithm ... called CRYSTALS-Kyber, along with three algorithms for use in digital signatures, which provide identity authentication. All of them rely on tried-and-tested mathematical techniques, including one called structured lattices.” Forse non siamo così long before the age.

La Honeywell e gli ioni

Un altro player del settore è Honeywell.

Da “Una nuova "vecchia" tecnologia nella corsa al computer quantistico”, di Elizabeth Gibney per Nature. Le Scienze, 30 novembre 2020, link [lescienze](#) .

“La multinazionale Honeywell ha annunciato di aver costruito il computer quantistico più potente al mondo ricorrendo alla “vecchia” tecnologia delle trappole ioniche, apparentemente superata da quella a superconduttori a cui si sono affidati Google e IBM. In realtà entrambi gli approcci hanno dei pro e dei contro e la sfida appare quanto mai aperta” [Gibney]

“Mentre nell’ultimo decennio il calcolo quantistico si è trasformato da esercizio accademico a grande business, i riflettori sono stati per lo più puntati su una tecnica: i piccoli anelli di materiale superconduttore adottati da giganti della tecnologia come IBM e Intel. L’anno scorso, i superconduttori hanno permesso ai ricercatori di Google di affermare di aver raggiunto la supremazia quantistica quando una loro macchina ha eseguito per la prima volta un calcolo al di là delle capacità pratiche dei migliori computer classici. Tuttavia un approccio diverso, basato su ioni intrappolati all’interno di campi elettrici, sta guadagnando terreno nella corsa a costruire un computer quantistico su scala commerciale. All’inizio di quest’anno [2020], la multinazionale statunitense Honeywell ha lanciato il suo primo computer quantistico che usa ioni intrappolati come base dei suoi quantum bit, o qubit, un progetto su cui lavorava in silenzio da oltre un decennio. Honeywell, la cui sede principale si trova a Charlotte, nella Carolina del Nord, è stata la prima grande azienda a intraprendere questa strada. A ottobre, sette mesi dopo il lancio, la compagnia ha presentato una versione migliorata della sua macchina, che ha in programma di ampliare ulteriormente.” [Gibney]

Da <https://www.honeywell.com/us/en/company/quantum/quantum-computer>

“The Honeywell System Model H1 is now available commercially. With high-fidelity, fully connected qubits and features like mid-circuit measurement and qubit reuse, our system enables quantum developers to design deeper, more meaningful circuits. This will accelerate organizations along the path to value. The System Model H1 is fully accessible over the cloud and compatible with a variety of software frameworks.”

Da “Honeywell’s Ion Trap Quantum Computer Makes Big Leap”, di Samuel K. Moore, 3 MAR 2020, IEEE Spectrum, al link <https://spectrum.ieee.org/honeywells-ion-trap-quantum-computer-makes-big-leap>

Honeywell’s computer uses ytterbium ions trapped in an electromagnetic field in a narrow groove built in a chip. The qubit relies on the spin state of the ion’s outermost electron and that of its nucleus. This can be manipulated by lasers and can hold its state—remain coherent—for a fairly long time compared to other types of qubits. Importantly, the qubits can be moved around on the trap chip, allowing them to interact in ways that produce quantum algorithms”.

In IEEE Spectrum troviamo detto che “Ion-trap quantum systems were first developed at the U.S. National Institute of Standards and Technology in the 1990s. In 2015, a veteran of that group Chris Monroe cofounded the ion-trap quantum computer company IonQ. IonQ has already fit 160 ytterbium-based qubits in its system and performed operations on 79 of them. The startup has published several tests of its system, but not a

quantum volume measure.” (siamo al 2020, e in IEEE Spectrum si segnala l’articolo Wright, K., Beck, K.M., Debnath, S. et al. Benchmarking an 11-qubit quantum computer. Nat Commun 10, 5464 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41467-019-13534-2>, relativo a IonQ).

Anche IonQ ha il suo cloud <https://ionq.com>

Sulle “trappole per ioni” si veda

https://en.wikipedia.org/wiki/Trapped_ion_quantum_computer

Le sfide per gli ingegneri

Da “Comment: Quantum computers are now just a set of engineering problems”, 06 Jul 2022. “Zak Romaszko, quantum chip lead at Universal Quantum, reveals the four fundamental engineering challenges to build a ‘useful’ quantum computer”

<https://www.theengineer.co.uk/content/opinion/comment-quantum-computers-are-now-just-a-set-of-engineering-problems/> (archiviato [Archive](#)).

Nel quantum computing si è passati “from “if” these machines will do something useful for society to “when”.” Ma per vedere le vere potenzialità dei computer quantistici, essi devo essere grandi. “To start to do anything useful with quantum computers, we need to reach the million-qubit scale.”

I qubit sono incredibilmente fragili. “Even the slightest amount of noise can cause the underlying quantum information to break down, rendering the quantum computer useless. Controlling these qubits is the crux of the scalability issue and quantum computing hardware companies are faced with four key challenges to address”.

I) La prima challenge per l’ingegneria relativa è scegliere il qubit. Di qubit ve ne sono di molti tipi con pro e contro. “Superconducting and trapped-ion systems are two of the main contenders.” I qubit superconduttori hanno il vantaggio di avere componenti base compatibili con la tecnologia dei chip. “But as we scale further, trapped ion systems are starting to break through thanks to their less stringent refrigeration requirements, improved connectivity and long coherence times.” I qubit sono singoli ioni. “These trapped ions are naturally identical, well isolated from the environment and easily controllable”. Con una specifica architettura è possibile muovere i qubit “to ‘talk’ to one another.”

II) La seconda challenge è la temperatura. Per mantenere i qubit stabili, ci vuole bassa temperatura. Per i gli ioni basta un raffreddamento a 70 K (azoto liquido).

III) Adesso arriviamo all’Engineering Challenge #3: Lose the lasers [scordati il laser].

“To complete a quantum calculation, you need to run a quantum circuit. To achieve this, quantum gates manipulate qubits in the quantum computer. Again, there are many ways to achieve this. Trapped ion quantum computers generally use pairs of laser beams that must be aligned to the position of individual ions to execute quantum gates. This requires alignment accuracy to a fraction of the width of a human hair”. Se immaginiamo di andare alla scala di un milione di qubit, basta pochissimo a far fermare il computer. Ci vuole qualcosa di più semplice: “our quantum gates use global microwaves, effectively creating radio stations. Want to do a single qubit gate? Apply voltages to tune into that channel. Want to do a two-qubit gate? Apply a different set of voltages to tune into that channel. The best part of this gate scheme is that it doesn’t

matter if we have 10 or 10 million qubits, the number of microwave sources is fixed allowing for dramatically simplified scaling.”

IV) Engineering Challenge #4: Fully integrated modules. “With a single wafer holding just a few thousand qubits at most,” si deve considerare il problema della modularità per scalare ad un milione di qubit. Una proposta è usare interconnessioni fotoniche. Invece, la Universal Quantum pensa a “electric field links between adjacent quantum computing modules”, dove si potrebbe capitalizzare l’esperienza sui chip convenzionali.

“In truth, the hard (and exciting) work in quantum computing is just beginning. As these machines start to scale and move out of the world’s laboratories, these engineering problems need to be resolved. While it’s a mammoth task, it’s not an impossible one – with a practical engineering approach”.

At my signal, unleash Hell!

Che problemi può risolvere il computer quantistico?

Zak Romaszko ha parlato di lavoro duro ma eccitante, sulle macchine ma anche sul software. Se coronato di successo, che problemi riuscirà a risolvere una macchina quantistica performante?

Questa è la domanda a cui si cerca di rispondere in “Computer quantistico: quali problemi può risolvere”, di Michele Nasi, https://www.ilsoftware.it/articoli.asp?tag=Computer-quantistico-quali-problemi-puo-risolvere_23117, Giugno 2021.

“... sono decine le aziende impegnate nello sviluppo di soluzioni per il quantum computing. Sì, perché i computer quantistici non sostituiranno i computer tradizionali: sono solo destinati a risolvere problemi diversi da quelli risolvibili con i computer classici. Ciò premesso, qualsiasi problema che è impossibile da risolvere con i computer classici sarà impossibile da risolvere anche con i computer quantistici (i cosiddetti "problemi indecidibili)". [Nasi]

“I computer quantistici rappresentano una rivoluzione epocale nell'informatica così come l'abbiamo conosciuta fino ad oggi.” I computer quantistici utilizzano i qubits. “Grazie all'utilizzo del principio della sovrapposizione degli effetti e all'entanglement un computer quantistico può risultare estremamente più potente rispetto a qualunque sistema sino ad oggi realizzato riuscendo a elaborare molti più calcoli in parallelo ma, come detto, possono assolvere compiti ben specifici e in più, per la stessa natura del qubit, sono più soggetti a errori. I qubit sono instabili quindi i computer quantistici devono essere accuratamente isolati dal calore, dalle vibrazioni e dagli atomi vaganti” [Nasi].

“Probabilmente starete pensando che se i computer quantistici risolvono solo problemi affrontabili anche con computer tradizionali, sono complicati da realizzare, installare e gestire, costano pure moltissimo, allora cos'è tutto questo clamore? I computer quantistici hanno il potenziale per risolvere alcuni problemi meglio più velocemente e più efficientemente dei computer tradizionali. Ordini di grandezza in modo più veloce ed efficiente” [Nasi]. *Aggiungiamo che ce lo dice Feynman: sono i sistemi ottimali per*

simulare sistemi quantistici.

“Nell'informatica si classificano i problemi in base a quanti passaggi computazionali ci vorrebbero per risolverli usando gli algoritmi più noti. Ciò si traduce in una valutazione del tempo che impiegherà un computer per risolvere ciascun problema (teoria della complessità computazionale). Le categorie di problemi sono vaste e spesso si sovrappongono ma le tre categorie più usate sono P, NP, NP-completi. I problemi P sono quelli che i computer tradizionali possono risolvere in modo efficiente in un tempo polinomiale. Un esempio? Abbiamo n numeri e un numero k . Ci sono uno o più numeri nell'insieme n più grandi di k ? Il problema può essere risolto facilmente in tempo lineare. Per i problemi NP le soluzioni sono facili da verificare ma difficili da implementare in modo efficiente da un punto di vista informatico. Ogni problema P è anche un problema NP, quindi la classe P è una sottoclasse della classe NP. Gli NP-completi sono i problemi più difficili da risolvere”.

Un esempio di questi problemi è, data una mappa ed avendo a disposizione tre colori, colorare i paesi in modo che paesi confinanti abbiano colori diversi. Su tal problema si veda Steinberg, 1993, “The state of the three color problem”.

“Se si riuscisse a progettare una soluzione efficiente per un problema NP-completo allora si potrebbe arrivare a una soluzione efficiente per tutti i problemi NP. Fino ad oggi, però, nessun algoritmo conosciuto può risolvere un problema NP-completo in modo efficiente. I computer quantistici possono risolvere problemi NP-completi in modo efficiente poiché offrono la possibilità di accelerare esponenzialmente i calcoli rispetto all'approccio classico” [Nasi]. L'articolo continua con discussione sulla crittografia ed altri problemi.

Siamo nell'era dei Big Data. “Arriverà un tempo in cui anche i supercomputer non riusciranno a gestire l'enorme quantità di dati e non permetteranno di analizzare i big data in modo efficiente estraendo informazioni di valore da montagne di dati. I computer quantistici possono completare calcoli complessi in pochi secondi, gli stessi calcoli che i computer di oggi impiegherebbero migliaia di anni a elaborare”. Possono.

E i raggi cosmici?

Dice Michele Nasi. “I qubit sono instabili quindi i computer quantistici devono essere accuratamente isolati dal calore, dalle vibrazioni e dagli atomi vaganti”. E i raggi cosmici?

Da “Cosmic-ray threat to quantum computing greater than previously thought”, 28 Jul 2021, di Margaret Harris.

“Quantum computers may need a redesign to protect them from background radiation, say physicists. After earlier experiments showed that cosmic rays can severely disrupt the operation of superconducting quantum bits (qubits), an international team led by Robert McDermott of the University of Wisconsin-Madison, US, has now concluded that a leading error-correction method is unlikely to fix the problem on its own. Instead, McDermott and colleagues suggest that a combination of shielding and changes in qubit chip design may be required to keep errors at a manageable level.”

Si è svolto un esperimento. “McDermott and colleagues constructed a chip containing two pairs of qubits ... While performing quantum operations on this four-qubit system,

the physicists observed numerous simultaneous jumps in the charge induced on the paired qubits. When they modelled these bursts of charge using a standard particle-physics toolkit, they determined that the correlated jumps stem from collisions between the chip and a mixture of gamma rays and cosmic rays.”

Per correggere gli errori si usano qubit vicini.

Da “I computer quantistici hanno un nemico imbattibile (per ora): i raggi cosmici”, di Riccardo Lichene, https://www.corriere.it/tecnologia/21_dicembre_18/i-computer-quantistici-hanno-nemico-imbattibile-per-ora-raggi-cosmici-fd07b6e6-5e5c-11ec-bd4c-ff71c0b97a67.shtml

“La correzione degli errori si basa sulla configurazione di gruppi vicini di qubit in modo che agiscano come un'unica unità logica, proteggendo le informazioni quantistiche da eventuali errori che influiscono sui singoli qubit. Ma nel caso dei raggi cosmici, è probabile che tutti i qubit vicini subiscano errori contemporaneamente. Non esiste un modo realistico per mantenere la correzione degli errori funzionante in tali circostanze.”

Nuovi paradigmi

Vediamo ora alcuni estratti da <https://www.ai4business.it/ricerca/qubit-cose-quanto-vale-come-funziona/>, “Qubit, cos’è, quanto vale, come funziona”, di Cinzia Crostarosa, Maggio 2022 (archiviato [Archive](#)). L’articolo è molto ben scritto e lo usiamo per riassumere quanto abbiamo visto in precedenza e riprendere il discorso sui qubit e le porte quantistiche, e vedere poi come queste sono legate alle hamiltoniane.

Faccio una premessa e non posso fare altrimenti, poiché sono sorpresa di trovare i diagrammi di Feynman, i quark e la “forza forte” in un articolo sui qubit. Ritengo siano ivi proposti, forse, come applicazione di calcolo.

L’articolo inizia dicendo che tali diagrammi “trattano le particelle come se interagissero avvicinandosi a distanza, come palle da biliardo. In mancanza di tale soluzione, i fisici delle particelle hanno sviluppato *soluzioni alternative*, che forniscono risposte approssimative. Alcuni deducono sperimentalmente l’attività dei quark nei collettori di particelle, mentre altri sfruttano i supercomputer più potenti del mondo”. I diagrammi di Feynman sono la soluzione ai problemi dell’elettrodinamica quantistica (quantum electrodynamics QED), e sono stati estesi alla quantum chromodynamics (QCD). Quando, ad esempio, un elettrone interagisce con un forte campo elettrico (un nucleo) scambia con esso dei fotoni virtuali. Altro esempio è l’interazione tra elettrone e positrone. Tutto proviene dalla seconda quantizzazione del campo elettromagnetico, dove il campo è rappresentato da creazione e distruzione di fotoni, a cui si aggiunge la quantizzazione delle particelle fermioniche. I diagrammi di Feynman si inseriscono nella teoria della perturbazione relativa. La soluzione è perturbativa e pertanto approssimata, come altre *soluzioni alternative* (quali?).

Da https://it.wikipedia.org/wiki/Diagramma_di_Feynman “Nella teoria quantistica dei campi il diagramma di Feynman, inventato da Richard Feynman negli anni quaranta, è un grafo arricchito che visualizza un termine della serie perturbativa dell’ampiezza di scattering per un processo definito dagli stati iniziali e finali. In alcune di queste teorie, come l’elettrodinamica quantistica, si possono ottenere eccellenti approssimazioni da pochi termini della serie perturbativa, corrispondenti a pochi semplici diagrammi di

Feynman con le stesse linee entranti ed uscenti connesse da differenti vertici e linee interne. In altri casi questa forma di rappresentazione è più complessa e meno utile. Le particelle sono rappresentate con delle linee, che possono essere di vario genere in funzione del tipo di particella a cui sono associate. Un punto dove le linee si intersecano è chiamato vertice di interazione, o semplicemente vertice. Le linee si dividono in tre categorie: linee interne (che connettono due vertici), linee entranti (che arrivano "dal passato" ed entrano in un vertice e rappresentano gli stati inizialmente non interagenti) e le linee uscenti (che partono da un vertice e si estendono "al futuro" e rappresentano gli stati finali non interagenti). A volte i diagrammi sono girati e il passato è in basso, e il futuro in alto”.

In effetti c'è chi ha proposto un algoritmo quantistico per calcolare i diagrammi di Feynman per un campo scalare [Jordan, S. P., Lee, K. S., & Preskill, J. (2011). Quantum computation of scattering in scalar quantum field theories. ArXiv:1112.4833. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1112.4833>].

Quindi, i diagrammi sono una delle tante possibili applicazioni.

Riprendiamo <https://www.ai4business.it/ricerca/qubit-cose-quanto-vale-come-funziona/> "I nuovi computer quantistici funzionano con paradigmi totalmente nuovi rispetto ai computer classici, sfruttando fenomeni quantomeccanici come la sovrapposizione quantistica degli stati ed entanglement, applicando il concetto di qubit, inoltre essi usano oggetti come gli elettroni, le molecole, i fotoni o persino piccoli circuiti elettronici con effetti quantistici, che utilizzano il concetto di Spin, che è una rotazione dell'elettrone, considerando leggi fisiche diverse da quelle utilizzate. Tramite una rappresentazione artistica della sfera di Bloch, si possono individuare i due poli della sfera, che corrispondono agli stati puri, mentre i punti sull'equatore corrispondono ad una sovrapposizione omogenea degli stati” [Crostarosa].

Si continua con il qubit e con l'esempio di due stati base nello spazio di Hilbert bidimensionale. “In questo spazio risulta possibile scegliere una coppia di vettori di base ortonormali per rappresentare i corrispondenti valori 0 e 1 del bit classico. Questi due stati rappresentano la base computazionale e un qualsiasi stato di ogni qubit può essere scritto come: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ con la condizione di normalizzazione: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ”. Il qubit vive in uno spazio vettoriale parametrizzato da variabili continue (ad esempio α e β); “di conseguenza, per i postulati della meccanica quantistica, può venire a trovarsi non solo nello stato $|0\rangle$ o nello stato $|1\rangle$, ma in una qualsiasi sovrapposizione di questi stati. ... Percorrendo un ragionamento analitico per poter estrarre gli stati di un qubit, si può considerare un sistema a due [Lezioni MASTER OQI aa. '18-'19, Quantum Information], il quale può essere utilizzato come qubit se è possibile effettuare le seguenti operazioni” [Crostarosa]:

- a) Il sistema può essere preparato in uno stato noto, detto stato puro o di fiducia del qubit.
- b) Ogni stato può essere trasformato in un altro attraverso una trasformazione unitaria.
- c) Lo stato dopo ogni trasformazione può essere misurato nella base ($|0\rangle$, $|1\rangle$).
- d) Il vettore qubit si muove su una sfera di raggio unitario, detta anche sfera di Bloch o Stokes. Con le coordinate polari sferiche, un vettore di Bloch è caratterizzato dai due angoli (θ, Φ) , o tre coordinate cartesiane (x, y, z) sulla sfera.

Inoltre, “sfruttando una sovrapposizione degli stati della base computazionale risulta possibile generare stati non separabili, ad esempio:

$$CNOT(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|0\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle.$$

La porta CNOT è stata già discussa in precedenza, e quindi ricordiamo solo che “In computer science, the controlled NOT gate (also C-NOT or CNOT) is a quantum logic gate that is an *essential component* in the construction of a gate-based quantum computer. It can be used to entangle and disentangle Bell states. Any quantum circuit can be simulated to an arbitrary degree of accuracy using a combination of CNOT gates and single qubit rotations.” https://en.wikipedia.org/wiki/Controlled_NOT_gate

Ed ora ecco segnalato da Cinzia Crostarosa un aspetto particolarmente importante.

“Sebbene una varietà di oggetti fisici possa ragionevolmente servire come bit quantici, la cosa più semplice da usare è il momento angolare interno o spin dell’elettrone, che ha la peculiare proprietà quantistica di avere solo due possibili proiezioni su qualsiasi asse di coordinate: $+1/2$ o $-1/2$ (in unità della costante di Planck). Indipendentemente dall’asse scelto, puoi indicare i due stati quantici di base dello spin dell’elettrone come \uparrow e \downarrow . Operando con un sistema classico non è difficile costruire un circuito in grado di duplicare uno o più bit, il circuito viene detto di FAN-OUT e si realizza semplicemente sdoppiando i fili di collegamento. Invece, come già affermato a partire dal terzo postulato della meccanica quantistica (valor medio dell’osservabile A), le misure quantistiche sono tipicamente distruttive, ovvero alterano lo stato del sistema misurato” [Crostarosa].

