POLITECNICO DI TORINO
Repository ISTITUZIONALE

A 700 ANNI DALLA MORTE DI DANTE: LA GEOMATICA DELLA COMMEDIA

Original
A 700 ANNI DALLA MORTE DI DANTE: LA GEOMATICA DELLA COMMEDIA / Fiermonte, F., Gnemmi, M., Mussio, L.. - In: BOLLETTINO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FOTOGRAMMETRIA E TOPOGRAFIA. - ISSN 1721-971X. - ELETTRONICO. - 1(2021), pp. 15-34. [https://doi.org/10.1234/bollettinosifet.vi1]

Availability:
This version is available at: 11583/2869769 since: 2021-06-09T17:21:44Z

Publisher:
SIFET

Published
DOI:https://doi.org/10.1234/bollettinosifet.vi1

Terms of use:

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

Publisher copyright

(Article begins on next page)

18 November 2026

Licenza CC-BY-SA © Autori 2021 - Articolo sottoposto a revisione

A 700 ANNI DALLA MORTE DI DANTE: LA GEOMATICA DELLA COMMEDIA

IN THE 700TH ANNIVERSARY OF THE DANTE'S DEATH THE GEOMATICS OF THE COMEDY

Francesco Fiermonte [(1)], Marco Gnemmi [(2)], Luigi Mussio [(3)]

[(1)] Politecnico di Torino – DIST – Viale Mattioli, 39 – 10125 Torino
Tel. 011-090-7478 – Fax 011-090-7499 – e-mail francesco.fiermonte@polito.it
[(2)] Istituto Maria Immacolata – Via A. Diaz, 64 – 20064 Gorgonzola (MI)
Tel. 02-95300205 – Fax 02-95138997 – e-mail marcognemmi.mg@gmail.com
[(3)] Politecnico di Milano – DICA – Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6501 – Fax 02-2399-6602 – e-mail luigi.mussio@polimi.it

Parole chiave: Applicazioni Geomatiche, Analisi statistiche, Letteratura italiana.

Keywords: Geomatics Applications, Statistical analysis, Italian Literature.

Riassunto – Il presente lavoro prende in esame l'intera Commedia dantesca, in prossimità del 700° anniversario della scomparsa di questo Autore, proponendo innanzitutto una analisi statistica dei luoghi citati, nonché dei personaggi legati a questi luoghi. L'analisi si pretende esaustiva, ricordando anche i luoghi, ovviamente meno frequenti, fuori dall'Italia (a riguardo, si ricordi che Dante non poteva avere cognizioni geografiche molto maggiori di quelle già condensate nell'Ecumene di Tolomeo). Per questo fine, studenti di una Scuola superiore, a gruppi, hanno letto tutti i canti delle tre Cantiche con cui si compone la (Divina) Commedia, preparando una lista ordinata dei dati richiesti. La loro dedizione e la loro cura hanno fornito un supporto indispensabile, preziosissimo e fondamentale, per formare tutta la base di dati da cui sono partite le analisi statistiche, grafiche e geomatiche che costituiscono il centro di questo lavoro. Dopodiché si presenta l'analisi di varianza e l'analisi della connessione, constatando l'assenza di una legge sul comportamento medio delle variabili trattate e tuttavia una disposizione non interamente casuale. Infine si costruisce una rete che organizza il flusso di informazioni fra personaggi e luoghi, a partire dalle tabelle dei dati raccolti. Questa rete ha il modello funzionale simile a quello di una rete di livellazione, oppure ad una rete di differenze di potenziale o flussi, in altre discipline (pur nell'ovvia assenza di osservazioni e di un loro modello stocastico-metrologico). I dati raccolti sono condensati in una serie di mappe anamorfiche che ne facilitano la lettura.