Non è possibile costruire un gruppo di copie identiche (cloni) di uno stato quantistico sconosciuto. Si veda Wootters, Zurek e Dieks ed il **Teorema No-Cloning** (W. K. Wootters and W. H. Zurek, “A single quantum cannot be cloned,” *Nature*, 299, 802–803 (1982); D. Dieks, “Communication by EPR devices,” *Physics Letters*, 92A, 271–272 (1982). oppure [physics-edu](#) . Si veda anche Optics Communications Volume 179, Issues 1–6, 25 May 2000, Pages 581-589 , Schroedinger cat states and optimum universal quantum cloning by entangled parametric amplification Francesco De Martini, Valentina Mussi, Fabio Bovino. Link [sciencedirect](#)

“In un sistema con due qubit, ci sono “22” o 4 stati di base, che possono essere scritti ($\uparrow\uparrow$), ($\uparrow\downarrow$), ($\downarrow\uparrow$) e ($\downarrow\downarrow$). ... Nel caso generale di N qubit, lo stato del sistema è descritto da numeri complessi 2^N , che sono limitati dalla condizione, che le loro magnitudini al quadrato debbano riportare come somma 1. Mentre un computer convenzionale con N bit in un dato momento deve trovarsi in uno dei suoi stati 2^N possibili, lo stato di un computer quantistico con N qubit è descritto dai valori delle ampiezze quantiche 2^N , che sono parametri continui, che possono prendere su qualsiasi valore, non solo uno 0 o un 1. Questa è l’origine del presunto potere del computer quantistico, ma è anche la ragione della sua grande fragilità e vulnerabilità” [Crostarosa]

Non esiste oggi il computer quantistico che si può programmare per risolvere un qualsiasi problema pratico. Nella strategia a medio-termine si insegue il vantaggio quantistico.

“Let the computer itself be built of quantum mechanical elements which obey quantum mechanical laws.” (Feynman, 1982).

Hamiltoniane

Simulazioni quantistiche (DQS)

Con quali applicazioni si insegue oggi il vantaggio quantistico?

Si insegue prendendo dei problemi quantistici e, come detto da Feynman, facendoli eseguire con sistemi quantistici. In tal modo Borealis, con il suo Gaussian Boson Sampling, batte il computer classico. Borealis è fatto di fotoni, è un lichtperlenspiel, e quindi batte un computer tradizionale quando si mette a simulare un problema fotonico. Lo stesso dicasi dei computer a qubit, che vanno a simulare specifici problemi legati allo “pseudo-random quantum circuit”.

Adesso vediamo un aspetto delle porte quantistiche che agiscono sui qubit che non abbiamo ancora investigato a fondo, ed è il loro legame con le Hamiltoniane.

Da Georgescu, I. M., Ashhab, S., & Nori, F. (2014). Quantum simulation. *Reviews of Modern Physics*, 86(1), 153. Vediamo quanto si dice in questo articolo fondamentale.

Dagli anni '80 del secolo scorso è stato chiaro che simulare la meccanica quantistica è una sfida notevole. Ci vuole un computer veloce e con grande memoria, perché il sistema fisico è descritto da parametri il cui numero cresce esponenzialmente al crescere del sistema. L'esplosione esponenziale è inevitabile, anche se ci sono metodi approssimati come i metodi Monte Carlo. “Therefore, the simulation of quantum systems in general remains a hard task even for today’s supercomputers. A proposed solution to this problem came in the new type of computer envisaged by Richard Feynman (Feynman, 1982) — the quantum computer . . . Feynman realized at the time that a quantum machine would itself experience an exponential explosion, but with good consequences. The machine would have the capacity to contain an exponentially large amount of information without using an exponentially large amount of physical resources, thus making it a natural tool to perform quantum simulation.” [Georgescu et al.] Feynman non è stato prodigo di dettagli. Ha giusto indicato la via con la frase sopra riportata (1982).

“More than a decade later, it was shown (Lloyd, 1996) that a quantum computer – un insieme di qubit con porte universali - can indeed act as a universal quantum simulator”. L'aggettivo “universale” viene inteso nel senso che il computer – lo stesso medesimo computer – deve essere capace di affrontare moltissimi problemi diversi. Però, per fare simulazioni, non è necessario il computer universale. “Simpler quantum devices that mimic the evolution of other quantum systems in an analog manner could be used for this task (note that these are not universal simulators, but rather problem-

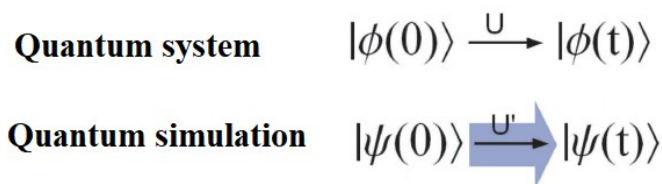
specific machines). It is therefore expected that practical quantum simulation will become a reality well before full-fledged quantum computers.” [Georgescu et al.]

[E questo spiega come mai abbiamo la corsa al vantaggio quantistico fatta con specifici problemi pensati per una macchina quantistica specifica].

Negli ultimi anni, l’interesse per la simulazione quantistica è cresciuto, come anche il numero di possibili simulazioni in fisica, chimica e biologia. Nella fisica della materia condensata, si potranno simulare molti problemi difficili, come le “quantum phase transitions, quantum magnetism or high-Tc superconductivity. Other potential application areas include high-energy physics, quantum chemistry, cosmology and nuclear physics”.

L’articolo di Georgescu et al., 2014, menziona poi le “coherent manipulation of quantum systems”, fatti con “atoms in optical lattices, trapped ions, nuclear spins, superconducting circuits, or spins in semiconductors, practical applications of quantum simulation can be expected in the coming years.”

Per “quantum simulator”, si intende un sistema quantistico controllabile usato per simulare/emulare un altro sistema quantistico. E l’idea base è nello schema seguente.



L’articolo di Georgescu et al. spiega con un semplice esempio la simulazione quantistica.

Sia lo stato del sistema $|\phi\rangle$, esso verrà codificato con una base computazionale. Per esempio simuliamo una particella a spin-1/2. Lo stato spin-up $|\uparrow\rangle$ è codificato in qubit $|1\rangle$, e lo stato spin-down $|\downarrow\rangle$ come $|0\rangle$. Lo stato a tre spin $|\phi\rangle = |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle$ è rappresentato da $|\psi\rangle = |110\rangle$.

Per avere $|\psi(t)\rangle = \exp\{-i\hbar Ht\} |\psi(0)\rangle$, l’operatore $U = \exp\{-i\hbar Ht\}$ deve essere applicato allo stato iniziale. U, il propagatore che avevamo visto all’inizio della discussione parlando del lavoro di Benioff, diventa una sequenza di porte a uno e due qubit. “Such a circuit-based quantum simulation recreating the evolution $|\psi(0)\rangle \rightarrow |\psi(t)\rangle$ is usually referred to as digital quantum simulation (DQS)”.

“Since any unitary operation can be written in terms of universal quantum gates, it follows that in principle “anything” can be simulated, i.e. DQS is universal (Lloyd, 1996)”. Si deve però osservare che non tutti gli operatori unitari possono essere simulati in modo efficiente. Ma una Hamiltoniana locale e finita si può simulare. Questo è importante poiché si può mappare i sistemi di spin in tale Hamiltoniana locale.

Il primo passo è preparare lo stato iniziale. La Figura 2 dell’articolo di Georgescu et al. mostra un esempio dall’algoritmo quantistico per preparare “a pure state of a molecular system with a given number m of electrons occupying a given number n of spin orbitals that exhibits polynomial scaling in m (regardless of n)” (Wang et al., 2009) (see Figure

2).

Passiamo all'operatore U . Facciamo l'ipotesi che l'Hamiltoniana si possa scrivere come somma finita di termini ad interazione locale, tipo le Hamiltoniane di Hubbard e Ising.

$$H = \sum_{l=1}^M H_l \quad \text{allora si ha:} \quad U = \prod_l \exp(-i\hbar H_l t) \quad (\text{formula di Trotter}).$$

La scomposizione di U in una sequenza di porte è semplice. Segue nell'articolo di Georgescu et al. dettagliata discussione.

Ricordiamo alcune nozioni sulla formula di Trotter. Essa ha origine dalla formula del prodotto di Lie (dove Lie è Sophus Lie (1875)), ma è generalmente conosciuta come prodotto di Trotter (da Hale Trotter) che dice che per matrici $m \times m$ reali o complesse A e B :

$$e^{A+B} = \lim_{n \rightarrow \infty} (e^{A/n} e^{B/n})^n$$

dove e^A è la matrice esponenziale di A . Lo stesso per B . La formula è analoga alla legge degli esponenti (numeri reali e complessi):

$$e^{x+y} = e^x e^y$$

Questa formula vale anche per matrici che commutano. Il prodotto di Lie vale anche per matrici non commutanti. La formula di Lie è legata alla formula di Baker–Campbell–Hausdorff. La formula di Lie permette di separare gli operatori di energia cinetica e potenziale nel propagatore, l'operatore di evoluzione di Schrödinger. In tal caso è detta decomposizione di Suzuki–Trotter (da Trotter e Masuo Suzuki).

Vediamo che cosa dicono Georgescu et al. (2014) su qubit superconduttori.

Nei circuiti superconduttori, l'informazione quantistica può essere codificata con la superconduttività nella direzione della corrente in loop, ad esempio. “The circuit can be manipulated by applied voltages and currents (including both dc and microwavefrequency ac signals) and measured with high accuracy using integrated on-chip instruments. Although macroscopic in size, these circuits can display quantum behavior and can be seen as “artificial atoms”. The advantage over real atoms is that superconducting circuits can be designed and constructed to tailor their characteristic frequencies, interaction strengths and so on. ... The fact that superconducting circuits can be produced in large numbers and “wired” together on a chip offers a rather straightforward way of realizing various lattice geometries”.

Qualche Hamiltoniana

L'Hamiltoniana H di un sistema è in meccanica quantistica un operatore. Nell'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo, ha associato un insieme di autostati:

$$H|j\rangle = \hbar \omega_j |j\rangle$$

che formano una base ortonormale del sistema fisico. ω_j sono gli autovalori dell'Hamiltoniana. Corrispondono all'energia e sono quindi reali e l'operatore H è hermitiano. Un qualsiasi stato del sistema è dato da una combinazione lineare degli stati della base:

$$|\psi\rangle = \sum_j \alpha_j |j\rangle$$

L'evoluzione del sistema è data dall'equazione di Schrödinger:

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = -\frac{i}{\hbar}H|\psi\rangle$$

Quindi:

$$|\psi\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle, \text{ dove } U(t) = \exp(-iHt/\hbar).$$

U è detto propagatore. Se l'Hamiltoniana dipende dal tempo, possiamo pensarla a tratti costante e quindi far corrispondere ai pezzi d'Hamiltoniana una serie di propagatori da applicare in sequenza temporale, U_1 , U_2 e così via. In tal modo: $|\psi\rangle \rightarrow U_3 U_2 U_1 |\psi\rangle$, nel caso di tre propagatori, ad esempio.

I propagatori hanno ognuno una specifica Hamiltoniana.

Le matrici di Pauli, che abbiamo visto inizialmente, sono hermitiane. Sono la base naturale su cui costruire le matrici densità. In tal modo, è possibile trasformare l'Hamiltoniana in una somma pesata di matrici di Pauli. Le matrici di Pauli sono quindi perfette per descrivere l'interazione a qubit singolo. E così le porte logiche diventano operatori con una corrispondente Hamiltoniana.

Vediamo alcuni casi semplici.

Da <https://physics.stackexchange.com/questions/291523/understanding-the-density-matrix-of-a-qubit> (archiviato [Archive.org](https://archive.org)).

A density operator ρ for the pure or mixed state of a qubit can be written in the following general form:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{bmatrix} a+b & c-id \\ c+id & a-b \end{bmatrix}$$

The general density matrix ρ for a qubit is a 2×2 complex Hermitian matrix, therefore it can be expanded over the basis $\{ I, X, Y, Z \}$ (Identity and Pauli matrices), which is an orthogonal basis of the Hilbert space of 2×2 complex Hermitian matrices:

$$\rho = aI + cX + dY + bZ \quad (*)$$

dove a, b, c, d sono reali.

$$\rho = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -id \\ id & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & c+id \\ c-id & a-b \end{bmatrix}$$

La traccia è 1. Quindi: $2a=1 \rightarrow a=1/2$. Alla fine si ha:

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+z & x-iy \\ x+iy & 1-z \end{bmatrix}, \text{ dove } z=2b, x=2c, y=2d.$$

Le matrici di Pauli le abbiamo ora indicate con le lettere X, Y, Z , per il motivo che sono usate nella base. Il semplice esempio che è stato proposto mostra come trasformare l'operatore di densità in una espressione contenente le matrici di Pauli (*), e tali matrici sono quelle che operano sui qubit.

Ecco di seguito altre due applicazioni relative alle Hamiltoniane.

Da "Physics of Quantum Computation", di Javier Cerrillo, Sommersemester 2016, Technische Universität Berlin. [Tu-berlin-de](#) (archiviato).
Supponiamo si voglia cercare lo stato $|x\rangle$.

Let us postulate a system that is able to implement the Hamiltonian:

$$H = |x\rangle\langle x| + |\psi\rangle\langle\psi|$$

where $|\psi\rangle$ is a starting state and $|x\rangle$ is a solution to the search.

A decomposition $|\psi\rangle = \alpha |x\rangle + \beta |y\rangle$, where $\langle x|y\rangle = 0$, is possible, so that the Hamiltonian in the basis $\{|x\rangle, |y\rangle\}$ takes now the form

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha^2 & \alpha\beta \\ \alpha\beta & \beta^2 \end{pmatrix} = I + \alpha(\beta X + \alpha Z),$$

since $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. Thus, evolution of the initial state under this Hamiltonian takes the form

$$\exp(-iHt)|\psi\rangle = e^{-it} [\cos(\alpha t)|\psi\rangle - i\sin(\alpha t)(\beta X + \alpha Z)|\psi\rangle]$$

where time is dimensionless or the energy scale of the Hamiltonian is assumed 1. One can show :

$$(\beta X + \alpha Z)|\psi\rangle = |x\rangle$$

and therefore the state evolves following $|x(t)\rangle = \cos(\alpha t)|x(t)\rangle - i\sin(\alpha t)|x(t)\rangle$, by choosing the uniform superposition state as the initial state.

Da “Hamiltonian for Hadamard Transforms”, di M.E. Irizarry-Gelpí, 2018, al link <https://meirizarrygelpi.github.io/posts/physics/hamiltonian-for-hadamard-transforms/index.html> (archiviato [Archive](#)).

Supponiamo di avere una matrice U unitaria ed una matrice V hermitiana. Il caso più semplice da affrontare è quello di matrici 2×2 .

The most general 2×2 hermitian matrix is given by:

$$V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w + z & x - yi \\ x + yi & w - z \end{bmatrix} = \frac{w}{2} I_2 + \frac{x}{2} X + \frac{y}{2} Y + \frac{z}{2} Z$$

Le matrici X , Y e Z commutano con I_2 (identità 2×2).

L'esponenziale è:

$$U = \exp(iV) = \exp(iw/2) \exp(i[xX + yY + zZ]/2)$$

E con l'esponenziale le matrici di Pauli diventano:

$$U = \exp\left(\frac{iw}{2}\right) \left[I_2 \cos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{2}\right) + i \left(\frac{xX + yY + zZ}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{2}\right) \right]$$

Si veda anche: https://en.wikipedia.org/wiki/Pauli_matrices

La matrice di Hadamard è: $H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (X + Y)$

Quindi: $w = -\pi, y = 0, \sqrt{x^2 + z^2} = \pi$ e possiamo riscrivere $U = (xX + zZ)/\pi$ con $x = z = \pi/\sqrt{2}$. Di conseguenza:

$$U = \exp(iV), \quad V = -\frac{\pi}{2} I_2 + \frac{\pi}{2} H_2$$

Ed abbiamo così l'Hamiltoniana, ora detta V .

Sempre da <https://meirizarrygelpi.github.io/posts/physics/hamiltonian-for-hadamard-transforms/index.html>

Since the 4-dimensional Hadamard transform is given by a Kronecker product:

$$H_4 = H_2 \otimes H_2$$

you can find the Hamiltonian for this transform with what we have seen so far. There is an important identity that I will not prove:

$$\exp(A)\otimes\exp(B)=\exp(A\oplus B)$$

Here \oplus is the Kronecker sum. If A is $M\times M$ and B is $N\times N$, then the Kronecker sum is given by

$$A\oplus B=(A\otimes I_N)+(I_M\otimes B)$$

e si veda il seguito della discussione al link dato sopra.

Molecular and Material Science

Una parte dell'articolo di Bauer, B., Bravyi, S., Motta, M., & Chan, G. K. L. (2020). "Quantum algorithms for quantum chemistry and quantum materials science". *Chemical Reviews*, 120(22), 12685-12717, è dedicata alle possibili applicazioni del calcolo quantistico.

"We now turn to survey a representative, but certainly nonexhaustive, set of scientific problems that could be interesting for quantum simulation. We group these roughly into a few areas: quantum chemistry, the problem of determining the low-lying states of electrons in molecules; quantum molecular spectroscopy, concerned with stationary states of the nuclei vibrating and rotating in molecules; chemical quantum dynamics, that studies the nonequilibrium electronic and nuclear motion of molecules associated with reactions and external fields; correlated electronic structure in materials, a close cousin of quantum chemistry in the materials domain, but with several important differences in practice and in emphasis; and dynamical quantum effects in materials, concerned with driven and out-of-equilibrium material systems."

*Scceccende l'acqua scroscia l'acqua / calda fredda calda / giusta
Shampoo rosso e giallo / quale marca mi va meglio / questa*

Giorgio Gaber

Variational Quantum Eigensolver

Dall'articolo precedente, sappiamo che tutta una serie di simulazioni quantistiche è dedicata alla chimica, e questo lo troviamo anche in una notizia recente.

Da APS News, July/August 2022 (Volume 31, number 7), "Searching for New Molecules with Quantum Computers. Could the budding technology see a breakthrough application in chemistry?" di Sophia Chen, [APSNews](#)

"At this year's APS March Meeting in Chicago, researchers from both academia and industry—including Google, IBM, and smaller startups—dove into quantum computing's applications in chemistry." I ricercatori sono quindi molto interessati alle simulazioni quantistiche per applicazioni in chimica, poiché ogni simulazione su

macchine binarie, che contenga più di 20 elettroni, diventa impraticabile.

“Quantum computing could change this. Molecules obey quantum mechanical equations, like qubits do (a qubit is the quantum counterpart to a 1-or-0 “bit” in normal computing). For example, in some algorithms, a qubit corresponds to a single electron orbital. As a result, researchers think it will be easier to simulate complex molecules on quantum computers, as they should be less bogged down with each added electron compared to classical computers. For instance, if researchers can simulate how electrons move around a molecule, they’ll gain insight into its properties, like its electrical conductivity or its likelihood of bonding with another molecule.”

Questo risponde bene a quanto affermato da Richard Feynman. Avendo però solo macchine NISQ, “researchers can test their molecular simulations only on the imperfect quantum computers we have today”.

“Challenges with NISQ computers abound. Their qubits hold on to information for limited time, which constrains the number of computations they can do in a row. It’s also difficult to make qubits interact precisely, so researchers try to avoid operations involving qubits that are far apart, says Robert Parrish of the quantum computing startup QC Ware. These challenges mean that a central part of developing algorithms is tailoring them to NISQ-era hardware, with all its limits—and researchers have gotten creative. Many use an algorithm developed in 2013 called the **Variational Quantum Eigensolver (VQE)** as a framework to build their own algorithms. In VQE, a quantum computer and a classical computer work together to calculate the ground state energy of a molecule.” VQE è usato sia in quantum che nei classical computers.

In arXiv troviamo “VQE Method: A Short Survey and Recent Developments”, di Dmitry A. Fedorov, Bo Peng, Niranjana Govind, Yuri Alexeev.

Il metodo VQE usa un approccio ibrido per trovare autovalori ed autovettori di una Hamiltoniana. “VQE has been proposed as an alternative to fully quantum algorithms such as quantum phase estimation because fully quantum algorithms require quantum hardware that will not be accessible in the near future. VQE has been successfully applied to solve the electronic Schrödinger equation for a variety of small molecules. However, the scalability of this method is limited by two factors: the complexity of the quantum circuits and the complexity of the classical optimization problem. Both of these factors are affected by choice of the variational ansatz used to represent the trial wave function”.

L’area di ricerca su tale problematica è molto attiva. In arXiv troviamo una survey di tale attività. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.08505>

Il calcolo variazionale parte da un ansatz. “A trial wave function or ansatz is constructed with adjustable parameters, followed by the design of a quantum circuit capable of realizing this ansatz. The ansatz parameters are then variationally adjusted until the expectation value of the electronic Hamiltonian” (arXiv).