Abstract – As we approach the 700th anniversary of the death of Dante Alighieri this work seeks to examine his Comedy in its entirety, providing, in the first instance, a statistical analysis of the places mentioned therein, and another dealing with the characters associated with these places. The analysis is intended to be exhaustive and includes those places, obviously less frequent, outside of Italy. To this end, groups of high school students were asked to read the cantos of the three Canticles of which Dante's Divine Comedy is composed, and to prepare a list of the required data in a properly ordered list. Their dedication and painstaking efforts have provided an indispensable, invaluable and essential support for the creation of the database from which the statistical, graphical and geomatic analyses that form the core of this paper are derived. Next, the variance analysis and the connection analysis are presented, observing the absence of a law on the average behavior of the variables treated and yet a not entirely random permutation. Lastly, a network is created to organize the information flow between characters and places on the basis of the tables into which the data collected was placed. This network has a functional model similar to that of a leveling network, or a network of potential differences or flows, in other disciplines (despite the obvious absence of observations and a stochastic-metrological model for them). The data collected are condensed into a series of anamorphic maps that facilitate their reading.

1. Introduzione

La lettura integrale della Commedia dantesca permette d'identificare un certo numero di personaggi e luoghi, come sono riportati nei versi che, a terzine di endecasillabi, compongono i canti dell'Inferno, del Purgatorio e del Paradiso (Alighieri, 1993). Le elaborazioni effettuate e presentate nel seguito procedono a tre analisi rispettivamente di natura geografica, statistica e topologico/geodetica (dove questa apposizione ricorda che i geodeti, con gli astronomi, sono stati tanta parte della fondazione della matematica, almeno da Galileo, passando per Eulero e Gauss, fino ad Hilbert):

- alla mappatura dei luoghi e dei luoghi dei personaggi, distinguendo l'Italia dal resto del mondo, allora conosciuto (tramite mappe anamorfiche che presentano superfici geografiche, opportunamente deformate in relazione alla presenza, o meno, di certe entità, quali personaggi e luoghi);
- all'analisi statistica (tramite lo studio della connessione, della regressione od analisi di varianza e della correlazione) dei personaggi, raggruppati (per tipi), così come sono disposti nei vari siti (gironi, cornici e cieli) dell'Inferno, del Purgatorio e del Paradiso, nonché dell'intera Commedia;
- alla costruzione di una speciale rete (cosiddetta di tipo "geodetico"), con il flusso di informazione che percorre l'intera Commedia (come dettagliato, più oltre, del tutto simile ad una rete di livellazione geometrica).

A riguardo, giova ricordare come nuova, tra le Applicazioni Geomatiche, siano l'interazione/ibridazione fra la Geomatica stessa e le Scienze Umane, in particolare l'interazione con la lettura di testi letterari ha un precedente nell'analisi del Decameron di Giovanni Boccaccio, nel settimo centenario della sua nascita: 1313-2013 (Bellone, et al., 2014). Tuttavia mentre quello studio si è limitato alla mappatura dei luoghi ed all'analisi statistica, questo lavoro, per la prima volta, disegna e studia una rete speciale (di tipo "geodetico", ovviamente per analogia formale/topologica e non per contenuto geo-cartografico).

Per contro, non si danno informazioni sulla vita di Dante Alighieri (Firenze, tra il 21 maggio ed il 21 giugno 1255 – Ravenna, 13/14 settembre 1321), né sulle sue opere, essendo arcinoto (e facilmente reperibile) tutto quanto riguarda il sommo poeta e comunque estraneo agli scopi di questo lavoro. Ancora non si fornisce un commento sul testo della Commedia, né sulle ipotesi cosmologiche alla base della stessa, dove questa è ampiamente commentata, quasi da subito, in parte, da Giovanni Boccaccio, ed interamente da Francesco di Bartolo da Buti, e studiata, nella sua struttura, da Antonio di Tuccio Manetti cui ha fatto seguito la conferma autorevole di Galileo Galilei (Treccani online – il portale del sapere).

Conclude l'introduzione una brevissima panoramica sulla cultura e la scienza del Medioevo, a cavallo del mondo di Dante Alighieri. Infatti un compendio della scienza antica è opera di Isidoro di Siviglia, come attestato da Beda il Venerabile, perché solo in età carolingia, si ha una ripresa in Europa, con la fondazione dell'Accademia Palatina (un suo direttore è Giovanni Scoto Eriugena, il primo dei grandi scolastici). Dopodiché dall'anno mille, le repubbliche marinare, con i viaggi e le crociate, ed i liberi comuni, con le corporazioni ed i commerci, avviano la circolazione del sapere. Dalle abbazie benedettine, il misticismo neoplatonico diventa cristiano: base per tornare a studiare gli antichi, e fare filosofia e scienza, come insegnato da Bernardo di Chartres.