Prendiamo l’espressione:

$$E \leq \frac{\langle \psi(\vec{\theta}) | \hat{H}_{el} | \psi(\vec{\theta}) \rangle}{\langle \psi(\vec{\theta}) | \psi(\vec{\theta}) \rangle}$$

Nella disequazione compare la funzione d'onda di trial che dipende dal vettore dei parametri variazionali. E è l'energia dello stato fondamentale dell'Hamiltoniana elettronica (il valor minimo corrisponde al più piccolo autovalore dell'Hamiltoniana). Tale Hamiltoniana è scritta generalmente nella forma della seconda quantizzazione:

$$H_{el} = \sum_{p,q} h_{pq} a_p^+ a_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} a_p^+ a_q^+ a_r a_s$$

dove troviamo gli operatori di creazione e distruzione tra orbitali. Il primo termine descrive l'eccitazione del singolo elettrone, il secondo quello di due elettroni. I coefficienti h_{pq}, h_{pqrs} sono calcolati tramite un computer classico.

Per usare un computer quantistico si deve passare dall'Hamiltoniana con fermioni indistinguibili ad una Hamiltoniana con qubit (distinguibili).

L'Hamiltoniana dei qubit diventa:

$$H = \sum_j \alpha_j P_j = \sum_j \alpha_j \prod_i \sigma_i^j$$

dove α_j sono coefficienti reali scalari dipendenti da h_{pq}, h_{pqrs} . P_j sono stringhe di Pauli costituite da prodotti di matrici σ_i^j , dove i indica il qubit su cui agisce l'operatore di Pauli e j il termine dell'Hamiltoniana.

A questo punto, scelta la funzione d'onda, si prepara il computer quantistico per calcolare l'energia:

$$E(\vec{\theta}) = \sum_j \alpha_j \langle \psi(\vec{\theta}) | \prod_i \sigma_i^j | \psi(\vec{\theta}) \rangle$$

N è il numero di termini nell'Hamiltoniana. A seconda della base scelta, si hanno M^4 termini, se M è il numero di funzioni della base.

Si deve poi preparare la funzione d'onda di trial, partendo da un stato noto. ArXiv illustra il metodo con un operatore esponenziale, e l'articolo continua con dettagli di ulteriori ansatz.

Prendiamo un esempio semplice per illustrare il metodo. Lo prendiamo dal sito di Joshua J. Goings <https://joshuagoings.com/2020/08/20/VQE/>, che ringraziamo vivamente. <https://web.archive.org/web/20220817102545/https://joshuagoings.com/2020/08/20/VQE/> Il sito fornisce anche il codice.

“The problem we want to tackle is to implement the VQE to compute the energy of molecular hydrogen in a minimal basis. We will base this implementation off the really neat paper O'Malley, Peter JJ, et al. “Scalable quantum simulation of molecular energies.” Physical Review X 6.3 (2016): 031007.

O'Malley e coautori hanno implementato l'approccio VQE su un computer quantistico reale. Ed ecco come Joshua Goings illustra i passi del metodo:

- 1) Put the Hamiltonian in the computational (qubit) basis.
- 2) Obtain a variational ansatz to parameterize the wave function.
- 3) Represent this ansatz as a quantum circuit.
- 4) Given this circuit, measure the expectation value of Hamiltonian (energy).
- 5) Vary the circuit parameters until the energy is minimized.

Il primo passo è rappresentare l'Hamiltoniana dai fermioni ai qubit.

Nell'articolo di O'Malley et al. si usa "the BK[Bravyi-Kitaev]-transformed Hamiltonian and exploiting some of the symmetry in the H_2 molecule, the Hamiltonian can be represented by only two qubits. (Nice.) - dice Joshua Goings - The Hamiltonian has five components:"

(uso la base di Pauli σ_i^j , chiamando le matrici X, Y, Z con pedice indicante il qubit)

$$\hat{H}_{BK} = g_0 \mathbf{I} + g_1 Z_0 + g_2 Z_1 + g_3 Z_0 Z_1 + g_4 Y_0 Y_1 + g_5 X_0 X_1$$

I coefficienti sono calcolati classicamente e forniti da O'Malley et al.

Vediamo brevemente, dall'articolo di O'Malley et al., come si arriva a tale Hamiltoniana.

"The central problem of quantum chemistry is to compute the lowest energy eigenvalue of the molecular electronic structure Hamiltonian. The eigenstates of this Hamiltonian determine almost all of the properties of interest in a molecule or material, and as the gap between the ground and first electronically excited state is often much larger than the thermal energy at room temperature, the ground state is of particular interest." [O'Malley et al.].

Si comincia da un insieme di cariche nucleari Z_i e da un certo numero di elettroni:

$$H = -\sum_i \frac{\nabla_{R_i}^2}{2M_i} - \sum_i \frac{\nabla_{r_i}^2}{2} - \sum_{i,j} \frac{Z_i}{|R_i - r_j|} + \sum_{i,j>i} \frac{Z_i Z_j}{|R_i - R_j|} + \sum_{i,j>i} \frac{1}{|r_i - r_j|}$$

le posizioni, masse e cariche dei nuclei sono R_i, M_i, Z_i e la posizione degli elettroni è r_i . L'Hamiltoniana è in unità di energia, conosciuta come hartree. E quindi non

compare massa e carica elettrone. https://it.wikipedia.org/wiki/Energia_di_Hartree

Dicono O'Malley et al. che "this form of the Hamiltonian and its real-space discretization are often referred to as the first quantized formulation of quantum chemistry. Several approaches have been developed for treating this form of the problem on a quantum computer; however, the focus of this [O'Malley] work is the second quantized formulation. To reach the second quantized formulation, one typically first approximates the nuclei as fixed classical point charges under the Born-Oppenheimer approximation, chooses a basis ϕ_i in which to represent the wave function, and enforces antisymmetry with the fermion creation and annihilation

operators a_i^+, a_j to give:

$$H_{el} = \sum_{p,q} h_{pq} a_p^+ a_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} a_p^+ a_q^+ a_r a_s$$

dove:

$$h_{pq} = \int dx \phi_p^*(x) \left(\frac{\nabla_r^2}{2} - \sum_i \frac{Z_i}{|R_i - r|} \right) \phi_q(x)$$

$$h_{pqrs} = \int dx_1 dx_2 \frac{\phi_p^*(x_1) \phi_q^*(x_2) \phi_s(x_1) \phi_r(x_2)}{|r_1 - r_2|}$$

Con x, x_1, x_2 si rappresentano sia coordinate spaziali che spin: $x_i = (r_i, s_i)$.

Adesso si deve passare dagli operatori di creazione e distruzione alle matrici di Pauli. Per i dettagli si veda Seeley, J. T., Richard, M. J., & Love, P. J. (2012). The Bravyi-Kitaev transformation for quantum computation of electronic structure. The Journal of chemical physics, 137(22), 224109.

Nella forma di Bravyi-Kitaev, “the spin Hamiltonian for molecular hydrogen in the minimal (STO-6G) basis,” [O’Malley et al], è data da:

$$H = f_0 \mathbb{1} + f_1 Z_0 + f_2 Z_1 + f_3 Z_2 + f_1 Z_0 Z_1$$

$$+ f_4 Z_0 Z_2 + f_5 Z_1 Z_3 + f_6 X_0 Z_1 X_2 + f_6 Y_0 Z_1 Y_2$$

$$+ f_7 Z_0 Z_1 Z_2 + f_4 Z_0 Z_2 Z_3 + f_3 Z_1 Z_2 Z_3$$

$$+ f_6 X_0 Z_1 X_2 Z_3 + f_6 Y_0 Z_1 Y_2 Z_3 + f_7 Z_0 Z_1 Z_2 Z_3,$$

I coefficienti dipendono dalla “fixed bond length of the molecule. We notice that this Hamiltonian acts off diagonally on only two qubits (the ones having tensor factors of 0 and 2), those set in bold in Equation. Because we start our simulations in the Hartree-Fock state, a classical basis state, we see that the Hamiltonian stabilizes qubits 1 and 3 so that they are never flipped throughout the simulation. We can use this symmetry to scalably reduce the Hamiltonian of interest to the following effective Hamiltonian which acts only on two qubits:” [O’Malley et al.]

$$\hat{H}_{BK} = g_0 \mathbf{I} + g_1 Z_0 + g_2 Z_1 + g_3 Z_0 Z_1 + g_4 Y_0 Y_1 + g_5 X_0 X_1 \quad (*)$$

La nostra Hamiltoniana agisce solo su due qubit. Partiamo dallo stato $|01\rangle$. “To obtain this from $|00\rangle$, we just need to act on the zeroth qubit with the Pauli X operator. This is the first step in the quantum circuit in the figure I showed above from the O’Malley paper.” [Joshua J. Goings] “In the O’Malley paper, they utilize the Unitary Coupled

Cluster (UCC) ansatz, which in this case depends only on a single parameter θ :" [Joshua J. Goings]

$$U(\theta) = \exp(-i\theta X_0 Y_1)$$

da cui: $|\psi(\theta)\rangle = \exp(-i\theta X_0 Y_1)|01\rangle$. Troviamo il prodotto di Pauli-X su qubit 0 e Pauli-Y su qubit 1. Si deve poi pensare a come rappresentare $U(\theta)$, come serie di porte quantistiche. Ricordiamo l'espressione:

$$\langle \psi | U^\dagger(\theta) \hat{H}_{mol} U(\theta) | \psi \rangle = \langle \psi' | \hat{H}_{mol} | \psi' \rangle$$

che vale per funzioni d'onda normalizzate ed U unitari. Si calcola l'energia:

$$\begin{aligned} E &= \langle \psi' | g_0 \mathbf{I} + g_1 Z_0 + g_2 Z_1 + g_3 Z_0 Z_1 + g_4 Y_0 Y_1 + g_5 X_0 X_1 | \psi' \rangle \\ &= g_0 \langle \mathbf{I} \rangle + g_1 \langle Z_0 \rangle + g_2 \langle Z_1 \rangle + g_3 \langle Z_0 Z_1 \rangle + g_4 \langle Y_0 Y_1 \rangle + g_5 \langle X_0 X_1 \rangle \\ &= \sum_i g_i \langle \hat{O}_i \rangle \end{aligned}$$

Variando il parametro θ si ottiene l'energia minima.

Sempre da O'Malley et al. "VQE solves for the parameter vector θ with a classical optimization routine. One first prepares an initial ansatz and then estimates the ansatz energy by measuring the expectation values of each term in Eq.(*) and summing these values together".

Quello che è molto gradevole nell'articolo di O'Malley et al. sono due figure che rappresentano schematicamente, ma in modo molto chiaro, il calcolo tramite hardware e software. La Figura n.1 riguarda l'implementazione sul computer quantistico dello schema VQE. Ed ecco che cosa dice la didascalia: "Hardware and software schematic of the variational quantum eigensolver. (Hardware) micrograph shows two Xmon transmon qubits and **microwave pulse sequences** to perform single-qubit rotations (thick lines), **dc pulses** for two-qubit entangling gates (dashed lines), and microwave spectroscopy tones for qubit measurements (thin lines). (Software) quantum circuit diagram shows preparation of the Hartree-Fock state, followed by application of the unitary coupled cluster ansatz in Eq. (3) and efficient partial tomography (R_i) to measure the expectation values in Eq. (1). Finally, the total energy is computed according to Eq. (4) and provided to a classical optimizer which suggests new parameters".

L'equazione (1) è la (*) data sopra. La (3) è l'ansatz $|\psi(\theta)\rangle = \exp(-i\theta X_0 Y_1)|01\rangle$.

La (4) è il calcolo dell'energia. C'è nella didascalia la "partial tomography". Ed ecco

che cosa troviamo nell'articolo: "The expectation values we use to calculate the energy of the prepared state are measured with partial tomography; for example, $X_1 X_0$ is measured by applying $Y_{\pi/2}$ gates to each qubit prior to measurement".

Da Hamiltoniana (sistema fisico) ad Hamiltoniana (sistema a qubit)

In sintesi. Un problema many-body di fermioni ci serve per definire le proprietà elettroniche delle molecole e dei materiali. Si parte dalla Hamiltoniana:

$$H = -\sum_i \frac{\nabla_{R_i}^2}{2M_i} - \sum_i \frac{\nabla_{r_i}^2}{2} - \sum_{i,j} \frac{Z_i}{|R_i - r_j|} + \sum_{i,j>i} \frac{Z_i Z_j}{|R_i - R_j|} + \sum_{i,j>i} \frac{1}{|r_i - r_j|}$$

Si introduce la seconda quantizzazione:

$$H_{el} = \sum_{p,q} h_{pq} a_p^+ a_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} a_p^+ a_q^+ a_r a_s$$

dove troviamo gli operatori di creazione e distruzione e i coefficienti a uno o due elettroni nella base spin-orbitale. Usando la trasformazione di Jordan–Wigner (a cui si dedica più avanti una sezione specifica) o quella di Bravyi–Kitaev, l'Hamiltoniana elettronica viene "converted iso-spectrally to a qubit form" [Ryabinkin et al., 2018].

Si noti che è una trasformazione isospettrale.

La forma di tale Hamiltoniana è:

$$\hat{H} = \sum_l C_l \hat{P}_l$$

dove \hat{P}_l "are Pauli "words", products of Pauli operators of different qubits", sono le "parole" di Pauli, come definite in [Ryabinkin et al., 2018], prodotto di operatori di Pauli su differenti qubit.

Parole, parole, parole
Parole, parole, parole, parole
Parole, soltanto parole
Parole tra noi

Pauli strings

Più che "parole", gli operatori di Pauli sono dette "stringhe" con ad esempio al sito <https://mitiq.readthedocs.io/en/stable/guide/observables.html>

Parliamo di queste stringhe.

Dalle note delle lezioni. "Variational Algorithms", Xavier Bonet-Monroig, Casper Gyurik and Thomas O'Brien, February 26, 2020

<https://liacs.leidenuniv.nl/~dunjkov/aQa/aQa-Lecture-3-vqe1.pdf> (Archive)

“An incredibly useful set of operators in quantum computing are the Pauli matrices $P = \{I, X, Y, Z\}$, or more generally the Pauli basis, $P = \{I, X, Y, Z\}^{\otimes N}$. The Pauli basis contains all possible tensor products of the Pauli matrices acting on N -qubits, for a total of 4^N elements. Elements of the Pauli basis are typically written without explicit tensor products - e.g. $ZZ \equiv Z \otimes Z$. Moreover, instead of writing a lot of I 's, we often drop them, and instead index operators with which qubits they act on - e.g.

$$Z_1 X_3 \equiv ZIX \equiv Z \otimes I \otimes X.$$

The Pauli matrices are both unitary and hermitian. Given a Pauli operator \hat{P} , we have:”

$$\hat{P}^\dagger \hat{P} = I, \quad \hat{P} = \hat{P}^\dagger \quad \text{da cui:} \quad \hat{P}^2 = I$$

Gli autovalori dell'operatore di Pauli sono ± 1 . Per la traccia vale l'ortogonalità $Tr[\hat{P}_i \hat{P}_j] = 2^N \delta_{ij}$. Gli operatori di Pauli sono hermitiani, e pertanto si costruisce l'esponenziale:

$$U(\hat{P}) = e^{-i\theta \hat{P}}$$

Sviluppando:

$$\begin{aligned} U_{\hat{P}}(\theta) &= e^{-i\theta \hat{P}} = \sum_k \frac{(-i\theta \hat{P})^k}{k!} = \sum_k \frac{(-i\theta \hat{P})^{2k}}{(2k)!} + \sum_k \frac{(-i\theta \hat{P})^{2k+1}}{(2k+1)!} \\ &= \sum_k \frac{(-i)^{2k} \theta^{2k} \hat{P}^{2k}}{(2k)!} + \sum_k \frac{(-i)^{2k+1} \theta^{2k+1} \hat{P}^{2k+1}}{(2k+1)!} \\ &= \sum_k \frac{(-1)^k \theta^{2k}}{(2k)!} I + (-i) \sum_k \frac{\theta^{2k+1}}{(2k+1)!} \hat{P} \end{aligned}$$

In tal modo si trova:

$$U_{\hat{P}}(\theta) = \cos(\theta) I - i \sin(\theta) \hat{P}.$$

“Note here that critically, although \hat{P} when acting as a unitary operator by itself does not generate any entanglement between qubits, $U_{\hat{P}}(\theta)$ is an entangling gate!

Indeed, as we will cover in the next lecture, every possible operation on a quantum computer may be approximated by a series of $U_{\hat{P}_i}(\theta)$ for different operators \hat{P}_i .

Physically, the expectation value of a Pauli operator acting on a single qubit can be thought of as the splitting of the two eigenstates of that qubit for a period of time, and

typically on NISQ devices some gate similar to $e^{i\theta Z_i}$ may be achieved.”

In Qiskit: https://qiskit.org/documentation/stubs/qiskit.quantum_info.Pauli.html

Phase Estimation Algorithm (Trotterization)

Nel loro articolo, O’Malley et al. riportano una “experimental demonstration of the original quantum algorithm for chemistry. Similar to VQE, the first step of this algorithm is to prepare the system register in a state having good overlap with the ground state of the Hamiltonian H .” Questo approccio, detto Phase Estimation Algorithm, è già stato proposto da alcuni degli autori dell’articolo su Physical Review X [si veda Aspuru-Guzik, A., Dutoi, A. D., Love, P. J., & Head-Gordon, M. (2005). Simulated quantum computation of molecular energies. Science, 309(5741), 1704-1707. <https://arxiv.org/ftp/quant-ph/papers/0604/0604193.pdf>].

Nel lavoro su Physical Review X, O’Malley et al. “begin with the Hartree-Fock state $|\phi\rangle$. We then evolve this state under H using a Trotterized approximation to the time-evolution operator. The execution of this unitary is controlled on an ancilla initialized in the superposition state $(|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$. The time-evolution operator can be approximated using Trotterization as”:

$$e^{-iHt} = e^{-it \sum_y g_y H_y} \approx U_{Trot}(t) \equiv \left(\prod_y e^{-ig_y H_y t/\rho} \right)^\rho$$

dove troviamo le Hamiltoniane locali:

$$\hat{H}_{BK} = g_0 I + g_1 Z_0 + g_2 Z_1 + g_3 Z_0 Z_1 + g_4 Y_0 Y_1 + g_5 X_0 X_1$$

L’errore dell’approssimazione dipende linearmente dal time step ρ^{-1} . “Application of the propagator induces a phase on the system register so that:”

$$e^{-iHt}|\phi\rangle = \left(\sum_n e^{-iE_n t} |n\rangle \langle n| \right) |\phi\rangle = \sum_n a_n e^{-iE_n t} |n\rangle,$$

dove troviamo gli autostati $|n\rangle$ e gli autovalori dell’Hamiltoniana e $a_n = \langle n|\phi\rangle$.

“By controlling this evolution on the ancilla superposition state, one entangles the system register with the ancilla. Accordingly, by measuring the phase between the $|0\rangle$ state and $|1\rangle$ state of the ancilla, one measures the phase $E_n t$ and collapses the system register to the state $|n\rangle$ with probability a_n^2 ”. [O’Malley et al.]

La Figura 4 dell’articolo di O’Malley et al. mostra hardware e software nuovamente per l’approccio PEA-Trotter. Ora i qubit sono tre (aggiunta l’ancilla). La didascalia dice: “Hardware and software schematic of the Trotterized phase estimation algorithm. (Hardware) micrograph shows three Xmon transmon qubits and microwave pulse

sequences, including (i) the variable amplitude CZ_ϕ ... and (ii) dynamical decoupling pulses not shown in logical circuit. (Software) state preparation includes putting the ancilla in a superposition state and compensating for previously measured bits of the phase using the gate Z_{ϕ_k} . The bulk of the circuit is the evolution of the system under a Trotterized Hamiltonian controlled by the ancilla. Bit j_k is determined by a majority vote of the ancilla state over 1000 repetitions”.

Sia l’algoritmo VQE che il PEA-Trotter sono stati implementati da O’Malley et al. “with a superconducting quantum system based on the Xmon, a variant of the planar transmon qubit, in a dilution refrigerator with a base temperature of 20 mK. Each qubit consists of a superconducting quantum interference device (SQUID), which provides a tunable nonlinear inductance, and a large X-shaped capacitor”, ed altri dettagli ancora.

Quantum Phase Estimation Algoritm

Da https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_phase_estimation_algorithm (archiviato Archive)

“In quantum computing, the quantum phase estimation algorithm (also referred to as quantum eigenvalue estimation algorithm), is a quantum algorithm to estimate the phase (or eigenvalue) of an eigenvector of a unitary operator. More precisely, given a unitary matrix U and a quantum state $|\psi\rangle$ such that $U|\psi\rangle = e^{2\pi i\theta}|\psi\rangle$, the algorithm estimates the value of θ with high probability within additive error ... The algorithm was initially introduced by Alexei Kitaev in 1995. Phase estimation is frequently used as a subroutine in other quantum algorithms, such as Shor’s algorithm and the quantum algorithm for linear systems of equations.”