La questione degli universali riapre il dibattito filosofico tra realisti platonici, dove reale è il mondo delle idee, e nominalisti aristotelici, dove questo è puramente convenzionale ed un contributo molto importante, è dato dalla conquista araba della Spagna moresca, dove a Cordova ha sede un importantissimo centro culturale, cresciuto sulla scorta di quelli di Alessandria, Damasco e Baghdad. Infatti con la diffusione dell'islam, si ha la traduzione dal siriano all'arabo di testi classici, già tradotti dal greco al siriano ed in persiano, dopo la chiusura dell'accademia ateniese. I massimi filosofi dell'epoca sono il persiano Avicenna e l'egiziano Maimonide, ed un contesto culturale libero permette di spaziare dal misticismo allo scetticismo, con un razionalismo capace valutare anche Democrito, dove la forma non deriva da un Dio, creatore e motore, bensì è intrinseca alla materia esistente di per sé. Averroé propone una comprensione dei testi aristotelici e li fa riscoprire in occidente (già da Toledo, nella Spagna cattolica della riconquista).

Così la divinità non è più esterna al mondo, ma è connessa al tutto esistente e la religione diventa filosofia panteista. Questa idea filosofica si ritrova anche nella cabala ebraica, con il neoplatonico Maimonide. Dopo gli approcci spagnoli, qualche francese ed alcune scomuniche papali, la metafisica di Aristotele è adottata dal tomismo, con Alberto Magno, Tommaso d'Aquino e Ruggero Bacone che apre poi all'empirismo. Questi filosofi sono due domenicani ed un francescano: due ordini mendicanti, spesso in contrasto tra loro, che intendono superare l'isolamento abbaziale benedettino, per immergersi nella rinascente società civile. Alberto Magno rende compatibile la fisica di Aristotele con le scritture, mentre Tommaso d'Aquino inserisce la metafisica nel pensiero teologico-ecclesiastico. La reazione al tomismo, in nome del pensiero platonico-agostiniano, con Gioacchino da Fiore (cistercense) e Giovanni Fidanza da Bagnoregio (cioè fra Bonaventura, francescano), è notevole; dopodiché un punto d'equilibrio, tra razionalismo tomista ed empirismo, è cercato da Giovanni Duns Scoto, Guglielmo di Occam e Jean Buridan (cioè Giovanni Buridano).

In questo contesto, il mondo di Dante è un mondo culturalmente ricco. Infatti in ambito letterario, oltre Dante Alighieri, altri poeti fondano e diffondono il Dolce Stil Novo, fino alla soglia del primo Umanesimo: Guido Guinizzelli, Guido Cavalcanti, Lapo Gianni, Gianni Alfani, Cino de' Sigilbuldi da Pistoia e Dino Frescobaldi.; estendendo poi lo sguardo ad altri campi della cultura, oltre alla letteratura: la religione, la filosofia, la matematica, la musica, la pittura e la fisica (in particolare, con la medicina) hanno i loro rappresentanti rispettivamente in: Francesco d'Assisi (già Giovanni di Pietro di Bernardone), Tommaso d'Aquino, Leonardo Pisano (detto il Fibonacci, il primo ad usare la scrittura posizionale dei numeri, arabo-indiana, aggiungendo lo zero alle nove cifre), Jacopo dei Benedetti (detto Jacopone da Todi), Giotto (diminutivo di Ambrogio o Angiolo) di Bondone, Trotula de Ruggiero (della Scuola di Salerno, nel periodo del suo massimo splendore: una donna insigne, cosa quasi eccezionale, per allora, e comunque non molto favorita, neppure adesso).

2. I dati

In breve, si riassumono qui le differenti strutture dell'Inferno, con i suoi gironi (da Gerusalemme proprio al centro della terra), del Purgatorio, con le sue cornici (dalla spiaggia dell'Oceano Australe al Paradiso terrestre), e del Paradiso, con i suoi cieli (da quello della Luna all'empireo), seguendo la distinzione, già aristotelica e tolemaica, valida fin all'avvento della concezione copernicana eliocentrica (per altro, già trovata da Aristarco di Samo e riscoperta dai persiani, con secoli d'anticipo rispetto a Copernico) fra il mondo sublunare ed i cieli con l'empireo.

Le Tabelle 1, 2 e 3 riportano l'elenco dei personaggi, con il loro nome, la data e il luogo di nascita e di morte, una loro ricollocazione odierna (in termini di regioni, per l'Italia, e di stati altrove), e la loro professione. Le Tabelle 4, 5 ,6 riportano l'elenco dei luoghi e la loro ricollocazione odierna (con gli stessi criteri).

A riguardo, corre il dovere di segnalare come molte informazioni, raccolte in queste prime sei tabelle, non siano entrate nelle analisi successive, in quanto estremamente frammentarie (e spesso incomplete, stante alcune difficoltà di interpretazione). Per contro, queste stesse informazioni permettono di effettuare quelle sintesi dei dati da cui prendono le mosse tanto le mappe anamorfiche, quanto l'analisi statistica.

Come noto, la Commedia consta 100 canti: 34 per l'Inferno e 33 per il Purgatorio ed il Paradiso. Dalla lettura integrale effettuata, si evidenziano 666 personaggi: 263 per l'Inferno, 206 per il Purgatorio e 197 per il Paradiso, così come 334 luoghi: 126 per l'Inferno, 108 per il Purgatorio e 100 per il Paradiso, cosicché la somma totale delle informazioni raccolte è pari a 1000.
Per mere esigenze editoriali, tutte le tabelle e le figure sono riunite, come in un'unica appendice alla fine dell'articolo.

3. Le mappe anamorfiche

La Tabella 7 mostra presenze, per regioni italiane ed altre nazioni, di personaggi (con i loro luoghi) e luoghi che si riferiscono, all'incirca, alle conoscenze geografiche già riportate sull'Ecumene di Tolomeo. con l'intera Europa (comprese le isole Britanniche e confusamente la Scandinavia, ovvero con il Mar Baltico congiunto al Mar Bianco e senza il Mar Glaciale Artico), il bacino del Mediterraneo (fino al Mar Nero ed al Mar Caspio), il Nord Africa (fino al Golfo di Guinea ed al Corno d'Africa), tutto il Medio Oriente e l'Asia che si affaccia sull'Oceano Indiano (con l'India, l'isola di Cylon / Sri Lanka e l'Indocina), oltre ad una terra immaginaria che congiunge l'Africa Orientale all'Asia Sudorientale: in questo, meglio Omero che chiude tutte le Terre emerse, allora note, con l'Oceano.

Sei mappe mostrano la distribuzione nelle regioni italiane (Figure 1, 2 e 3) ed anche tra gli Stati esteri (Figure 4, 5 e 6) dei personaggi (facendo riferimento ai loro luoghi) e dei luoghi (della Commedia). Le rappresentazioni delle informazioni acquisite sono fatte con mappe anamorfiche, opportunamente deformate, a partire da due basi geografiche, con carte equivalenti (o quasi):

- https://www.istat.it/it/archivio/104317, da fonte ISTAT, per l'Italia;
- http://thematicmapping.org/downloads/world_borders.php , da fonte Thematic Mapping, per il mondo (nello specifico, è interessante notare come l'Italia abbia un ruolo proprio prevalente, nella rappresentazione degli Stati esteri, cosicché si è scelto di dividere il suo peso per 20, per far risaltare gli Stati esteri non nulli, come presenze, ma decisamente molto meno citati dell'Italia stessa; in minor misura, questo è vero anche per la Grecia, soprattutto per la sua Mitologia ed il Mondo antico, per questo motivo, anche qui, si è scelto di dividere il suo peso per 10),

deformate avendo come discriminante:

- una variabile della massa, data dal numero dei riscontri, come riportato nelle suddette figure;
- un'altra rappresentazione per "densità", mettendo in relazione i riscontri con la superficie delle singole regioni e/o dei vari Paesi, con risultati meno significativi (ad esempio, esaltando le regioni dell'Asia, enormi, ma citate pochissimo) e qui omesse.

utilizzando un applicativo Java: "ScapeToad" (http://scapetoad.choros.place/).