Spin qubit quantum computer (Loss–DiVincenzo quantum computer)

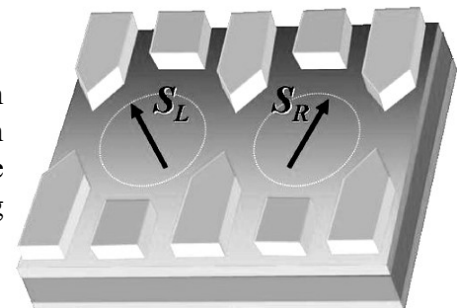
Per parlare ancora di Hamiltoniana, torniamo agli spin qubit e alla porta CNOT.

https://www.wikiwand.com/en/Loss-DiVincenzo_quantum_computer oppure Archive

“The spin qubit quantum computer is a quantum computer based on controlling the spin of charge carriers (electrons and electron holes) in semiconductor devices. The first spin qubit quantum computer was first proposed by Daniel Loss and David P. DiVincenzo in 1997, also known as the Loss–DiVincenzo quantum computer. The proposal was to use the intrinsic spin- $\frac{1}{2}$ degree of freedom of individual electrons confined in quantum dots as qubits. This should not be confused with other proposals that use the nuclear spin as qubit, like the Kane quantum computer or the nuclear magnetic resonance quantum computer.”

Vediamo la proposta di Loss–DiVincenzo.

Lo schema mostra “A double quantum dot. Each electron spin S_L or S_R define one quantum two-level system, or a spin qubit in the Loss-DiVincenzo proposal. A narrow gate between the two dots can modulate the coupling, allowing swap operations”.



Implementation of the two-qubit gate: The Loss–DiVincenzo quantum computer operates, basically, using inter-dot gate voltage for implementing swap operations and local magnetic fields (or any other local spin manipulation) for implementing the controlled NOT gate (CNOT gate). The swap operation is achieved by applying a pulsed inter-dot gate voltage, so the exchange constant in the Heisenberg Hamiltonian becomes time-dependent:

$$H_s(t) = J(t) \mathbf{S}_L \cdot \mathbf{S}_R$$

Questa descrizione è soggetta a condizioni sul salto d'energia, sul tempo dell'impulso e sul tempo di decoerenza. From the pulsed Hamiltonian follows the time evolution operator:

$$U_s(t) = T \exp \left\{ -i \int_0^t dt' H_s(t') \right\} ,$$

dove compare il time-ordering symbol. Possiamo scegliere la durata del pulse in modo che U_s diventi l'operatore di swap U_{sw} .

Unitary coupled cluster (UCC) e Qubit coupled cluster (QCC)

Torniamo all'approccio VQE.

Da Ryabinkin, I. G., Yen, T. C., Genin, S. N., & Izmaylov, A. F. (2018). Qubit coupled cluster method: a systematic approach to quantum chemistry on a quantum computer. *Journal of chemical theory and computation*, 14(12), 6317-6326.

“A unitary coupled cluster (UCC) form for the wave function in the variational quantum eigensolver has been suggested as a systematic way to go beyond the mean-field approximation and include electron correlation in solving quantum chemistry problems on a quantum computer.” Per via di due problematiche del metodo, non tutte le “quantum computing architectures” sono capaci di affrontare il calcolo. “To address both problems, we introduce a qubit coupled cluster (QCC) method that starts directly in the qubit space and uses energy response estimates for ranking the importance of individual entanglers for the variational energy minimization”, ed altro ancora.

L'equazione (6) dell'articolo ripropone la minimizzazione dell'energia attraverso funzione di trial (VQE). La parametrizzazione dell'operatore unitario da fermioni a qubit avviene tramite l'ansatz UCC (unitary coupled cluster (UCC)) fermionico.

$$\hat{U}_{CC} = \exp(\hat{T} - \hat{T}^+)$$

dove $\hat{T} = \hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \dots + \hat{T}_{N_e}$, $\hat{T}_1 = \sum_{ia} t_i^a \hat{a}_a^+ \hat{a}_i$, $\hat{T}_2 = \sum_{ijab} t_{ij}^{ab} \hat{a}_a^+ \hat{a}_b^+ \hat{a}_j \hat{a}_i$, ...

Sono gli operatori già visti prima. Gli autori sottolineano che “at any rank greater than 1 the UCC ansatz is exponentially hard for a classical computer due to nontruncation of the Baker–Campbell–Hausdorff series.”

Il metodo Qubit Coupled Cluster ci porta alle stringhe di Pauli, che abbiamo visto prima. Il metodo è illustrato in dettaglio dall'articolo. Vengono poi proposti alcuni esempi numerici. “We illustrate our developments by computing the ground-state potential energy curves for the H₂ and LiH molecules and a symmetric O–H stretching curve for the H₂O molecule within the QMF [qubit mean-field] and QCC approaches. H₂ and LiH were used previously to illustrate performance of quantum computing techniques, while the H₂O example is particularly interesting because it is a strong-correlation problem with more than one correlated pair of electrons, for which the traditional coupled cluster singles and doubles (CCSD) approach is known to fail giving energy below the exact value at large O–H distances.”

Hückel molecular orbitals sull'IBM-Kawasaki

Da Yoshida, R., Lötstedt, E., & Yamanouchi, K. (2022). Quantum computing of Hückel molecular orbitals of π -electron systems. *The Journal of Chemical Physics*, 156(18), 184117.

Lo scopo degli autori è quello di “demonstrate an applicability of quantum computing to fundamental electronic structure problems of molecules”. I ricercatori “describe the Hückel Hamiltonian matrix in terms of quantum gates and obtain the orbital energies of fundamental π -electron molecules (C₂H₄, C₃H₄, C₄H₄, C₄H₆, and C₆H₆) using a superconducting-qubit-type quantum computer (*ibm_kawasaki*) with a post-selection error mitigation method. We show that the orbital energies are obtained with sufficiently high accuracy and small uncertainties and that characteristic features of the electronic structure of the π -electron molecules can be extracted by quantum computing in a straightforward manner”.

Notizia del 27 Luglio 2021, “Building Japan’s quantum future with IBM Quantum System One”, <https://research.ibm.com/blog/japan-quantum-system-one>

“Starting today, Japan’s best and brightest researchers now have special access to one the world's most-powerful quantum computers: IBM Quantum System One in Kawasaki City. ... After launching a hub at Keio University in 2018, the University of Tokyo and IBM kicked off the Japan-IBM Quantum Partnership in 2019 to advance quantum computing across the country. As part of this partnership, researchers in Japan received an IBM Quantum System One, now installed in IBM’s facility at the Kawasaki Business Incubation Center, Kawasaki City. The aim of this partnership is to engage universities in Japan to accelerate quantum computing research and education, work with industry to advance research in practical quantum computing applications, and to research quantum computing hardware components”.

Torniamo agli orbitali.

“Describing the electronic structure of molecules composed of many electrons with high accuracy is one of the central themes in modern quantum chemistry. Thanks to the molecular orbital (MO) program packages, ... developed by the pioneering attempts made by quantum chemists in the past 50 years and to the emergence of the supercomputer technologies, researchers are able to calculate electronic structures of molecules and molecular complexes by including a large configuration-interaction space.” Ma, anche per una molecola piccola, come quella del benzene, con 42 elettroni

il numero di configurazioni è maggiore di 10^{20} anche se “we assume a minimal basis set consisting of 72 spin-orbitals (one 1s orbital for H and 1s, 2s, and 2p orbitals for C), which is five orders of magnitude larger than the total memory size (5×10^{15} bytes) of Fugaku, the fastest supercomputer in the world.” [Yoshida et al.]

Se passiamo ai computer quantistici, con N qubit possiamo descrivere 2^N superposition states. In the Jordan–Wigner representation, the occupation numbers of N spin-orbitals are stored by N qubits”. Con $N = 65$ qubit IBM, “we can represent $N = 65$ active orbitals, corresponding to a total of about 2×10^{17} electron configurations in the case of benzene. This means that the MO calculation of benzene with an almost full-CI (configuration interaction) configuration space becomes, in principle, possible. If the number of qubits available on a quantum computer reaches 1,000, even an electronic structure of biomolecules can be calculated with a full-CI level” [Yoshida et al.]. Siamo però ancora nella fase NISQ e quindi parte dei qubit vanno usati per la mitigazione degli errori.

Nello studio sul Journal of Chemical Physics, i ricercatori si concentrano “on the electronic structure of small organic compounds having π -bonding and perform the quantum computing by the Hückel molecular orbital (HMO) method, which has been known as a simple and fundamental MO method to describe the characteristic features of π -bonding systems. As the first step of the demonstration, we convert the Hückel Hamiltonian into quantum gates and describe orbital energies using quantum circuits, and then, we run the program constructed by the quantum circuits on a real device. We show that the orbital energy of HMOs can be obtained with sufficiently high accuracy for the fundamental π -bonding molecular species” prima menzionate, dopo la mitigazione dell'errore.

“It is true that the HMO method gives only semi-quantitative results, but the implementation of the quantum computing into the HMO method demonstrated in the present study will pave a way for the quantum computing of the electronic states of large π -bonding systems, such as linear and circular polyenes, fullerenes, carbon nanotubes, graphene, and graphite.”

Jordan-Wigner transformation

Da Sennane, W., Piquemal, J. P., & Rančić, M. J. (2022). “Calculating the ground state energy of benzene under spatial deformations with noisy quantum computing.” arXiv preprint arXiv:2203.05275. “In this manuscript, [the authors] calculate the ground state energy of benzene under spatial deformations by using a state-of-the-art quantum computing methodology - the variational quantum eigensolver (VQE).”

Gli autori propongono in appendice la trasformazione di Jordan-Wigner.

“Quantum computers are composed out of qubits, whose state is modified by rotations in Bloch sphere, which are performed by single qubit quantum gates. In order to be understandable by quantum computers, the second quantized Hamiltonian has to be transformed into a new form - obeying the fermionic algebra of electrons but also behaving to the $SU(2)$ group behaviour of qubits. While the occupation number vector is quite easy to transform, by asserting a qubit to $|0\rangle$ if a spin-orbital is empty, and $|1\rangle$ if a spin-orbital contains an electron, the main problem is the conservation of the

antisymmetric properties of the system. The Jordan-Wigner transformation converts the creation and annihilation operators, while preserving their antisymmetric properties”.

$$\forall i < N_{\text{qubits}}, \quad a_i^+ \rightarrow \left(\prod_{j < i} \sigma_j^Z \right) \frac{\sigma_i^X - i \sigma_i^Y}{2}$$

$$\forall i < N_{\text{qubits}}, \quad a_i \rightarrow \left(\prod_{j < i} \sigma_j^Z \right) \frac{\sigma_i^X + i \sigma_i^Y}{2}$$

$\sigma^Z, \sigma^X, \sigma^Y$ sono le matrici di Pauli.

“Finally, the Hamiltonian of the system can be written as a sum of Pauli strings”.

Gli autori citano S. McArdle, et al., “Quantum computational chemistry”, *Reviews of Modern Physics* 92, 015003 (2020) e N. Moll, et al., “Quantum optimization using variational algorithms on near-term quantum devices”, *Quantum Science and Technology* 3, 030503 (2018).

La trasformazione è del 1928, pubblicata sullo *Zeitschrift für Physik*, volume 47, pages 631–651, nell’articolo intitolato *Über das Paulische Äquivalenzverbot* di Jordan e Wigner.

Zusammenfassung: Die Arbeit enthält eine Fortsetzung der kürzlich von einem der Verfasser vorgelegten Note „Zur Quantenmechanik der Gasentartung“, deren Ergebnisse hier wesentlich erweitert werden. Es handelt sich darum, ein ideales oder nichtideales, dem Paulischen Äquivalenzverbot unterworfenen Gas zu beschreiben mit Begriffen, die keinen Bezug nehmen auf den abstrakten Koordinatenraum der Atomgesamtheit des Gases, sondern nur den gewöhnlichen dreidimensionalen Raum benutzen. Das wird ermöglicht durch die Darstellung des Gases mittelst eines gequantelten dreidimensionalen Wellenfeldes, wobei die besonderen nichtkommutativen Multiplikationseigenschaften der Wellenamplitude gleichzeitig für die Existenz korpus-kularer Gasatome und für die Gültigkeit des Paulischen Äquivalenzverbots verantwortlich sind. Die Einzelheiten der Theorie besitzen enge Analogien zu der entsprechenden Theorie für Einsteinsche ideale oder nichtideale Gase, wie sie von Dirac, Klein und Jordan ausgeführt wurde.

Molecular Quantum Dynamics Perspective

Da “Molecular Quantum Dynamics: A Quantum Computing Perspective” di Pauline J. Ollitrault, Alexander Miessen, and Ivano Tavernelli, 2021.

Nel loro lavoro, gli autori “present a perspective on novel quantum computational algorithms, aiming to alleviate the exponential scaling inherent to the simulation of many-body quantum dynamics. In particular, we focus on the derivation and application of quantum algorithms for adiabatic and non-adiabatic quantum dynamics, ... In a first application, we discuss a recently introduced quantum algorithm for the evolution of a wavepacket in first quantization and exploit the potential quantum advantage of

mapping its spatial grid representation to logarithmically many qubits. For the second demonstration, we move to the second quantization framework and review the scaling properties of two alternative time-evolution algorithms, namely, a variational quantum algorithm (VQA) (based on the McLachlan variational principle) and conventional Trotter-type evolution (based on a Lie–Trotter–Suzuki formula). Both methods clearly demonstrate the potential of quantum algorithms and their favorable scaling compared to the available classical approaches”.

In un esempio portato dagli autori, l’Hamiltoniana è:

$$H = K \otimes I + V_0 \otimes |0\rangle\langle 0| + V_1 \otimes |1\rangle\langle 1| + C \otimes \sigma^x$$

“where K is the kinetic energy operator, V_0 and V_1 are the potentials of the first and second diabatic curves, respectively, and C is the coupling operator. ... For concreteness, we specialize to the Marcus model, which provides a simplified description of the electron-transfer reaction rate driven by collective outer and inner sphere coordinates.” L’evoluzione del sistema è attuata con Trotterizzazione.

Ising Hamiltonian

Quando si è illustrato il computer quantistico D-Wave, si è visto che il quantum annealing conduce l’insieme di qubit allo stato fondamentale di una Hamiltoniana di Ising. Questa Hamiltoniana è capace di simulare la dinamica delle molecole? La risposta è affermativa.

Da Xia, R., Bian, T., & Kais, S. (2017). Electronic structure calculations and the Ising Hamiltonian. *The Journal of Physical Chemistry B*, 122(13), 3384-3395.

Dice l’abstract: “The exact solution of the Schrödinger equation for atoms, molecules and extended systems continues to be a "Holy Grail" problem for the field of atomic and molecular physics since inception. Recently, breakthroughs have been made in the development of hardware efficient quantum optimizers and coherent Ising machines capable of simulating hundreds of interacting spins through an Ising-type Hamiltonian. One of the most vital questions associated with these new devices is: Can these machines be used to perform electronic structure calculations?”.

Gli autori rispondono col loro studio che mostra la procedura standard usata da queste macchine e, soprattutto, mostrano che esiste “an exact mapping between the electronic structure Hamiltonian and the Ising Hamiltonian”. Simulazioni con la corrispondente Hamiltoniana di Ising per H_2 , He_2 , HeH^+ , e LiH mostrano accordo con il calcolo numerico. “This demonstrates that one can map the molecular Hamiltonian to an Ising-type Hamiltonian which could easily be implemented on currently available quantum hardware.”

Nell’articolo del 2017 si ricorda che la “Modern quantum chemistry — faced with difficulties associated with solving the Schrödinger equation to chemical accuracy (~ 1 kcal/mole) — has largely become an endeavor to find approximate methods. A few products of this effort from the past few decades include methods such as: ab initio, Density Functional, Density Matrix, Algebraic, Quantum Monte Carlo and Dimensional Scaling. However, all methods hitherto devised face the insurmountable challenge of

escalating computational resource requirements as the calculation is extended either to higher accuracy or to larger systems.” Lo si è già detto che la richiesta computazione satura il calcolatore classico.

Xia et al. citano il lavoro di R. Babbush, P. J. Love, and A. Aspuru-Guzik, su “Adiabatic quantum simulation of quantum chemistry”, Scientific Reports, 2014. Recently, come un primo tentativo di usare un adiabatic quantum computing model su D-Wave. “The fundamental concept behind the adiabatic quantum computing (AQC) method is to define a problem Hamiltonian, H_P , engineered to have its ground state encode the solution of a corresponding computational problem. The system is initialized in the ground state of a beginning Hamiltonian, H_B , which is easily solved classically. The system is then allowed to evolve adiabatically as: $H(s) = (1 - s)H_B + sH_P$ (where s is a time parameter, $s \in [0, 1]$). The adiabatic evolution is governed by the Schrödinger equation for the time-dependent Hamiltonian $H(s(t))$ ”.

Il processore quantistico D-Wave è “essentially a transverse Ising model with tunable local fields and coupling coefficients. The governing Hamiltonian is given as”:

$$H = \sum_i \Delta_i \sigma_x^i + \sum_i h^i \sigma_z^i + \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_z^i \sigma_z^j$$

I parametri Δ_i, h_i, J_{ij} sono “the physically tunable field, self-interaction and site-site interaction. The qubits are connected in a specified graph geometry”.

L’evoluzione adiabatica parte da $H_B = \sum_i \Delta_i \sigma_x^i$ e termina con:

$$H_P = \sum_i h^i \sigma_z^i + \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_z^i \sigma_z^j .$$

Per arrivare al calcolo sulla macchina di D-Wave, i passi sono i seguenti.

“Write down the electronic structure Hamiltonian via the second quantization method in terms of creation and annihilation fermionic operators; Second, use the Jordan Wigner or the Bravyi-Kitaev transformation to move from fermionic operators to spin operators; Third, reduce the Spin Hamiltonian which is a k -local in general to a 2-local Hamiltonian. Finally, map the 2-local Hamiltonian to an Ising-type Hamiltonian.”

I primi due passi li abbiamo già incontrati parlando del lavoro di O’Malley et al., quando si è descritto il calcolo con l’array di quantum gates.

Abbiamo quindi una Hamiltoniana trasformata in stringhe di Pauli; dobbiamo farla diventare una Hamiltoniana di Ising, ristretta ad interazioni a due spin.

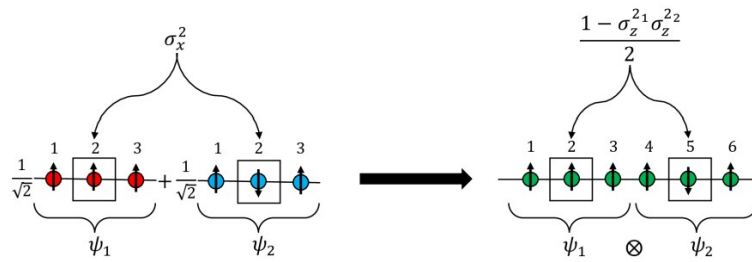
Xia et al. “present a universal way of mapping an n qubit Hamiltonian, H , which depends on $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ to an rn qubits Hamiltonian, H' , consisting of only product of σ_z . In this process we increase the number of qubits from n to rn , where the integer r plays the role of a “variational parameter” to achieve the desired accuracy in the final step of energy calculations”. Si passa pertanto dallo spazio degli stati $|\psi\rangle$, autostati di una Hamiltoniana che contiene gli operatori di Pauli agenti sull’ i -esimo qubit, mappando al nuovo spazio $|\Psi\rangle$, con Hamiltoniana H' . “The mapping state $|\Psi\rangle$ includes the r copies of the original n qubits. The mapping of Hamiltonian from H to H' can be written

as”:

$$\sigma_x^i \rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \sigma_z^{i_j} \sigma_z^{i_k} \right) S'(j) S'(k) \quad ; \quad \sigma_y^i \rightarrow \frac{i}{2} \left(\sigma_z^{i_k} - \sigma_z^{i_j} \right) S'(j) S'(k)$$

$$\sigma_z^i \rightarrow \frac{1}{2} \left(\sigma_z^{i_k} + \sigma_z^{i_j} \right) S'(j) S'(k) \quad ; \quad \sigma_x^i \rightarrow \frac{1}{2} \left(1 + \sigma_z^{i_j} \sigma_z^{i_k} \right) S'(j) S'(k)$$

$S'(j), S'(k)$ rappresentano il segno dei nuovi qubit. Una illustrazione dell’articolo di Xia et al., aiuta a rappresentare la mappatura.



La caption dice che la figura è “A schematic representation of the mapping of σ_x^2 between different basis from a state

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle) \quad \text{to state} \quad |\Psi\rangle = |000010\rangle$$

where 0 represents spin up and 1 represents spin down. The spin operators act on the second qubit in the original Hamiltonian basis and on the second and fifth qubits in the mapped Hamiltonian basis.” A sinistra ho tre qubit, lo stato dei quali viene mappato nello stato di sei qubit.

Tra le simulazioni mostrate nell’articolo di Xia et al. troviamo la molecola d’idrogeno, con l’Hamiltoniana già vista per la discussione del lavoro di O’Malley, Peter JJ, et al. “Scalable quantum simulation of molecular energies.” Physical Review X 6.3 (2016): 031007.

$$H_{H_2} = g_0 \mathbf{1} + g_1 \sigma_z^0 + g_2 \sigma_z^1 + g_3 \sigma_z^0 \sigma_z^1 + g_4 \sigma_x^0 \sigma_x^1 + g_4 \sigma_y^0 \sigma_y^1$$

che agisce su due qubit. “By applying the mapping method described above, we can get the Hamiltonian H' consisting of only σ_z (where i_1 and i_2 means the 1 and 2 qubits of i -th 2 qubits)”.

$$\begin{aligned}
H' = & \sum_i g_1 \sigma_z^{i_1} + g_2 \sigma_z^{i_2} + g_3 \sigma_z^{i_1} \sigma_z^{i_2} + \sum_{i \neq j} [g_1 \frac{(\sigma_z^{i_1} + \sigma_z^{j_1})(1 + \sigma_z^{i_2} \sigma_z^{j_2})}{4} S'(i)S'(j) \\
& + g_2 \frac{(\sigma_z^{i_2} + \sigma_z^{j_2})(1 + \sigma_z^{i_1} \sigma_z^{j_1})}{4} S'(i)S'(j) + g_3 \frac{(\sigma_z^{i_1} + \sigma_z^{j_1})(\sigma_z^{i_2} + \sigma_z^{j_2})}{4} S'(i)S'(j) \\
& + g_4 \frac{(1 + \sigma_z^{i_1} \sigma_z^{i_1})(1 + \sigma_z^{i_2} \sigma_z^{j_2})}{4} S'(i)S'(j) + g_4 \frac{(\sigma_z^{i_1} - \sigma_z^{i_1})(\sigma_z^{j_2} - \sigma_z^{i_2})}{4} S'(i)S'(j)]
\end{aligned}$$

Si veda anche la discussione di Streif, M., Neukart, F., & Leib, M. (2019, March), in “Solving quantum chemistry problems with a d-wave quantum annealer”.

Quantum effects in complex artificial systems

Abbiamo analizzato le macchine ed i diversi sistemi di simulazione basati su qubit e qumode. Per i sistemi a qubit superconduttori, si sono discussi in dettaglio l’approccio con l’array di porte quantistiche e quello adiabatico con annealing. Si è visto come passare dalla Hamiltoniana del sistema da simulare, scritta in seconda quantizzazione, alla Hamiltoniana del sistema di qubit, scritta con gli operatori di Pauli, e poi come ulteriormente arrivare alla Hamiltoniana di Ising del quantum annealing.

Ci potremmo chiedere quale è l’approccio migliore? Quale tecnologia sarà vincente?

“So, what is the “winning” technology going to be?” - diceva DiVincenzo nel 2000 – “I don’t think that any living mortal has an answer to this question, and at this point it may be counterproductive even to ask it. Even though we have lived with quantum mechanics for a century, our study of *quantum effects in complex artificial systems* like those we have in mind for quantum computing is in its infancy. No one can see how or whether all the requirements above [i criteri di DiVincenzo] can be fulfilled, or whether there are new tradeoffs, not envisioned in our present theoretical discussions but suggested by further experiments, that might take our investigations in an entirely new path. Indeed, the above discussion, and the other chapters of this special issue, really do not cover all the foreseeable approaches”.

Partendo da queste parole di DiVincenzo, possiamo tornare all’articolo di Gennaio 2022 del Sole 24 Ore, dove è evidenziata la strategia del vantaggio quantistico.

La tendenza attuale, in attesa di una performance migliore, è quella di trovare applicazioni e costruire l’environment informatico dove sfruttare al meglio quelli che DiVincenzo chiama i “quantum effects in complex artificial systems”.

Sono passati più di vent’anni da quando DiVincenzo scriveva i criteri per questi sistemi artificiali. Qualcuno potrebbe pensare che ormai tutto sia stato fatto, sia in termini di tecnologia che di simulazioni. Non è così. I sistemi a qubit sono scalabili con difficoltà, per via del cablaggio necessario, tanto che sia Microsoft che Intel stanno lavorando alacremente alla soluzione del problema. Per quanto riguarda il software, si prenda l’esempio delle simulazioni in chimica. Le molecole simulate sono piccole. Passare alla simulazione di molecole più grandi non richiede solo una macchina con un numero di qubit maggiori, ma una serie di algoritmi che agevolino il passaggio dalla Hamiltoniana del sistema a quella dei qubit, con relative mappature.

L’abstract di “Emerging quantum computing algorithms for quantum chemistry”,

Mario Motta and Julia E. Rice, IBM Quantum, <https://arxiv.org/pdf/2109.02873.pdf>, dice “Digital quantum computers provide a computational framework for solving the Schrödinger equation for a variety of many-particle systems. Quantum computing algorithms for the quantum simulation of these systems *have recently witnessed remarkable growth, notwithstanding the limitations of existing quantum hardware, especially as a tool for electronic structure computations in molecules.*” La review contiene una descrizione sintetica degli “*emerging algorithms* for the simulation of Hamiltonian dynamics and eigenstates, with emphasis on their applications to the electronic structure in molecular systems”.

Da questo è chiaro che siamo ancora nella fase di *emerging algorithms* e non di algoritmi consolidati in pacchetti software da applicare alla molecola desiderata. Ma è a questo che ora spinge il vantaggio quantistico: avere le vie, i semafori, le stazioni di servizio, prima ancora che la macchina performante esca dai centri di ricerca.

The prospects in computational molecular biology

Da Outeiral, C. et al. (2021). “The prospects of quantum computing in computational molecular biology”. Wiley Interdisciplinary Reviews.

“Quantum computers can in principle solve certain problems exponentially more quickly than their classical counterparts. *We have not yet reached the advent of useful quantum computation*, but when we do, it will affect nearly all scientific disciplines”.

La review che gli autori propongono analizza gli algoritmi quantistici ora disponibili e come essi potrebbero “revolutionize computational biology and bioinformatics. There are potential benefits across the entire field, from the ability to process vast amounts of information and run machine learning algorithms far more efficiently, to algorithms for quantum simulation that are poised to improve computational calculations in drug discovery, to quantum algorithms for optimization that may advance fields from protein structure prediction to network analysis. However, these exciting prospects are susceptible to “hype,” and *it is also important to recognize the caveats and challenges in this new technology.*” Lo scopo della review è quello di “introduce the promise and limitations of emerging quantum computing technologies in the areas of computational molecular biology and bioinformatics”. [Outeiral et al.]

Nella review si dice che “The technical challenges of building quantum computers have not stopped the development of quantum algorithms. Even in the absence of hardware, algorithms can be analyzed mathematically, and the emergence of high-performance simulators of quantum computers, as well as early prototypes in the last few years, have enabled further investigation. Some of these algorithms have already shown promise for applications in biology. For example, the quantum phase estimation algorithm allows exponentially faster eigenvalue calculation [Kitaev, arXiv], which can be used to understand large scale correlation between portions of a protein or determine centrality in a biological network. The Harrow–Hassidim–Lloyd (HHL) quantum algorithm [<https://arxiv.org/abs/0811.3171>] can solve certain linear systems exponentially faster than any known classical algorithm, and so could power statistical learning techniques that can be trained more quickly and manage more data. Quantum optimization algorithms have potential in the field of protein folding and conformer sampling, and

across problems that involve finding minima or maxima [Albash T, Lidar DA., 2018]. Finally, technology to simulate quantum systems has been developed which promises accurate predictions of drug–receptor interaction [Cao, Y. et al., 2018] or insight into chemical mechanisms such as photosynthesis [Wang, B. X., et al., 2018]. Quantum computing has the potential to change the way we do biology much as classical computing did.” [Outeiral et al.]

Per le Hamiltoniane della fotosintesi, si veda quindi

<https://www.nature.com/articles/s41534-018-0102-2>

Per simulazioni in chimica, fisica, biologia, è già tutto fatto? No. È tutto da fare.

E per le applicazioni commerciali?

Prime applicazioni commerciali?

Torniamo alle notizie su stampa e siti web.

Da digital4 , (archiviato Archive), “Il computer quantistico arriva nel business. Ecco cos'è, come funziona e quali sono le prime applicazioni commerciali”, di Patrizia Licata (15 Febbraio 2022). “Il quantum computing, benché agli albori, già esiste ed è utilizzato: dai modelli finanziari alla medicina – inclusa la ricerca per il Covid-19 -, dalle previsioni meteorologiche alla crittografia.”

Covid-19? Meteorologia?

“L’innovazione corre veloce e tra pochi anni saranno molte le aziende che potranno acquistarli. Ecco come funzionano i computer quantistici, chi li sta sviluppando e quali sono i nodi ancora da sciogliere”. Dopo queste parole, ricordiamo che siamo solo a medio termine nello sviluppo del computer quantistico. Inoltre si ricordi sempre di distinguere tra “computer”, la macchina fisica, ed il “computing”, gli algoritmi.

“Sul quantum computing la svolta l’ha dettata Ibm quando ha presentato (al Consumer electronics show di Las Vegas 2019) il primo computer quantistico (o quantico) commerciale, l’Ibm Q System One. La potenza della computazione quantistica e della fisica subatomica è uscita dai laboratori per entrare nel mondo del business: il computer quantistico di Ibm, tramite il cloud, può essere impiegato dalle aziende per applicazioni commerciali che vanno dai modelli finanziari al farmaco personalizzato, dalle previsioni meteorologiche alla crittografia.” [Licata]

“Ma sono tanti i centri di ricerca e le aziende che in tutto il mondo investono sullo sviluppo del quantum computing. L’Europa, con la “Quantum Flagship Initiative”, ha messo in campo 1 miliardo di euro in dieci anni a partire dal 2018”. [Licata]

“Nel 2021 le start-up del quantum computing hanno attratto investimenti privati per 1,7 miliardi di dollari, più del doppio della somma raccolta nel 2020”. L’autrice aggiunge che secondo il report intitolato “Quantum computing: An emerging ecosystem and industry use cases” della McKinsey & Company, i quattro settori dove l’impiego quantum computing sembra particolarmente interessante sono la farmaceutica, la chimica, l’automotive e la finanza.

Il calcolo quantico è teoricamente potente ma ci sono delle problematiche.

“Lo stato subatomico crea anche delle problematiche che il quantum computing deve superare”. Diciamo che è il computer, non il computing, che deve superare le problematiche. “La prima sfida è mantenere la qualità dei qubit, potenti ma delicati:

perdono rapidamente le loro speciali qualità quantiche (in circa 100 microsecondi) a causa di fattori quali le vibrazioni e le fluttuazioni della temperatura dell'ambiente e le onde elettromagnetiche. ... Per il funzionamento della tecnologia quantistica, inoltre, *sono necessarie temperature molto basse vicino allo zero assoluto* (circa -273°C). Per ottenerle finora il metodo più comune è ricorrere ai gas liquefatti (come l'isotopo elio-3), ma *è un sistema molto costoso*. Un team di ricercatori della TUM (Technical University of Munich) ha sviluppato un sistema di raffreddamento magnetico per temperature estremamente basse, adatto per l'elettronica quantistica, che evita il ricorso all'elio-3 ed è già commercializzato dalla startup Kiutra” [Licata]

Si sottolinea nell'articolo che secondo il rapporto McKinsey è l'hardware il vero “collo di bottiglia” per il calcolo quantistico e le sue applicazioni. “Bisogna aumentare il numero di qubit di un computer quantico, garantendone allo stesso tempo qualità adeguata. L'hardware ha inoltre un'importante barriera d'ingresso, poiché richiede un mix raro di capitale, esperienza nella fisica quantistica sperimentale e teorica e competenza approfondita – specialmente conoscenza degli ambiti specifici per le singole opzioni di implementazione, si legge nel report. Il vero traguardo sarà la realizzazione di un calcolo quantistico corretto da errori e fault-tolerant entro il 2030” . [Licata]

Segue poi interessante e dettagliata discussione su possibili future applicazioni e sui player coinvolti. “Nell'arena del quantum computing è entrato anche il colosso dell'elettronica coreano Samsung investendo nella startup americana IonQ. IonQ, una “pure play”, del computer quantistico, possiede computer quantistici realizzati con le sue tecnologie e usati da enti di ricerca che ne affittano la potenza di calcolo. Sono macchine che non devono essere mantenute in ambienti con temperature vicine allo zero assoluto (come accade per i competitor), ma funzionano a temperatura ambiente. Inoltre, la maggior parte delle componenti è disponibile off-the-shelf; ciò abbatte enormemente i costi di realizzazione e manutenzione aiutando ad avvicinare il calcolo quantistico all'uso commerciale. Il vero cuore delle macchine quantistiche di IonQ è però il chip, un prodotto ad hoc che la startup americana si fa realizzare da un fornitore esterno. IonQ si è quotata alla fine del 2021 alla Borsa di New York; dopo la prima giornata di contrattazioni ha raggiunto una capitalizzazione di mercato di 345 milioni di dollari” [Licata]

Ed in Italia, “il team napoletano di Seeqc, guidato dal ricercatore Marco Arzeo, ha sviluppato e misurato con successo un'operazione logica (gate) a due-qubit. Quello di Seeqc è il primo team italiano e uno dei pochi tra una manciata di altre aziende internazionali di computazione quantistica a raggiungere questo traguardo ingegneristico. ... La misura di un gate a due-qubit rappresenta un passo cruciale per il Quantum Computing Seeqc nel portare avanti il design e lo sviluppo di una piattaforma commerciale. L'innovazione di Seeqc è nell'approccio alla parte hardware della computazione quantistica, ...” [Licata]

L'articolo presenta poi una sezione intitolata “Le applicazioni già usate oggi”, e si dice che il quantum computing ha già degli “early adopters”. Uno studio di Reply li ha individuati nei settori dell'informatica, dei servizi finanziari, della logistica e trasporti, e della cybersecurity. Pare che l'articolo di Patrizia Licata si riferisca al computing.

“Nell’informatica, per esempio, il calcolo quantistico viene applicato per la rilevazione di anomalie statistiche, verifica e validazione dei software, addestramento delle reti neurali, classificazione di dati non strutturati. Nei servizi finanziari viene sfruttato, tra l’altro, ai fini del rilevamento di instabilità dei mercati, per lo sviluppo di strategie di trading, simulazioni di mercato, ottimizzazione dei portafogli, previsioni finanziarie. Nella Supply Chain e trasporti si contano progetti che sfruttano le potenzialità del calcolo quantistico per la gestione del traffico, i veicoli a guida autonoma, l’ottimizzazione della rete di ricarica elettrica.”

L’articolo su digital4 , (archiviato Archive), inizia dicendo che il “quantum computing, benché agli albori, già esiste ed è utilizzato: dai modelli finanziari alla medicina – inclusa la ricerca per il Covid-19 -, dalle previsioni meteorologiche alla crittografia.”

Ci sono alcune pubblicazioni ma si deve verificare punto per punto quali applicazioni sono veramente esistenti. Sono progetti di simulazioni quantistiche che poi saranno realizzate su macchine specifiche? Oppure si intendono proiezioni verso utilizzi futuri?

Se è come dice Feynman, che il computer quantistico serve per simulazioni di fisica quantistica, come può essere applicato a supply chain e trasporti?

Algoritmo di Grover

Una possibile risposta è in un esempio. Supponiamo di conoscere un numero di telefono e di voler cercare il nome dell’utente intestatario su un elenco telefonico; quello che possiamo fare, classicamente, è scorrere l’elenco. In media, con un algoritmo classico, se ne deve scorrere la metà. Nel 1996 però, è stato proposto un algoritmo che è oggi conosciuto come algoritmo di Grover, che ha cambiato il modo di fare la ricerca.

Da https://it.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_di_ricerca_di_Grover

“L’algoritmo di ricerca di Grover è un algoritmo ideato da Lov Grover nel 1996 ai Bell Labs per risolvere un problema di ricerca in un database indifferenziato di N elementi in $O(N^{1/2})$ tempo usando $O(\log N)$ come spazio di memorizzazione. Un classico esempio può essere la ricerca in un elenco telefonico di un nome disponendo solo del numero telefonico. Disponendo di un computer classico si può pervenire al nome dopo aver cercato mediamente metà dell’elenco. L’algoritmo di Grover, sfruttando la proprietà di sovrapposizione dei qubit, può pervenire alla risposta corretta molto più velocemente”.

Da <https://qiskit.org/textbook/ch-algorithms/grover.html#introduction> (archiviato Archive). Vediamo che cosa dice l’introduzione.

“Unstructured Search: Suppose you are given a large list of N items. Among these items there is one item with a unique property that we wish to locate; we will call this one the winner w .” Il sito introduce l’esempio di tante scatole con una viola, la winner. “To find the purple box using classical computation, one would have to check on average $N/2$ of these boxes, and in the worst case, all N of them. On a quantum computer, however, we can find the marked item in roughly \sqrt{N} steps with Grover’s amplitude amplification trick. A quadratic speedup is indeed a substantial time-saver for finding marked items in long lists. Additionally, the algorithm does not use the list’s internal structure, which makes it generic; this is why it immediately provides a quadratic quantum speed-up for many classical problems.”

L'algoritmo inizia con la creazione dello stato iniziale e di un "oracle". Ecco la creazione dell'oracle. Se abbiamo 3 qubit, abbiamo una lista di stati $|000\rangle, |001\rangle, \dots, |111\rangle$ (i.e the states $|0\rangle \rightarrow |7\rangle$). "Grover's algorithm solves oracles that add a negative phase to the solution states. I.e. for any state $|x\rangle$ in the computational basis:

$$U_{\omega}|x\rangle = \begin{cases} |x\rangle & \text{if } x \neq \omega \\ -|x\rangle & \text{if } x = \omega \end{cases}$$

This oracle will be a diagonal matrix, where the entry that correspond to the marked item will have a negative phase." Si veda qiskit.org e la matrice corrispondente.

"What makes Grover's algorithm so powerful is how easy it is to convert a problem to an oracle of this form. There are many computational problems in which it's difficult to find a solution, but relatively easy to verify a solution." Segue poi dettagliata descrizione del caso generale e vari esempi con codice relativo.

Una descrizione dell'algoritmo in termini qubit è data da Azure, "Theory of Grover's search algorithm", <https://docs.microsoft.com/en-us/azure/quantum/concepts-grovers> (Archive).

Any search task can be expressed with an abstract function $f(x)$ that accepts search items x . If the item x is a solution to the search task, then $f(x)=1$. If the item x isn't a solution, then $f(x)=0$. The search problem consists of finding any item x_0 such that $f(x_0)=1$. The task that Grover's algorithm aims to solve can be expressed as follows: given a classical function $f(x):\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$, where n is the bit-size of the search space, find an input x_0 for which $f(x_0)=1$.

Azure spiega la complessità dell'algoritmo. Poi si passa alla Outline of the algorithm. Suppose there are $N=2^n$ eligible items for the search task and they are index by assigning each item an integer from 0 to $N-1$. Further, suppose that there are M different valid inputs, meaning that there are M inputs for which $f(x)=1$. The steps of the algorithm are then as follows:

1. Start with a register of n qubits initialized in the state $|0\rangle$.
2. Prepare the register into a uniform superposition by applying H to each qubit of the register:

$$|\text{register}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |x\rangle$$

3. Apply the following operations to the register N_{optimal} times:
 - a. The phase oracle O_f that applies a conditional phase shift of -1 for the solution items.
 - b. Apply H to each qubit in the register.
 - c. A conditional phase shift of -1 to every computational basis state except $|0\rangle$. This can be represented by the unitary operation $-O_0$, as O_0 represents the conditional phase shift to $|0\rangle$ only.
 - d. Apply H to each qubit in the register.
4. Measure the register to obtain the index of a item that's a solution with very high probability.
5. Check if it's a valid solution. If not, start again.

La pagina web illustra anche l'algoritmo con un esempio. Let's follow the mathematical transformations of the state of the register for a simple case in which there are only two qubits and the valid element is $|01\rangle$. The register starts in the state:

$$|\text{register}\rangle = |00\rangle$$

Si applico H a ciascun qubit del registro:

$$|\text{register}\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}} \sum_{i \in \{0,1\}^2} |i\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$$

Si applichi l'oracolo di fase:

$$|\text{register}\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$$

Si agisce nuovamente con H su ciascun qubit.

$$|\text{register}\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$$

Si applica la conditional phase shift su ogni stato, tranne lo stato $|00\rangle$:

$$|\text{register}\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

Applichiamo nuovamente H su ogni qubit. Si ha:

$$|\text{register}\rangle = |01\rangle$$

Trovato lo stato. Abbiamo applicato solo una volta il calcolo. Se di qubit ce ne sono N , allora di iterazioni se ne devono fare \sqrt{N} .