I colori utilizzati, in questa rappresentazione anamorfica, come in tutte le cinque successive, non sono i tradizionali quattro colori (con cui si è dimostrato possibile rappresentare i dati, di una carta geografica, senza confusione di colore, tra le regioni adiacenti), ma rappresentano l'errore di "dimensionamento" del cartogramma (cartogram size error), ovvero la deformazione, funzione della distribuzione dei dati utilizzati, che hanno subito le geometrie, rispetto alla loro forma originale, come mostrato dalla scala grafica (dove i numeri, corrispondenti ai colori, sono così la percentuale di contrazione o dilatazione delle regioni).

4. L'analisi statistica

L'analisi statistica dei dati della Tabella 8 è qui condotta dapprima separatamente per l'Inferno, il Purgatorio ed il Paradiso e successivamente per l'intera Commedia, perché l'indagine stessa è meglio guidata, proprio se indirizzata sulla base dei risultati precedenti (Cunietti, 1977). D'altra parte, mentre l'analisi, separata per cantiche, è la classica analisi di tabelle (piane), l'analisi, dell'intera Commedia, è un'analisi 3D (cioè spaziale) che, come tale, richiede maggiori precauzioni, nel modo di procedere.

In entrambi i casi, si è proceduto prima alla classica analisi di varianza (Togliatti, 1976), ovvero della dipendenza funzionale (mediante il calcolo degli indici di Pearson) e poi con lo studio della connessione, cioè di una sola dipendenza vaga e generica, soprattutto data la scarsissima significatività della prima (mediante gli indici di Bonferroni). Nello specifico, la lettura delle seguenti tabelle presenta nove regioni (cerchi, cornici e cieli, rispettivamente per l'Inferno, il Purgatorio ed il Paradiso, così come sono narrati nel testo dantesco) e sette classi di personaggi (divinità, regnati, nobili, religiosi, altri, studiosi e donne, uguali per tutte e tre le cantiche, così come sono stati raggruppati, dagli autori di questo lavoro, le molteplici "professioni" di tutti i personaggi presenti, dove il loro ordine è cercato con l'intento di mettere le loro presenze in modo quanto più allineato possibile).

A riguardo, si badi che l'analisi riguardante l'intera Commedia prende in considerazione una struttura a tre strati (Crispino et al., 2008), dove le "righe" e le "colonne" sono le righe e le colonne di ciascuno strato (piano ed orizzontale), mentre sono chiamate "pile" tutte le colonne verticali che attraversano le celle (sovrastanti o sottostanti, secondo del verso) dei tre strati. La lettura della Tabella 9 evidenzia la pressoché totale assenza di dipendenza funzionale, ovvero l'assenza di una legge matematica sul comportamento in media (risultate pressoché tutte uguali tra loro) delle variabili prescelte (ovvero i nove siti in cui sono stati raggruppati l'Inferno, il Purgatorio ed il Paradiso, ed i sette gruppi di persone presenti).

Per contro, la loro disposizione non è affatto casuale (ovvero indipendente da una relazione, per quanto vaga e generica, fra i siti individuati ed i gruppi di persone), ma ha valori compresi fra il 25% circa nell'Inferno e nel Purgatorio, ed il 40% circa nel Paradiso. Nell'immediato prosieguo, si riporta la Tabella 10 con gli indici di Bonferroni (con la relativa legenda) adattati per l'analisi della connessione a tre vie (comunque di lettura immediata, benché poco nota ed usata).

Inoltre per quanto assolutamente non significativa, da un punto di vista statistico, del resto, in perfetto accordo con l'inconsistenza dell'analisi di varianza (già messa in evidenza in Tabella 9), il segno delle rette di regressione (Figura 7) e del coefficiente di correlazione, oppure la loro quasi nullità danno una curiosa indicazione sulla prevalente distribuzione dei personaggi nei vari siti (cioè gironi, cornici e cieli) dell'Inferno, del Purgatorio e del Paradiso.

Infatti come già detto in precedenza, avendo raggruppato i personaggi in divinità, regnanti, nobili, religiosi, altri (uomini), studiosi e donne (qui indistinte perché pochissime) solo nel Purgatorio è uniforme la distribuzione nelle cornici. Invece nell'Inferno, la distribuzione per cerchi riscontra una relativa maggioranza di donne, studiosi ed uomini qualsiasi, nei primi cerchi, ed una certa maggioranza di divinità, regnati, nobili e religiosi, negli altri cerchi (più bassi). Al contrario, nel Paradiso,

la distribuzione per cieli riscontra una relativa maggioranza divinità, regnati, nobili e religiosi, nei primi cieli, ed una certa maggioranza di donne, studiosi ed uomini qualsiasi, negli altri cieli (più alti). Senza voler entrare in discussioni, fuori luogo, questi numeri stanno a conferma di un guelfo bianco (cacciato da Firenze), divenuto poi un ghibellino fuggiasco, che assolve/promuove donne, studiosi ed uomini qualsiasi (a minori pene nell'Inferno ed a maggiore gloria nel Paradiso), mentre condanna/sminuisce divinità, regnanti, nobili e religiosi (a maggiori pene nell'Inferno ed a minor gloria nel Paradiso). Un commento, forse irriverente, ma non troppo (data la grande libertà dantesca, nella scrittura della sua Commedia), riconosce in tutto ciò "l'essersi tolto sassolini dalle scarpe", contro quei potenti che sono stati causa delle sue traversie.

5. Una rete speciale di tipo "geodetico"

Una speciale rete (di tipo "geodetico") è costituita dal flusso di informazione fra un personaggio od un luogo ad un altro personaggio e/o un altro luogo, come si presentano nella Commedia, in relazione alle loro "regioni" (intendendo qui: regione amministrativa, se riferito all'Italia, continente, se riferito all'Europa, Italia esclusa, e regione geografica, se riferito al resto del mondo, compresi i luoghi immaginari) ed alle loro epoche e professioni, se si tratta di personaggi, nonché ad altre relazioni tematiche generali (Tabella 11), così come di seguito riassunte:

- 1117 dati estesi, costituiscono altrettanti parametri della rete speciale, incognite della sua compensazione e colone della relativa matrice disegno:
  - 1000 tra personaggi e luoghi;
  - 100 canti (da 1001 a 1100) della Commedia;
  - 5 regioni (da 1101 a 1105) in corrispondenza ai personaggi ed ai luoghi citati;
  - 4 epoche (da 1106 a 1109) in corrispondenza ai personaggi citati;
  - 3 Cantiche (da 1110 a 1112) ed 1 Commedia (1113);
  - 2 idee generali, ovvero l'Idea di Mondo (1114) e l'Idea di Storia (1115);
  - 2 idee propriamente dantesche, ovvero il Mondo di Dante (1116) e Dio (1117).

  Una precisazione, a riguardo: Dio è un concetto filosofico universale (anche nella sua negazione: atea), ma il Dio di Dante è essenzialmente il Dio cristiano, seppure mediato dall'interpretazione tomistica del pensiero di Aristotele, sul primo mobile (per questa ragione, è stato qui scelto come nodo vincolato che, come tale, ha nullo il cofattore della propria varianza).
- 3853 legami tra i dati estesi, costituiscono altrettante osservazioni della rete speciale, equazioni della sua compensazione e righe della relativa matrice disegno:
  - 999 "passi" di Dante (talvolta accompagnato prima da Virgilio e poi da Beatrice) che incontra personaggi e/o sente parlare i personaggi e luoghi;
  - 1000 per collegare ciascun personaggio o luogo al proprio canto (da 1000 a 1999);
  - 1000 per collegare ciascun personaggio o luogo alla propria "regione" (da 2000 a 2999);
  - 621 per collegare ciascun personaggio alla propria epoca, ove possibile (da 3000 a 3620);
  - 99 per collegare un canto al successivo (da 3621 a 3719);
  - 100 per collegare ciascun canto alla sua Cantica (da 3720 a 3819);
  - 34 per collegare opportunamente tra loro le cantiche, queste alla Commedia, le "regioni" all'Idea di Mondo, le epoche all'Idea di Storia (come dettagliatamente specificato nella Tabella 11), nonché queste tre sintesi al Mondo di Dante ed a Dio, a loro volta collegati fra loro (il tutto da 3820 a 3853).