Alla pagina docs.microsoft.com/it-it/azure/quantum/tutorial-qdk-grovers-search si trova una esercitazione per implementare l'algoritmo di ricerca di Grover in Q#.

Se quindi si deve affrontare un problema di ricerca per la supply chain o per il trasporto, lo si può affrontare con uno schema "Grover's like", quindi con un approccio basato sul nuovo modo di computare quantistico.

Multis annis post Romulum, Prisco regnante Tarquinio, quis veterum scriptorum non loquitur quae sit ab Atto Navio per lituum regionum facta discriptio? Qui cum propter paupertatem sues puer pasceret, una ex iis amissa, vovisse dicitur, si recuperasset, uvam se deo daturum, quae maxima esset in vinea; itaque, suae inventa, ad meridiem spectans in vinea media dicitur constitisse, cumque in quattuor partis vineam divisisset trisque partis aves abdixissent, quarta parte, quae erat reliqua, in regiones distributa, mirabili magnitudine uvam, ut scriptum videmus, invenit. Qua re celebrata, cum vicini omnes ad eum de rebus suis referrent, erat in magno nomine et gloria.

Tullius Cicero, De Divinatione, Libro I.

Algoritmi con Hamiltoniana di Ising

Anche con il calcolo adiabatico possiamo studiare problemi, come quelli legati al "covering" ed al "packing", che si possono estendere a problemi logistici. Riprendiamo la tesi "Solving NP-Hard Problems on an Adiabatic Quantum Computer", October 2014, di Dan Padilha. La tesi propone la sperimentazioni di diversi algoritmi, quali ad esempio i problemi di partizione, facendo riferimento al lavoro "Ising formulations of many NP problems", di Andrew Lucas.

L'abstract dice: "We provide Ising formulations for many NP-complete and NP-hard problems, including all of Karp's 21 NP-complete problems. This collects and extends mappings to the Ising model from partitioning, covering and satisfiability. In each case, the required number of spins is at most cubic in the size of the problem. This work may be useful in designing adiabatic quantum optimization algorithms."

In una sezione, Lucas discute ad esempio, "another simple class of mappings from NP problems to Ising models: "covering" and "packing" problems. These problems can often be thought of as asking: how can I pick elements out of a set (such as vertices out of a graph's vertex set) so that they "cover" the graph in some simple way (e.g., removing them makes the edge set empty). In this class of problems, there are constraints which must be exactly satisfied. ... We conclude the section with the minimal maximal matching problem, which is a slightly more involved problem that has

not been discussed in the AQO [adiabatic quantum optimization] literature before. These are, by far, the most popular class of problems discussed in the AQO literature.”

Graph partitioning and QUBO

Da Ushijima-Mwesigwa, H. et al., 2017, “Graph partitioning using quantum annealing on the D-wave system”.

“Graph partitioning (GP) applications are ubiquitous throughout mathematics, computer science, chemistry, physics, bioscience, machine learning, and complex systems. Post Moore’s era supercomputing has provided us an opportunity to explore new approaches for traditional graph algorithms on quantum computing architectures”. Nel loro lavoro, i ricercatori “explore graph partitioning using quantum annealing on the D-Wave 2X machine. Motivated by a recently proposed graph-based electronic structure theory applied to quantum molecular dynamics (QMD) simulations, graph partitioning is used for reducing the calculation of the density matrix into smaller subsystems rendering the calculation more computationally efficient. Unconstrained graph partitioning as community clustering based on the modularity metric can be naturally mapped into the Hamiltonian of the quantum annealer. On the other hand, when constraints are imposed for partitioning into equal parts and minimizing the number of cut edges between parts, a quadratic unconstrained binary optimization (QUBO) reformulation is required.”
 Dettagli nel lavoro di Ushijima-Mwesigwa, H. et al., 2017, ovviamente.

“Often the quantum unconstrained binary optimization (QUBO) representation with it’s 0/1 -valued variables is more natural than the Ising -1/+1 -valued variables. The QUBO objective function is shown in Eq.(*), where Q is an n × n uppertriangular matrix of coupler strengths and x is a vector of binary variables (0/1). Q_{ii} is an analog to the Ising h_i, , as are Q_{ij} and J_{ij} . The Ising and QUBO models are related through the transformation s=2x-1 . The D-Wave machine allows for either form”.

$$O(Q, x) = \sum_i Q_{ii} x_i + \sum_{i < j} Q_{ij} x_i x_j \quad (*)$$

Il futuro

Prepararsi al futuro

Ed ecco cosa troviamo nell’abstract di “Quantum Chain of Things (QCoT): A New Paradigm for Integrating Quantum Computing, Blockchain, and Internet of Things”, di Younan, M, et al. 2021.

“Recently, Internet of Things (IoT) and Blockchain (BC) are coupled to present smart and secure applications. Quantum Computing (QC) is a new paradigm that imposes

itself as a main technology in the near future, especially in the 6G era, due to its powerful computations. As a result, immigration of the IoT and BC to the QC has to be studied and prepared. This paper provides a brief review of relevant recent work to identify opportunities for optimal integration. Besides, a new paradigm called Quantum Chain of Things (QCoT) is proposed and its perspective architecture is presented and verified into two parts: (a) BC-IoT using Arduino, and (b) QC-IoT using IBM Qiskit simulator. Finally, presented knowledge such as current challenges, threads, and integration opportunities could help researchers to investigate new trends and future directions.”

Anche il “Quantum Computing for Supply Chain Finance”, di Griffin Paul e Ritesh Sampat, 2021, affronta l’utilizzo del calcolo quantistico. Nel caso dell’articolo è la finanza ad essere considerata. “This paper shows an implementation of two quantum optimization algorithms applied to trade finance portfolios and compares the selections to those chosen by experienced underwriters and a classical optimizer. The method used is to map the financial risk and returns for a trade finance portfolio to an optimization function of a quantum algorithm developed in a Qiskit tutorial. The results show that whilst there is no advantage seen by using the quantum algorithms, the performance of the quantum algorithms has no statistically significant degradation.” In futuro, con nuove macchine e velocità aumentata, il calcolo quantistico “will also be applicable to trade finance.”

Corso al Politecnico di Torino

“Introduzione all’informazione e calcolo quantistico”, Prof. Anna Carbone.
Scheda illustrativa del corso al link [Didattica Politecnico di Torino](#)

Per uno studente del Politecnico

Come si è visto nella discussione, siamo in una fase intermedia, che cerca nuove applicazioni e relative simulazioni quantistiche per stimolare, a sua volta, una nuova progettazione delle QPU. Come dice il Sole 24 Ore nell’articolo che abbiamo visto all’inizio, siamo nella fase dove si costruisce l’infrastruttura, la logistica, prima di avere le macchine. Per questa nuova logistica, per questo nuovo modo di computare, ci vogliono esperti e questi possono nascere tra gli studenti del Politecnico. Idem per l’hardware: ci vogliono esperti in elettronica e fisica dello stato solido, ed esperti di basse temperature, superconduttività, campi magnetici, ed altro ancora, come ad esempio chimica, biologia e farmaceutica per lo studio delle simulazioni.

Il settore del computer quantistico ed informatica relativa appare molto promettente ed interessante, con outlook positivo verso il futuro.

Change is the law of life. And those who look only to the past or present are certain to miss the future.

John Fitzgerald Kennedy

La comunicazione

Quantum communication

Nel 2000, DiVincenzo scriveva i “desiderata for quantum communication”.

Dopo aver specificato e discusso i cinque punti necessari per la “computation alone”, DiVincenzo introduce i criteri per la quantum communication. “But the advantages of quantum information processing are not manifest solely, or perhaps even principally, for straightforward computation only. There are many kinds of information-processing tasks, ... that involve more than just computation, and for which quantum tools provide a unique advantage. The tasks we have in mind here all involve not only computation but also communication. The list of these tasks that have been considered in the light of quantum capabilities, and for which some advantage has been found in using quantum tools, is fairly long and diverse: it includes secret key distribution, multiparty function evaluation as in appointment scheduling, secret sharing, and game playing”.

“When we say communication we mean quantum communication: the transmission of intact qubits from place to place. This obviously adds more features that the physical apparatus must have to carry out this information processing.”

DiVincenzo formalizza i due seguenti desiderata:

6. The ability to interconvert stationary and flying qubits
7. The ability faithfully to transmit flying qubits between specified locations

DiVincenzo usa un termine gergale, quello del “flying qubits”, “which has become current in the discussions of quantum communication. Using this term emphasizes that the optimal embodiment of qubits that are readily transmitted from place to place is likely to be very different from the optimal qubits for reliable local computation. Indeed, almost all proposals assume that photon states, with the qubit encoded either in the polarization or in the spatial wavefunction of the photon, will be the flying qubit of choice, and indeed, the well developed technology of light transmission through optical fibers provides a very promising system for the transmission of qubits”. E DiVincenzo aggiunge ulteriori considerazioni.

Flying qubit

Una volta si chiamava fotone.

Da <https://quantumcomputing.stackexchange.com/questions/8900/what-is-a-flying-qubit> (Archive).

“So, what exactly is a flying qubit, and how is it related to and different from a normal qubit? Please help understand more. I am undertaking Delft University's course in EdX on Quantum Internet and Quantum Computers.”

Chi risponde a tale domanda, propone schematicamente le differenze tra qubit stazionario e qubit volante.

“Stationary qubits need to:

Be able to store quantum information reliably on a timescale of $\tau \sim ms$;

Perform calculations: various gates/operations need to be reliably performed on them.

This includes an operation that moves/converts the information to a flying qubit ;

Be able to be measured/read out reliably ;

Be able to be highly entangled.

Flying qubits, however, need to:

Be send over macroscopic distances while keeping their encoded (quantum) information intact ; Be operational on a macroscopic temperature scale (i.e. about room temperature)

; Perform only one single operation reliably: converting into stationary qubits ;

Be able to be entangled.”

E si dice ancora che, “there exist myriad different implementations of stationary qubits that all have their advantages and disadvantages; it is still an open question what the final 'go to' stationary qubit design (if any) will be. For flying qubits, there is one clear design which is the most promising: the photon. The photon travels very fast, and has a straightforward two-level system (namely, its polarization). Also, this polarization can be conserved at higher temperatures. Note that other encodings of the qubit into the photon are also possible, for instance the time-bin encoding.

Note that it is highly unlikely that stationary and flying qubits will be based on the same physical principle or design. That is to say, stationary qubits will most likely be based on an entirely different physical phenomenon than stationary qubits (e.g. Ion traps, superconducting qubits/transmons, quantum dots, other confined electron systems etc. for stationary qubits.) There are, however, designs for a quantum computer (with stationary qubits) based on the use of photons; only time will tell what actual implementation of stationary and flying qubits will prevail.”

Quali matrici?

Ricordiamo che le matrici di Pauli sono utilizzate per rappresentare lo spin di una particella fermionica (spin 1/2). Ma i fotoni sono bosoni a spin 1. Come sono descritti gli stati di polarizzazione? Che matrici vengono usate?

Ricordiamo che il fotone ha massa nulla. Per tale particella non esiste un sistema di riferimento in quiete: in qualsiasi sistema il fotone si muove alla velocità della luce. Per il fotone esiste sempre una direzione privilegiata nello spazio e cioè la direzione del vettore quantità di moto. Esiste pertanto solo la simmetria assiale. Per tale simmetria si conserva l'elicità [Fisica Teorica 4. Teoria quantistica relativistica, Landau Lev D., Lifšits Evgenij M.].

I fotoni hanno quindi due elicità corrispondenti a due stati quantistici ortogonali: $|R\rangle$ (right circular polarization) e $|L\rangle$ (left circular polarization). Un fotone può essere anche in una sovrapposizione di stati come $(|R\rangle+|L\rangle)/\sqrt{2}$ (vertical polarization) oppure $(|R\rangle-|L\rangle)/\sqrt{2}$ (horizontal polarization). Ancora più generalmente, può essere nello stato $\alpha|R\rangle+\beta|L\rangle$, $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$.

Si immagini di avere un fotone polarizzato verticalmente. La sua matrice di densità è:

$$\rho = \left(\frac{|R\rangle + |L\rangle}{\sqrt{2}} \right) \otimes \left(\frac{\langle R| + \langle L|}{\sqrt{2}} \right)$$

Sia $|R\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $|L\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, allora:

$$\rho = \left(\frac{|R\rangle + |L\rangle}{\sqrt{2}} \right) \otimes \left(\frac{\langle R| + \langle L|}{\sqrt{2}} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Gli stati $|R\rangle, |L\rangle$ sono gli autostati dell'elicità, con autovalori più e meno uno.

Gli stati entangled a N fotoni sono descritti dagli stati Greenberger–Horne–Zeilinger:

$$|GHZ_N\rangle = (|R\rangle^{\otimes N} + |L\rangle^{\otimes N}) / \sqrt{2}$$

Per due fotoni: $|GHZ_2\rangle = (|R\rangle|R\rangle + |L\rangle|L\rangle) / \sqrt{2}$.

Per una discussione sulle rappresentazioni della polarizzazione del fotone si veda Ramachandran, G., Murthy, M. V. N., & Malesh, K. S. (1980). "SU (3) representation for the polarisation of light". *Pramana*, 15(4), 357-369. Per la sfera di Poincaré e per i parametri di Stokes, si veda McMaster, W. H. (1954). *Polarization and the Stokes parameters*. *American Journal of Physics*, 22(6), 351-362, e McMaster, W. H. (1961). *Matrix representation of polarization*. *Reviews of modern physics*, 33(1), 8.

A quantum communication explainer

Da "Explainer: What is quantum communication?", "Researchers and companies are creating ultra-secure communication networks that could form the basis of a quantum internet. This is how it works." di Martin Giles, February 14, 2019, MIT Technology Review, <https://www.technologyreview.com/2019/02/14/103409/what-is-quantum-communications/>

"Today, sensitive data is typically encrypted and then sent across fiber-optic cables and other channels together with the digital "keys" needed to decode the information. The data and the keys are sent as classical bits And that makes them vulnerable. Smart hackers can read and copy bits in transit without leaving a trace. Quantum communication takes advantage of the laws of quantum physics to protect data. These laws allow particles—typically photons of light for transmitting data along optical cables—to take on a state of superposition, ... The beauty of qubits from a cybersecurity perspective is that if a hacker tries to observe them in transit, their super-fragile quantum state "collapses" to either 1 or 0. This means a hacker can't tamper with the qubits without leaving behind a telltale sign of the activity." [Giles]

Si è quindi intrapresa la creazione di networks aventi la capacità di trasmettere "highly

sensitive data based on a process called quantum key distribution, or QKD. In theory, at least, these networks are ultra-secure.” [Giles]

“What is quantum key distribution? QKD involves sending encrypted data as classical bits over networks, while the keys to decrypt the information are encoded and transmitted in a quantum state using qubits.” Tra i vari protocolli sviluppati, il più noto è il BB84. Uno dei processi coinvolti nel protocollo è il “key sifting”.

Siccome i qubit, durante il viaggio verso la loro destinazione, soffrono di decoerenza, un ulteriore processo è quello della “key distillation,” “which involves calculating whether the error rate is high enough to suggest that a hacker has tried to intercept the key”.

Giles scrive nel 2019 che “We’re already starting to see more QKD networks emerge. The longest is in China, which boasts a 2,032-kilometer (1,263-mile) ground link between Beijing and Shanghai. Banks and other financial companies are already using it to transmit data. In the US, a startup called Quantum Xchange has struck a deal giving it access to 500 miles (805 kilometers) of fiber-optic cable running along the East Coast to create a QKD network. The initial leg will link Manhattan with New Jersey, where many banks have large data centers.” [Giles]

Sebbene la rete QKD sia relativamente sicura, sarebbe ancora migliore se avesse un ripetitore quantistico.

“What is a quantum repeater? Materials in cables can absorb photons, which means they can typically travel for no more than a few tens of kilometers.” I ripetitori ci sono nelle reti classiche per compensare le perdite. “QKD networks have come up with a similar solution, creating “trusted nodes” at various points. The Beijing-to-Shanghai network has 32 of them, for instance. At these waystations, quantum keys are decrypted into bits and then reencrypted in a fresh quantum state for their journey to the next node.” Anche questo passaggio richiede dei protocolli di sicurezza.

“There’s another issue with QKD. The underlying data is still transmitted as encrypted bits across conventional networks. This means a hacker who breached a network’s defenses could copy the bits undetected, and then use powerful computers to try to crack the key used to encrypt them. The most powerful encryption algorithms are pretty robust, but the risk is big enough to spur some researchers to work on an alternative approach known as quantum teleportation.” [Giles]

I ricercatori stanno cercando di implementare una rete basata sul teletrasporto, di cui si è parlato in precedenza. “Researchers in the US, China, and Europe are racing to create teleportation networks capable of distributing entangled photons. But getting them to scale will be a massive scientific and engineering challenge. The many hurdles include finding reliable ways of churning out lots of linked photons on demand, and maintaining their entanglement over very long distances—something that quantum repeaters would make easier.” [Giles]

Ed infine Giles discute la quantum internet.

Per un testo sul tema, si veda Krenn, M., Malik, M., Scheidl, T., Ursin, R., & Zeilinger, A. (2016). Quantum communication with photons. *Optics in our Time*, 18, 455.

Ulteriori notizie

Qudit a trapped ions

ANSA – 22 Luglio 2022 . (Archive) “Sbloccata la potenza di calcolo dei computer quantistici. Pronto il primo dispositivo che va oltre 0 e 1”. Non è il primo, perché tutti i computer quantistici vanno oltre 0 e 1, per il fatto stesso di usare l’entanglement. E l’articolo inizia con “Sbloccata una potenza di calcolo molto più elevata per i computer quantistici: è pronto, infatti, il primo dispositivo che va oltre il classico sistema binario, basato solo su 0 e 1, utilizzato in tutti i computer tradizionali e finora anche in quelli quantistici”. Se si intendono i qubit con base $|0\rangle$ e $|1\rangle$, allora si tenga presente che ci sono i computer a quomode che vanno oltre tale base.

“Lo ha messo a punto il gruppo dell'Università austriaca di Innsbruck guidato da Martin Ringbauer, che ha pubblicato il risultato sulla rivista Nature Physics”.

Ringbauer, M., Meth, M., Postler, L. et al. A universal qudit quantum processor with trapped ions. Nat. Phys. (2022). <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01658-0> disponibile a <https://arxiv.org/pdf/2109.06903.pdf>

“Today’s quantum computers operate with a binary encoding that is the quantum analog of classical bits. Yet, the underlying quantum hardware consists of information carriers that are not necessarily binary, but typically exhibit a rich multilevel structure, which is artificially restricted to two dimensions. A wide range of applications from quantum chemistry to quantum simulation, on the other hand, would benefit from access to higher-dimensional Hilbert spaces, which conventional quantum computers can only emulate. Here we demonstrate a universal qudit quantum processor using trapped ions with a local Hilbert space dimension of up to 7. With a performance similar to qubit quantum processors, this approach enables native simulation of high-dimensional quantum systems, as well as more efficient implementation of qubit-based algorithms”.

Qudit-based quantum processor in silicon-photonic integrated circuits

Articolo pubblicato su Nature 04 March 2022. “A programmable qudit-based quantum processor”. Yulin Chi, et al. Nature Communications volume 13, Article number: 1166 (2022). Gli autori “have reported a proof-of-principle experimental demonstration of a programmable qudit-based quantum processor in photonic integrated circuits, and implementations of several generalised d-ary quantum Fourier transform algorithms in the d-QPU chip. ... experimental results show that qudit-based quantum computation with integrated photonics can enhance quantum parallelism in terms of the computational capacity, accuracy and efficiency, in comparison with its qubit-based quantum computing counterpart. The computational capacity of the two *ququart* quantum processor is equivalent to that of a *four-qubit* processor, thus allowing the implementations of the Deutsch’s algorithms for a function with longer-string. Keeping the same number of photons n but encoding each qudit in a dimension d , not only gives

a larger Hilbert space, but also significantly improve the detection rate of photons. We obtained the detection rate of about 6 orders brighter than that in another device with the same Hilbert space”.