Questa rete che, in Geodesia e Topografia, ha il suo equivalente in una rete di livellazione (ed in altre discipline una rete di differenze di potenziale o di flussi materiali od immateriali), se interamente connessa, ha un solo difetto di rango e, come tale, richiede un vincolo esterno su uno qualsiasi dei suoi nodi (tradizionalmente detti capisaldi, nelle reti di livellazione).

Forse questo è il punto più alto di ibridazione della Geomatica e di compromissione della Geomatica applicata, tramite una sua tecnica classica, cioè il trattamento delle osservazioni per la compensazione a minimi quadrati di reti geodetiche (Sansò, 1989), con altre e diverse discipline, cosicché questo modo di procedere si è voluto conglobare in un nuovo "capitolo" del SSD, detto di Applicazioni Geomatiche, proprio per evidenziare il contributo innovativo e le capacità di promozione, verso l'esterno che, nel caso specifico di questa applicazione è quello delle Scienze umane.

Infatti la conoscenza del nucleo centrale della Geodesia, Topografia Generale e Geomatica, e la presenza attiva nei campi della Geomatica Applicata mettono in atto prassi corrette e possono estendersi ai nuovissimi campi delle Applicazioni Geomatiche (del resto, queste applicano tecniche di rilevamento, trattamento e rappresentazione, proprio in altri ambiti cui sono generalmente estranei).

Le figure 8, 9, 10, 11 e 12 mostrano rispettivamente lo schema topologico/geodetico della compensazione eseguito, relativamente, all'Inferno, al Purgatorio, al Paradiso (in tutte le tre cantiche, con tutti i dati raccolti), all'intera Commedia (prendendo in considerazione le tre cantiche, con tutti i loro cento canti) e lo schema "apicale" della rete (canti e cantiche, da collegare a "regioni" ed epoche, e poi alle Idee di Mondo e Storia, nonché al Mondo di Dante ed a Dio). A questo punto, andando certamente un po' oltre i compiti di questa compensazione, si può comunque evidenziale, dal contesto, come "questi" Inferno, Purgatorio e Paradiso siano costruzioni religiose, in voga nel Medioevo e, solo in parte, prese dal modello delle Sacre Scritture. Nello stesso contesto, proprio il Purgatorio può essere inteso come una novità medioevale, vera propria, non già ripresa dal Mondo antico (di conseguenza, a fortiori, estranea alle Sacre Scritture, come le Storie di Maria, ecc.). Ancora la corrispondenza canti–cieli, ovvero la cosmologia del Paradiso va oltre la costruzione celeste di Aristotele e Tolomeo, mentre per completezza, si dà notizia che moderni studi di topologia hanno descritto il Paradiso in uno spazio 4D (curiosità geometrica di sicuro interesse, ma assolutamente estranea ai fini di questo lavoro).

Invece la lettura della figura 11 è immediata, se presa a sé stante, mentre richiede un po' d'immaginazione, se sovrapposta alle Figure 8, 9 e 10. Infatti le figure mostrano l'insieme dei personaggi e dei luoghi, come Dante li incontra nel suo viaggio (attraverso l'Inferno, il Purgatorio ed il Paradiso), mettendoli in relazione con i canti di ciascuna delle cantiche (di cui si compone la Commedia dantesca); allora i 100 canti (34 per

l'Inferno e 33 per il Purgatorio ed il Paradiso) sono ripetuti (ed una costruzione 3D avrebbe certamente evitato questa ripetizione, ma è evidente come non si possa allegare una costruzione 3D ad un lavoro scritto) e, a loro volta, collegati alle tre cantiche. La forma a spirale (della figura), qui come nelle precedenti Figure 8, 9 e 10, serve ad economizzare spazio, rispetto ad un'unica linea retta.