Alibaba fluxonium

Notizia da “An alternative superconducting qubit achieves high performance for quantum computing”, Ingrid Fadelli, Phys.org, 27 Luglio 2022, phys-org (Archive)

I ricercatori dell'Alibaba Quantum Laboratory, facente parte dell'istituto di ricerca DAMO dell'Alibaba Group, hanno sviluppato un processore quantistico che utilizza fluxonium qubit. Il loro articolo, pubblicato su Physical Review Letters, dimostra il potenziale del fluxonium per lo sviluppo di circuiti superconduttori ad alte prestazioni. Bao, F., Deng, H., Ding, D., Gao, R., Gao, X., Huang, C., ... & Deng, C. (2022). Fluxonium: an alternative qubit platform for high-fidelity operations. <https://arxiv.org/pdf/2111.13504.pdf>

Yaoyun Shi, Direttore dell'Alibaba's Quantum Laboratory, dichiara ad Phys.org, che questo “relatively new type of superconducting qubit could go much further than transmon.”

“Fluxonium qubits have two characteristics that set it apart from transmons: their energy levels are far more uneven (i.e., "anharmonic") and they use a large inductor to replace the capacitor used in transmon. Both contribute to fluxonium's advantage, at least theoretically, in being more resilient to errors, leading to better "coherence," i.e., holding quantum information for a longer time, and "higher fidelity," i.e., accuracy, in realizing elementary operations.”

Si spiega che, nel caso dei transmon, una “call” per la transizione tra i primi due livelli di energia (stati "0" e "1"), può accidentalmente causare transizioni tra il secondo ed il terzo livello. Questo porta lo stato fuori dallo spazio computazionale, causando quello che viene definito “leakage error”. “In fluxonium, on the other hand, the distance separating the second and third energy "steps" is greater, which reduces the risk of leakage errors.”

Il design di un fluxonium, in linea di principio, è semplice. Il fluxonium è una “Josephson junction shunted with a large inductor, which is similar, in fact, to that of a transmon, which is a Josephson junction shunted with a capacitor,” dice Chunqing Deng. Ed adesso si legge in phys.org una cosa interessante da notare. Chunqing dice che “The large inductor is often, as in our case as well, implemented by a large number (in our work, 100) of Josephson junctions.”

Possiamo tornare indietro alle tabelle D-Wave. Si vede che il Pegasus P16 ha 5640 qubit e 1030000 giunzioni Josephson. Quindi le giunzioni Josephson non servono solo al qubit, ma sono necessarie per gli elementi circuitali del computer.

“Replacing the capacitor with an inductor in fluxonium removes the "islands" resulting from the electrodes and the source of "charge noises" caused by electron charge fluctuations, thus making fluxonium more error-proof. This is, however, at the expense of much more demanding engineering, due to the large array of Josephson junctions.”

“In initial tests, the quantum platform designed by Chunqing and his colleagues was found to attain an average single-qubit gate fidelity of 99.97% and a two-qubit gate

fidelity of up to 99.72%. These values are comparable to some of the best results achieved by quantum processors in previous studies.”

Chunqing spera che il loro lavoro possa accrescere l’interesse per il fluxonium, “so that its full potential can be unlocked to achieve a significantly higher performance in fidelity, which will in turn significantly reduce the overhead of realizing fault-tolerance quantum computing. What this means is that, for the same computational task, a higher-fidelity fluxonium quantum computer may need significantly fewer number of qubits.”

Riferimenti

1. Abhijith J., Adedoyin, A., Ambrosiano, J., Anisimov, P., Bärtschi, A., Casper, W., Chennupati, G., ... & Lokhov, A. Y. (2018). “Quantum algorithm implementations for beginners”. arXiv preprint arXiv:1804.03719.
2. Albash, T., & Lidar, D. A. (2018). “Adiabatic quantum computation”. *Reviews of Modern Physics*, 90(1), 015002.
3. Angi, Nicodemo (2022). “IBM accelera sul calcolo quantistico: ecco la nuova Quantum Roadmap”. 14 Maggio 2022, di Nicodemo Angi. innovationpost (archiviato Archive).
4. Apolloni, B., Cesa-Bianchi, N., De Falco, D. (July 1988). "A numerical implementation of quantum annealing". *Stochastic Processes, Physics and Geometry, Proceedings of the Ascona-Locarno Conference*.
5. Apolloni, B., Carvalho, M. C., De Falco, D. (1989). "Quantum stochastic optimization". *Stoc. Proc. Appl.* 33 (2): 233–244. doi:10.1016/0304-4149(89)90040-9.
6. Arute, F., Arya, K., Babbush, R., Bacon, D., Bardin, J.C., Barends, R., Biswas, R., Boixo, S., Brandao, F.G., Buell, D.A. and Burkett, B., 2019. “Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”. *Nature*, 574(7779), pp.505-510.
7. ArXiv Blog (2021). “A Desktop Quantum Computer for Just \$5,000. A cheap, portable quantum computer, aimed at schools and colleges will be launched later this year.”. The Physics arXiv Blog, Jan 29, 2021 3:00 PM. Al link discovermagazine (archiviato Archive).
8. Aspuru-Guzik, A., Dutoi, A. D., Love, P. J., & Head-Gordon, M. (2005). “Simulated quantum computation of molecular energies”. *Science*, 309(5741), 1704-1707.
9. Ayache, Zeina (2016). “Per la prima volta, il teletrasporto quantistico ‘viaggia’ attraverso la fibra ottica. Due differenti studi sono riusciti a trasmettere dati criptati attraverso la fibra ottica rendendo sempre più accessibile il teletrasporto quantistico”, 20 settembre 2016. Fanpage, <https://archive.ph/1K9Sh>
10. R. Babbush, P. J. Love, and A. Aspuru-Guzik. “Adiabatic quantum simulation of quantum chemistry”. *Scientific Reports*, 4:6603, 2014.
11. Bandini, Michele (2017). “Crittografia quantistica e algoritmo di Shor”, Tesi di Laurea, Università di Bologna. Laurea-Unibo (oppure Archive).
12. Bao, F., Deng, H., Ding, D., Gao, R., Gao, X., Huang, C., ... & Deng, C. (2022). “Fluxonium: an alternative qubit platform for high-fidelity operations”. *Physical Review*

Letters, 129(1), 010502.

13. Bauer, B., Bravyi, S., Motta, M., & Chan, G. K. L. (2020). "Quantum algorithms for quantum chemistry and quantum materials science". *Chemical Reviews*, 120(22), 12685-12717.
14. Baur, M., Fedorov, A., Steffen, L., Philipp, S., Da Silva, M. P., & Wallraff, A. (2012). "Benchmarking a quantum teleportation protocol in superconducting circuits using tomography and an entanglement witness". *Physical review letters*, 108(4), 040502.
15. Benioff, P. (1980). "The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines". *Journal of statistical physics*, 22(5), 563-591.
16. Bernhardt, C. (2019). "Quantum computing for everyone". Mit Press.
17. Boixo, S., Rønnow, T. F., Isakov, S. V., Wang, Z., Wecker, D., Lidar, D. A., ... & Troyer, M. (2013). "Quantum annealing with more than one hundred qubits". *arXiv preprint arXiv:1304.4595*.
18. Boixo, S., Smelyanskiy, V., Shabani, A., Isakov, S. V., Dykman, M., Amin, M., ... & Neven, H. (2016). "Computational Role of Tunneling in a Programmable Quantum Annealer." *Nature Communications*, 7(ARC-E-DAA-TN19177).
19. Born, M. and V. A. Fock (1928). "Beweis des Adiabatenatzes". *Zeitschrift für Physik A*. 51 (3-4): 165-180.
20. Boschi, D., Branca, S., De Martini, F., Hardy, L., & Popescu, S. (1998). "Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels". *Physical Review Letters*, 80(6), 1121.
21. Bouland, A., Fefferman, B., Nirkhe, C., & Vazirani, U. (2019). "On the complexity and verification of quantum random circuit sampling". *Nature Physics*, 15(2), 159-163.
22. Bourassa JE, Alexander RN, Vasmer M, Patil A, Tzitrin I, Matsuura T, Su D, Baragiola BQ, Guha S, Dauphinais G, Sabapathy KK. (2021). "Blueprint for a scalable photonic fault-tolerant quantum computer". *Quantum*. 2021 Feb 4;5:392.
23. Bouwmeester, D., Pan, J. W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H., & Zeilinger, A. (1997). "Experimental quantum teleportation". *Nature*, 390(6660), 575-579.
24. Brod, Daniel Jost (2022). "Loops simplify a set-up to boost quantum computational advantage." *Nature*, 2022:31-32. <https://www.nature.com/articles/d41586-022-01402-x>
25. Braunstein, S. L., Mann, A., & Revzen, M. (1992). "Maximal violation of Bell inequalities for mixed states". *Physical Review Letters*, 68(22), 3259.
26. Browne, D. E., & Terry Rudolph (2005). "Resource-efficient linear optical quantum computation". *Physical Review Letters*. 95 (1): 010501. *arXiv:quant-ph/0405157*. *Bibcode:2005PhRvL..95a0501B*. *doi:10.1103/PhysRevLett.95.010501*. *PMID 16090595*. *S2CID 27224760*.
27. Cao, Y., Romero, J., & Aspuru-Guzik, A. (2018). "Potential of quantum computing for drug discovery". *IBM Journal of Research and Development*, 62(6), 6-1.
28. Castelvechi, Davide (2022). "These 'quantum-proof' algorithms could safeguard against future cyberattacks". *Nature*, News 8 Luglio 2022. <https://doi.org/10.1038/d41586-022-01879-6>

29. Cerrillo, J. (2016). "Physics of Quantum Computation", Sommersemester 2016, Technische Universität Berlin. Tu-berlin-de (archiviato Archive)
30. Chen, S. (2022). "Searching for New Molecules with Quantum Computers. Could the budding technology see a breakthrough application in chemistry?" APS News. , July/August 2022 (Volume 31, number 7). APSNews
31. Chi, Y., Huang, J., Zhang, Z. et al. (2022). "A programmable qudit-based quantum processor". Nat Commun 13, 1166 (2022). <https://doi.org/10.1038/s41467-022-28767-x>
32. Childress L, Gurudev Dutt MV, Taylor JM, Zibrov AS, Jelezko F, Wrachtrup J, Hemmer PR, Lukin MD (2006). "Coherent dynamics of coupled electron and nuclear spin qubits in diamond". Science. 2006 Oct 13;314(5797):281-5.
33. Childs, A. M., Gosset, D., & Webb, Z. (2013). "Universal computation by multiparticle quantum walk". Science, 339(6121), 791-794.
34. Cho, Adrian (2014). "Quantum or not, controversial computer runs no faster than a normal one. D-Wave machine produces no "quantum speedup" but company says test is flawed". 19 JUN 2014, Science. News. <https://www.science.org/content/article/quantum-or-not-controversial-computer-runs-no-faster-normal-one>
35. Cho, A. (2018). "Weird vibrations poised to control quantum computers". 14 Marzo 2018, Science. doi: 10.1126/science.aat5858 <https://www.science.org/content/article/weird-vibrations-poised-control-quantum-computers>
36. Chuang, I. L., Gershenfeld, N., & Kubinec, M. (1998). "Experimental implementation of fast quantum searching". Physical review letters, 80(15), 3408.
37. Cirillo, Giovanni Amedeo, Gandino, Filippo, Giusto, Edoardo, & Mondo, Giovanni (2020). "Quantum Computing Tutorial". Notiziario Tecnico TIM, 2 / 2020 <https://www.gruppotim.it/content/dam/gt/notiziario-tecnico/pdf/Notiziario-Tecnico-TIM-2020-n2.pdf> (archiviato Archive).
38. Crostarosa, Cinzia (2022). "Qubit, cos'è, quanto vale, come funziona", link <https://www.ai4business.it/ricerca/qubit-cose-quanto-vale-come-funziona/> , 12 Maggio 2022.
39. Cultur-e (2022). "Processori quantici fotonici, la nuova frontiera della capacità di calcolo", <https://www.fastweb.it/fastweb-plus/digital-magazine/processori-quantici-fotonici-la-nuova-frontiera-della-capacita-di-calcolo/> (archiviato Archive).
40. Dargan, James (2022). "6 Companies Working With Photonic Quantum Computing Technology in 2022", March 24, 2022, al link [thequantuminsider](https://thequantuminsider.com/2022/03/24/6-companies-working-with-photonic-quantum-computing-technology-in-2022/) (archiviato Archive).
41. Dawar, Anuj (2006). "Corso di Quantum Computing", 2006-07, Università di Cambridge, link <https://www.cl.cam.ac.uk/teaching/2006/QuantComp/> oppure Archive
42. De Agostini, Manolo (2022). "Intel: possiamo produrre qubit in silicio nelle nostre fabbriche già oggi", pubblicato il 16 Aprile 2022, alle 09:41 nel canale Innovazione, link https://edge9.hwupgrade.it/news/innovazione/intel-possiamo-produrre-qubit-in-silicio-nelle-nostre-fabbriche-gia-oggi_106449.html (Archive).
43. De Cosmo, Leonardo (2022). "Debutta Borealis, il primo computer quantistico 'supremo'. Supera anche i più potenti supercomputer tradizionali", 10 Giugno 2022, ANSA. Link Notizia ANSA (archiviata Archive).

44. Deutsch, D. (1985). "Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer". *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 400(1818), 97-117.
45. Devoret, M. H., Wallraff, A., & Martinis, J. M. (2004). "Superconducting qubits: A short review". *ArXiv. Cond-mat/0411174*. Link all'articolo su arXiv: <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0411174>
46. Di Marco, Angelo (2009). "Controllo Ottimale Quantistico di Qubits Superconduttivi di Carica", Tesi Specialistica, 2009/2010, Università degli studi di Pisa. <https://core.ac.uk/download/pdf/14700309.pdf> (archiviata Archive).
47. Di Pierro, A. (2010). "Quantum computing". Teaching Report 2010.
48. DiVincenzo, D. P. (2000-04-13). "The Physical Implementation of Quantum Computation". *Fortschritte der Physik*. 48 (9–11): 771–783. *arXiv:quant-ph/0002077*.
49. Empack, J. (2017). "Chinese Scientists Just Set the Record for the Farthest Quantum Teleportation", July 15, 2017, Space.com. <https://archive.ph/GPZUU> .
50. Fadelli, Ingrid (2022). "An alternative superconducting qubit achieves high performance for quantum computing", *Phys.org*, 27 Luglio 2022, *phys-org* (Archive)
51. Farhi, E., Goldstone, J., Gutmann, S., & Sipser, M. (2000). "Quantum computation by adiabatic evolution" MIT CTP #2936, published *arXiv quant-ph/0001106*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0001106>
52. Fastweb. "Cos'è la supremazia quantistica e perché è importante". www.fastweb.it/fastweb-plus/digital-magazine/cos-e-la-supremazia-quantistica/(archiviato Archive)
53. Fedorov, D. A., Peng, B., Govind, N., & Alexeev, Y. (2022). "VQE method: A short survey and recent developments". *Materials Theory*, 6(1), 1-21.
54. Feng, G. R., Lu, Y., Hao, L., Zhang, F. H., & Long, G. L. (2013). "Experimental simulation of quantum tunneling in small systems". *Scientific Reports*, 3(1), 1-7.
55. Feynman, R. (1982) "Simulating physics with computers," *Int. J. Theor. Phys.* 21, 467–488.
56. Frolov, S. (2021). "Quantum computing's reproducibility crisis: Majorana fermions". *Nature*, <https://www.nature.com/articles/d41586-021-00954-8>
57. Georgescu, I. M., Ashhab, S., & Nori, F. (2014). "Quantum simulation". *Reviews of Modern Physics*, 86(1), 153. <https://arxiv.org/pdf/1308.6253.pdf>
58. Gibney, Elizabeth (2020). "Una nuova "vecchia" tecnologia nella corsa al computer quantistico", *Le Scienze*, 30 novembre 2020. Link lescienze
59. Giles, Martin (2019). "Explainer: What is quantum communication?", February 14, 2019, *MIT Technology Review*, <https://www.technologyreview.com/2019/02/14/103409/what-is-quantum-communications/>
60. Gold, A., Paquette, J. P., Stockklauser, A., Reagor, M. J., Alam, M. S., Bestwick, A., ... & Rigetti, C. (2021). "Entanglement across separate silicon dies in a modular superconducting qubit device". *Nature Quantum Information*, 7(1), 1-10.
61. Google AI Quantum and Collaborators, Arute, F., Arya, K., Babbush, R., Bacon, D., Bardin, J. C., ... & Zalcman, A. (2020). "Hartree-Fock on a superconducting qubit quantum computer". *Science*, 369(6507), 1084-1089.

62. Gottesman, D., Kitaev, A., & Preskill, J. (2001). "Encoding a qubit in an oscillator". *Physical Review A*, 64(1), 012310.
63. Griffin, Paul, & Ritesh Sampat (2021). "Quantum computing for supply chain finance." In 2021 IEEE International Conference on Services Computing (SCC), pp. 456-459. IEEE, 2021.
64. Griffiths, David J. (1995). "Introduction to quantum mechanics" (1st ed.). New Jersey: Prentice Hall. ISBN 978-0-13-124405-4.
65. Harris, R., Lanting, T., Berkley, A. J., Johansson, J., Johnson, M. W., Bunyk, P., ... & Han, S. (2009). "Compound Josephson-junction coupler for flux qubits with minimal crosstalk". *Physical Review B*, 80(5), 052506.
66. Harris, Margaret (2021). "Cosmic-ray threat to quantum computing greater than previously thought", 28 Jul 2021, <https://physicsworld.com/a/cosmic-ray-threat-to-quantum-computing-greater-than-previously-thought/> (archiviato Archive).
67. Harrow AW, Hassidim A, Lloyd S. (2009). "Quantum algorithm for linear systems of equations". *Phys Rev Lett*. 2009;103(15):150502.
68. Harvey, Shannon (2022). "Quantum Dots / Spin Qubits". 24 Febbraio 2022. Oxford University Press 2022. Articolo disponibile al seguente link: <https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190871994.013.83>
69. Hou, Shi-Yao, Guanru Feng, Zipeng Wu, Hongyang Zou, Wei Shi, Jinfeng Zeng, Chenfeng Cao et al. (2021). "SpinQ Gemini: a desktop quantum computer for education and research." arXiv preprint arXiv:2101.10017 (2021).
70. IBM News (2016). "IBM Makes Quantum Computing Available on IBM Cloud to Accelerate Innovation", News provided by IBM Research May 04, 2016, al link [prnewswire](#) (archiviato Archive).
71. Iannaccone, Sandro (2022). "Un processore fotonico superveloce per il computer quantistico del futuro", *Wired*. <https://www.wired.it/article/computer-quantistico-processore-fotonico-superveloce/>
72. Irizarry-Gelpi, M.E. (2018). "Hamiltonian for Hadamard Transforms", al link <https://meirizarrygelpi.github.io/posts/physics/hamiltonian-for-hadamard-transforms/index.html> (archiviato Archive).
73. Jordan, P., & Wigner, E. P. (1928). "Über das Paulische äquivalenzverbot". *Zeitschrift für Physik* volume 47, pages631–651 (1928)
74. Jülich Supercomputing Centre (JSC) (2022). "Europe's First Quantum Computer with More Than 5K Qubits Launched at Jülich". January 18, 2022. <https://www.hpcwire.com/off-the-wire/europes-first-quantum-computer-with-more-than-5k-qubits-launched-at-julich/>
75. Kadowaki, T.; Nishimori, H. (1998). "Quantum annealing in the transverse Ising model". *Phys. Rev. E*. 58 (5): 5355. arXiv:cond-mat/9804280.
76. Kane, B. E. (1998). "A silicon-based nuclear spin quantum computer", *Nature* 393, 133 (1998)
77. Kauffman, L. H. (2016). "Knot logic and topological quantum computing with Majorana fermions". *Logic and Algebraic Structures in Quantum Computing*, 45, 223.
78. Kiczynski, M., S. K. Gorman, H. Geng, M. B. Donnelly, Y. Chung, Y. He, J. G. Keizer &

- M. Y. Simmons (2022). “Engineering topological states in atom-based semiconductor quantum dots”. *Nature* volume 606, pages 694–699 (2022).
79. King, A. D., Carrasquilla, J., Raymond, J., Ozfidan, I., Andriyash, E., Berkley, A., ... & Amin, M. H. (2018). “Observation of topological phenomena in a programmable lattice of 1,800 qubits”. *Nature*, 560(7719), 456-460.
 80. Kitaev, A. Y. (1995). “Quantum measurements and the Abelian stabilizer problem”. arXiv preprint quant-ph/9511026.
 81. Kockum, A. F., & Nori, F. (2019). “Quantum bits with Josephson junctions”. In *Fundamentals and Frontiers of the Josephson Effect* (pp. 703-741). Springer, Cham.
 82. Krenn, M., Malik, M., Scheidl, T., Ursin, R., & Zeilinger, A. (2016). “Quantum communication with photons.” *Optics in our Time*, 18, 455.
 83. Krupansky, Jack (2018). “What Is a Universal Quantum Computer?”. [Shttps://jackkrupansky.medium.com/what-is-a-universal-quantum-computer-db183fd1f15a](https://jackkrupansky.medium.com/what-is-a-universal-quantum-computer-db183fd1f15a) (archiviato Archive).
 84. Kwiat, P. G., Mattle, K., Weinfurter, H., Zeilinger, A., Sergienko, A. V., & Shih, Y. (1995). “New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs”. *Physical Review Letters*, 75(24), 4337.
 85. Lachlan, Gilbert (2022). “Scientists engineer quantum processor to emulate a small organic molecule”, 23 Giugno 2022 <https://phys.org/news/2022-06-scientists-quantum-processor-emulate-small.html> . Archive
 86. Landau Lev D., Lifšits Evgenij M. (1978). “Fisica Teorica 4. Teoria quantistica relativistica”. Editori Riuniti.
 87. Langston, Jennifer (2022). “In a historic milestone, Azure Quantum demonstrates formerly elusive physics needed to build scalable topological qubits”. <https://news.microsoft.com/innovation-stories/azure-quantum-majorana-topological-qubit/> (oppure Archive).
 88. Lardinois, Frederic (2022). “D-Wave launches a first prototype of its next-gen annealing quantum computer”, June 16, 2022, <https://techcrunch.com/2022/06/16/d-wave-launches-a-first-prototype-of-its-next-gen-annealing-quantum-computer/> (archiviato Archive).
 89. Lee, Chris (2016). “Is D-Wave’s quantum processor really 10⁸ times faster than a normal computer? Short answer: Yes, but it's more complicated than that.” [https://arstechnica.com/science/2016/02/is-d-waves-quantum-processor-really-10⁸-times-faster-than-a-normal-computer/](https://arstechnica.com/science/2016/02/is-d-waves-quantum-processor-really-108-times-faster-than-a-normal-computer/) (archiviata Archive).
 90. Licata, Patrizia (2022). “Il computer quantistico arriva nel business. Ecco cos'è, come funziona e quali sono le prime applicazioni commerciali”. *Link digital4* , (archiviato Archive).
 91. Lichene, Riccardo (2021). “I computer quantistici hanno un nemico imbattibile (per ora): i raggi cosmici”. *Corriere della Sera*. *Link corriere* (archiviato Archive).
 92. Lin, Cedric, Eric Kessler, Jordan Sullivan, and Stefan Natu(2022). “Explore quantum computational advantage with Xanadu’s Borealis device on Amazon Braketon”. 02 JUN 2022 AWS Quantum Computing Blog, al link [aws-amazon](https://aws.amazon.com/blogs/quantum-computing/2022-06-02-explore-quantum-computational-advantage-with-xanadus-borealis-device-on-amazon-braket/) (archiviato Archive).
 93. Liu, Jia (2021). “China Achieves Quantum Computational Advantage in Two Mainstream

- Technical Routes”, english-cas-cn Ottobre 2021, (archiviato Archive).
94. Lloyd, S., & Braunstein, S. L. (1999). “Quantum computation over continuous variables”. In *Quantum information with continuous variables* (pp. 9-17). Springer, Dordrecht.
 95. Loss, D., & DiVincenzo, D. P. (1998). “Quantum computation with quantum dots”. *Physical Review A*, 57(1), 120.
 96. Lucas, A. (2014). “Ising formulations of many NP problems”. *Frontiers in physics, Sec. Interdisciplinary Physics*. <https://doi.org/10.3389/fphy.2014.00005>
 97. Lutchyn, R. M., Bakkers, E. P., Kouwenhoven, L. P., Krogstrup, P., Marcus, C. M., & Oreg, Y. (2018). “Majorana zero modes in superconductor–semiconductor heterostructures”. *Nature Reviews Materials*, 3(5), 52-68.
 98. Madsen, Lars S., Fabian Laudenbach, Mohsen Falamarzi. Askarani, Fabien Rortais, Trevor Vincent, Jacob F. F. Bulmer, Filippo M. Miatto, Leonhard Neuhaus, Lukas G. Helt, Matthew J. Collins, Adriana E. Lita, Thomas Gerrits, Sae Woo Nam, Varun D. Vaidya, Matteo Menotti, Ish Dhand, Zachary Vernon, Nicolás Quesada & Jonathan Lavoie (2022). “Quantum computational advantage with a programmable photonic processor”. *Nature*, 606(7912), pp.75-81.
 99. Manna, S., Wei, P., Xie, Y., Law, K. T., Lee, P. A., & Moodera, J. S. (2020). “Signature of a pair of Majorana zero modes in superconducting gold surface states”. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(16), 8775-8782.
 100. Marino, Alessio (2022). “Un computer quantistico ha risolto in 36 microsecondi un problema da 9 mila anni”. <https://tech.everyeye.it/notizie/computer-quantistico-risolto-36-microsecondi-problema-9mila-anni-590612.html>
 101. Markham, M., & Twitchen, D. (2020). “The diamond quantum revolution”, 23 Aprile 2020, *Physics World*, disponibile al link [Physicsworld](https://www.physicsworld.com) (archiviato Archive).
 102. Martinis, J. M., & Osborne, K. (2004). “Superconducting Qubits and the Physics of Josephson Junctions”, arXiv. <https://arxiv.org/abs/cond-mat/0402415> oppure <https://copilot.caltech.edu/documents/16821/leshouchesjunctionphysics.pdf>
 103. McArdle, S., S. Endo, A. Aspuru-Guzik, S. C. Benjamin & X. Yuan (2020). “Quantum computational chemistry”, *Reviews of Modern Physics* 92, 015003 (2020).
 104. McEwen, M., Faoro, L., Arya, K., Dunsworth, A., Huang, T., Kim, S., ... & Barends, R. (2022). “Resolving catastrophic error bursts from cosmic rays in large arrays of superconducting qubits”. *Nature Physics*, 18(1), 107-111.
 105. McMaster, W. H. (1954). “Polarization and the Stokes parameters”. *American Journal of Physics*, 22(6), 351-362.
 106. McMaster, W. H. (1961). “Matrix representation of polarization”. *Reviews of modern physics*, 33(1), 8.
 107. Messina, Ettore (2020). “Mentalità Computazionale”, “Porte Hadamard in cascata”. <https://computationalmindset.com/it/computazione-quantistica/porte-hadamard-in-cascata.html> (archiviato Archive).
 108. Mi, X., Ippoliti, M., Quintana, C., Greene, A., Chen, Z., Gross, J., ... & Roushan, P. (2022). “Time-crystalline eigenstate order on a quantum processor.” *Nature*, 601(7894), 531-536.
 109. Moll, N., P. Barkoutsos, L. S. Bishop, J. M. Chow, A. Cross, D. J. Egger, S. Filipp, A. Fuhrer, J. M. Gambetta, M. Ganzhorn, et al., “Quantum optimization using variational

- algorithms on near-term quantum devices”, *Quantum Science and Technology* 3, 030503 (2018).
110. Moore, S. K. (2020). “Honeywell’s Ion Trap Quantum Computer Makes Big Leap”, di Samuel K. Moore, 3 MAR 2020, *IEEE Spectrum*, al link <https://spectrum.ieee.org/honeywells-ion-trap-quantum-computer-makes-big-leap>
 111. Morgia, Alessandro (2020). “La Criogenia e la barriera dello zero assoluto”, *Scienza & Tecnologia*, link <https://it.emcelettronica.com/la-criogenia-e-la-barriera-dello-zero-assoluto> (archiviato Archive).
 112. Motta, M., & Rice, J. E. (2022). “Emerging quantum computing algorithms for quantum chemistry”. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Molecular Science*, 12(3), e1580.
 113. Mourik, V., Zuo, K., Frolov, S. M., Plissard, S. R., Bakkers, E. P., & Kouwenhoven, L. P. (2012). “Signatures of Majorana fermions in hybrid superconductor-semiconductor nanowire devices”. *Science*, 336(6084), 1003-1007.
 114. Nasi, Michele (2021). “Computer quantistico: quali problemi può risolvere”, , https://www.ilsoftware.it/articoli.asp?tag=Computer-quantistico-quali-problemi-puo-risolvere_23117 , Giugno 2021.
 115. Nayak, Chetan (2021). “Full stack ahead: Pioneering quantum hardware allows for controlling up to thousands of qubits at cryogenic temperatures”. *Microsoft Research Blog*. Published January 21, 2021, link [microsoft](https://www.microsoft.com/research/blog/full-stack-ahead-pioneering-quantum-hardware-allows-for-controlling-up-to-thousands-of-qubits-at-cryogenic-temperatures/) (archiviato Archive).
 116. Neill, C., Roushan, P., Kechedzhi, K., Boixo, S., Isakov, S.V., Smelyanskiy, V., Megrant, A., Chiaro, B., Dunsworth, A., Arya, K. and Barends, R. (2018). “A blueprint for demonstrating quantum supremacy with superconducting qubits”. *Science*, 360(6385), pp.195-199.
 117. Nelson, Felicity (2022). “A Huge Step Forward in Quantum Computing Was Just Announced: The First-Ever Quantum Circuit”, di Felicity Nelson, 22 JUNE 2022. <https://www.sciencealert.com/a-huge-step-forward-in-quantum-computing-was-just-announced-the-first-ever-quantum-circuit> (archiviato Archive).
 118. Ollitrault, P. J., Miessen, A., & Tavernelli, I. (2021). “Molecular quantum dynamics: A quantum computing perspective”. *Accounts of Chemical Research*, 54(23), 4229-4238.
 119. O'Malley, P. J. J., Babbush, R., Kivlichan, I. D., Romero, J., McClean, J. R., Barends, R., Kelly, J., Roushan, P., Tranter, A., Ding, N., Campbell, B., Chen, Y., Chen, Z., Chiaro, B., Dunsworth, A., Fowler, A. G., Jeffrey, E., Lucero, E., Megrant, A., Mutus, J. Y., Neeley, M., Neill, C., Quintana, C., Sank, D., Vainsencher, A., Wenner, J., White, T. C., Coveney, P. V., Love, P. J., Neven, H., Aspuru-Guzik, A. & Martinis, J. M. (2016). “Scalable quantum simulation of molecular energies.” *Physical Review X* 6.3 (2016): 031007. doi 10.1103/PhysRevX.6.031007, <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.6.031007>
 120. Outeiral, C., Strahm, M., Shi, J., Morris, G. M., Benjamin, S. C., & Deane, C. M. (2021). “The prospects of quantum computing in computational molecular biology”. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Molecular Science*, 11(1), e1481.
 121. Padilha, Dan (2014). “Solving NP-Hard Problems on an Adiabatic Quantum Computer”. Thesis University of New South Wales. DOI:10.13140/RG.2.2.19230.43842
 122. Pauka, S. J., K. Das, R. Kalra, A. Moini, Y. Yang, M. Trainer, A. Bousquet, C. Cantaloube, N. Dick, Geoff Gardner, M. J. Manfra, David Reilly (2021). “A cryogenic CMOS chip for

- generating control signals for multiple qubits”, *Nature Electronics*, January 2021 , Vol 4: pp. 64-70
123. Pawsey Supercomputing Centre (2022). “Pawsey is Empowering Students to Have a Quantum Mindset”, March 3, 2022. <https://www.hpcwire.com/off-the-wire/pawsey-is-empowering-students-to-have-a-quantum-mindset/> (archiviato Archive).
 124. Pfister, O. (2019). “Continuous-variable quantum computing in the quantum optical frequency comb”. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 53(1), 012001.
 125. Popkin, Gabriel (2016). “Quest for qubits”. *Science*, 2 Dec 2016, Vol 354, Issue 6316, pp. 1090-1093, DOI: 10.1126/science.354.6316.1090
 126. Quantum Computing Report (2022). “Microsoft’s Majorana Announcement: A Restart for a Very Long Journey”. <https://quantumcomputingreport.com/microsofts-majorana-announcement-a-restart-of-a-very-long-journey/> (archiviato Archive).
 127. Quesada, N., Arrazola, J. M., & Killoran, N. (2018). “Gaussian boson sampling using threshold detectors”. *Physical Review A*, 98(6), 062322.
 128. Ramachandran, G., Murthy, M. V. N., & Malleš, K. S. (1980). “SU (3) representation for the polarisation of light”. *Pramana*, 15(4), 357-369.
 129. Redazione ANSA (2022). “Per computer quantistici serve tempo, ancora troppi errori”, ANSA. https://www.ansa.it/sito/notizie/cronaca/2022/06/17/per-computer-quantistici-serve-tempo-ancora-troppi-errori_ed1d3e33-e4a6-438f-9e93-9ad1b8a32b7d.html
 130. Redazione LSWN (2021). “Chip criogenico rivoluzionerà computer quantistici?”. Link <https://www.lswn.it/tecnologie/chip-criogenico-rivoluzionera-computer-quantistici/> 10 febbraio 2021 (archiviato Archive).
 131. Renema, Jelmer (2020). “Qumodes vs. Qubits explained, part I”, 3 Novembre 2020, [quixquantum-medium](https://quixquantum-medium.com) (archiviato Archive).
 132. Ringbauer, M., Meth, M., Postler, L. et al. (2022). “A universal qudit quantum processor with trapped ions”. *Nat. Phys.* (2022). <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01658-0>
 133. Rita, Viola (2021). “Cosa sono i cristalli temporali, appena ottenuti con il computer quantistico di Google”. 14 Dicembre 2021, *Wired Italia*, al link <https://www.wired.it/article/cristalli-temporali-computer-quantistico-google-fisica/> (archiviato Archive).
 134. Rita, Viola (2020). “La prima simulazione di una reazione chimica con un computer quantistico”. *Wired Italia*, 31-8-2020, <https://www.wired.it/scienza/lab/2020/08/31/prima-simulazione-reazione-chimica-computer-quantistico/> (archiviato Archive).
 135. Roland, J., & Cerf, N. J. (2002). “Quantum search by local adiabatic evolution”. *Physical Review A*, 65(4), 042308.
 136. Romaszko, Zak (2022). “Quantum computers are now just a set of engineering problems”, Jul, 6. <https://www.theengineer.co.uk/content/opinion/comment-quantum-computers-are-now-just-a-set-of-engineering-problems/> (archiviato Archive).
 137. Rønnow, T. F., Wang, Z., Job, J., Boixo, S., Isakov, S. V., Wecker, D., ... & Troyer, M. (2014). “Defining and detecting quantum speedup”. *Science*, 345(6195), 420-424.
 138. Ryabinkin, I. G., Yen, T. C., Genin, S. N., & Izmaylov, A. F. (2018). “Qubit coupled cluster

- method: a systematic approach to quantum chemistry on a quantum computer”. *Journal of chemical theory and computation*, 14(12), 6317-6326.
139. Seeley, J. T., Richard, M. J., & Love, P. J. (2012). “The Bravyi-Kitaev transformation for quantum computation of electronic structure”. *The Journal of chemical physics*, 137(22), 224109.
 140. Sennane, W., Piquemal, J. P., & Rančić, M. J. (2022). “Calculating the ground state energy of benzene under spatial deformations with noisy quantum computing”. *arXiv preprint arXiv:2203.05275*.
 141. Shor, P. W. (1994). “Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring”. In: *Proceedings, 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Santa Fe, NM, November 20–22, 1994*, IEEE Computer Society Press, pp. 124–134.
 142. Sparavigna, A. (2002). “Influence of isotope scattering on the thermal conductivity of diamond”. *Physical Review B*, 65(6), 064305.
 143. Sparavigna, A. C., & Wolf, R. A. (2008). “Fourier optics for polymeric substrates and coating textures analysis”. *ArXiv: 0801.2946*, DOI: 10.48550/arXiv.0801.2946
 144. Sparavigna, A. C., Dorma, G., & Montrucchio, B. (2006). “Diffractive optics for fabric fault detection”. *SCI2006 Orlando, Florida Orlando, Florida, July, 16-19*.
 145. Spring, J. B., Metcalf, B. J., Humphreys, P. C., Kolthammer, W. S., Jin, X. M., Barbieri, M., ... & Walmsley, I. A. (2013). “Boson sampling on a photonic chip”. *Science*, 339(6121), 798-801.
 146. Steinberg, R. (1993). “The state of the three color problem”. *Annals of discrete mathematics* (Vol. 55, pp. 211-248). Elsevier.
 147. Streif, M., Neukart, F., & Leib, M. (2019, March). “Solving quantum chemistry problems with a d-wave quantum annealer”. In *International Workshop on Quantum Technology and Optimization Problems* (pp. 111-122). Springer, Cham.
 148. Sun, Q. C., Mao, Y. L., Chen, S. J., Zhang, W., Jiang, Y. F., Zhang, Y. B., ... & Pan, J. W. (2016). “Quantum teleportation with independent sources and prior entanglement distribution over a network.” *Nature Photonics*, 10(10), 671-675. <https://archive.ph/gdnk5#selection-611.0-611.97>
 149. Toffoli, T. (1980). “Reversible Computing/Automata, Languages and Programming”. Volume 85 of *Lecture Notes in Computer Science*.
 150. Tremolada, Luca (2019). “Il computer quantistico è realtà. Supremazia di Google ma Ibm non ci sta”, *Sole24Ore* del 24 Ottobre 2019, ([archiviato Archive](#)).
 151. Tremolada, Luca (2022). “Dalla supremazia al vantaggio quantistico: il quantum computing va sul mercato”, 23 gennaio 2022, *Sole24Ore*, [link ilsole24ore](#) ([archiviato Archive](#)).
 152. Ushijima-Mwesigwa, H., Negre, C. F., & Mniszewski, S. M. (2017). “Graph partitioning using quantum annealing on the D-wave system”, *Proceedings of the Second International Workshop on Post Moores Era Supercomputing* (pp. 22-29).
 153. Valivarthi, R., Puigibert, M., Zhou, Q., Aguilar, G. H., Verma, V. B., Marsili, F., ... & Tittel, W. (2016). “Quantum teleportation across a metropolitan fibre network.” *Nature Photonics*, 10(10), 676-680. <https://archive.ph/PeEQG#selection-611.0-611.57>
 154. Van Loock, P. (2011). “Optical hybrid approaches to quantum information”. *Laser &*

Photonics Reviews, 5(2), 167-200.

155. Vitali, David (2018). "Quantum computing. Realizzazione fisica di un computer quantistico". Convegno Università Camerico (archiviato Archive).
156. Wang, B. X., Tao, M. J., Ai, Q., Xin, T., Lambert, N., Ruan, D., ... & Long, G. L. (2018). "Efficient quantum simulation of photosynthetic light harvesting". *NPJ Quantum Information*, 4(1), 1-6.
157. Weart, Spencer (2004). "La seconda rivoluzione scientifica: fisica e chimica. La fisica dello stato solido", *Storia della Scienza*. Link a Treccani archiviato Archive .
158. Wendin, G., & Shumeiko, V. S. (2007). "Quantum bits with Josephson junctions". *Low Temperature Physics*, 33(9), 724-744.
159. Wright, K., Beck, K.M., Debnath, S. et al. (2019). "Benchmarking an 11-qubit quantum computer". *Nat. Commun.* 10, 5464 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41467-019-13534-2>
160. Xanadu News (2022). "Xanadu launches first public cloud-deployed computer with quantum computational advantage". News provided by Xanadu, Jun 01, 2022, 11:00 ET prnewswire (archiviato Archive).
161. Xia, R., Bian, T., & Kais, S. (2017). "Electronic structure calculations and the Ising Hamiltonian". *The Journal of Physical Chemistry B*, 122(13), 3384-3395.
162. Xue, X., Patra, B., van Dijk, J. P., Samkharadze, N., Subramanian, S., Corna, A., ... & Vandersypen, L. M. (2021). "CMOS-based cryogenic control of silicon quantum circuits." *Nature*, 593(7858), 205-210.
163. Yoshida, R., Lötstedt, E., & Yamanouchi, K. (2022). "Quantum computing of Hückel molecular orbitals of π -electron systems". *The Journal of Chemical Physics*, 156(18), 184117.
164. Younan, M., Elhoseny, M., Ali, A. A., & Houssein, E. H. (2021). "Quantum Chain of Things (QCoT): A New Paradigm for Integrating Quantum Computing, Blockchain, and Internet of Things." In 2021 17th International Computer Engineering Conference (ICENCO) (pp. 101-106). IEEE.
165. Zhang, H., Liu, C. X., Gazibegovic, S., Xu, D., Logan, J. A., Wang, G., ... & Kouwenhoven, L. P. (2021). "Retraction note: Quantized majorana conductance." *Nature*, 591(7851), E30-E30.
166. Zhong, H. S., Wang, H., Deng, Y. H., Chen, M. C., Peng, L. C., Luo, Y. H., ... & Pan, J. W. (2020). "Quantum computational advantage using photons". *Science*, 370(6523), 1460-1463.
167. Zwerver, A. M. J., Krähenmann, T., Watson, T. F., Lampert, L., George, H. C., Pillarisetty, R., ... & Clarke, J. S. (2022). "Qubits made by advanced semiconductor manufacturing". *Nature Electronics*, 5(3), 184-190.