Anche la lettura della figura 12 è immediata, se presa a sé stante, mentre richiede un po' d'immaginazione, se sovrapposta alla precedente Figura 11 ed alle Figure 8, 9 e 10. Infatti rimandando al capoverso precedente, per la spiegazione delle quattro figure, tanto le cantiche (di cui ai numeri 1111, 1112 e 113), quanto le "regioni" (Italia, Europa, Nord Africa e Medio Oriente, resto del mondo e luoghi immaginari: di cui ai numeri 1101–1105) e le epoche (mitologia greco-romana mitologia ebraico-cristiana, mondo antico e medioevo: di cui ai numeri 1106–1109) sono ripetute ((ancora per esigenze grafiche) e collegate alla Commedia dantesca (1113), alle idee di Mondo (1114) e di Storia (1115), al mondo di Dante (1116) ed a "Dio" (1117), dove le virgolette precisano che questo Dio è quello di Dante. Pertanto le cinque figure sono un'unica costruzione 3D, quale è la rete speciale di tipo "geodetico" (di cui si presenta la "compensazione", mettendo in evidenza le propagazioni di varianza-covarianza, quali uniche operazioni possibili, in mancanza di dati e comunque di interesse specifico).

Allora andando oltre il dettaglio puntuale di carattere statistico-matematico e rivolgendosi invece, con preciso e specifico riferimento, alla compensazione della suddetta rete speciale di tipo "geodetico", le Figure 8, 9 e 10 mostrano le parti dello schema "interno" della rete speciale, relative all'Inferno, al Purgatorio ed al Paradiso, mentre le successive Figure 11 e 12 mostrano la parte della rete che riunisce le tre cantiche ed i loro canti nella Commedia, insieme alle varie "regioni" con l'Idea di Mondo ed alle varie epoche con l'Idea di Storia, a loro volta, tutti collegati con il Mondo di Dante e quel Dio cristiano (proprio della cultura del suo tempo); qui le rappresentazioni degli schemi servono solo a mostrare la topologia della rete speciale, perché nessuna geometria è presa in considerazione (per quanto altresì già autorevolmente studiata da altri, come già detto in precedenza).

Le righe di una tabella (o di una matrice disegno) corrispondono ai lati di un grafo, alle equazioni di un sistema ed alle osservazioni di una rete, seppure non date, in questo caso specifico, come il loro modello stocastico, in particolare, con tutti i pesi delle osservazioni (indipendenti tra loro), di conseguenza, assunti tutti pari ad uno; le colonne della stessa tabella corrispondono ai nodi di un grafo, alle incognite di un sistema ed ai parametri di una rete, seppure da non stimare. I gradi di libertà sono la differenza fra il numero delle righe ed il numero delle colonne, aumentata di uno, per effetto del vincolo imposto.

Prima di entrare nel merito del trattamento dei dati, propriamente detto, è importante constatare il rapporto oltre tre ad uno tra il numero di righe ed il numero di colonne, cosicché i gradi di libertà sono oltre due volte e mezzo il numero di colonne (questo fatto garantisce, in sé, il buon condizionamento del sistema da risolvere e l'alta affidabilità dello schema di misura, e deriva, di fatto, dalla notevole abbondanza di informazioni date e di relazioni che le collegano). A riguardo, le relazioni 1065–1111 (ovvero il canto 31 del Purgatorio con il Purgatorio stesso) e 1081–1112 e 1091–1112 (ovvero i canti 14 e 24 del Paradiso con il Paradiso stesso) potrebbero essere cancellate, perché nessun personaggio, né luogo è menzionato in quei canti, ma è stata invece mantenuta per l'effettiva sequenzialità della Commedia.
Il trattamento specifico dei dati, raccolti in tabella e disposti nella matrice disegno, procede con la formazione della matrice normale ed il calcolo della matrice inversa e dei cofattori dei residui delle osservazioni. Gli elementi diagonali della matrice inversa darebbero le varianze dei parametri, se moltiplicati per la varianza dell'unità di peso (cioè per il quadrato di sigma zero), ed estratta la loro radice quadrata, gli scarti quadratici medi (sqm) dei parametri. Invece i cofattori dei residui delle osservazioni, moltiplicati per i corrispondenti pesi delle osservazioni (in questo caso specifico, la moltiplicazione è ovviamente inutile, essendo tutti i pesi pari ad uno), forniscono le ridondanze locali delle osservazioni stesse.

Il secondo risultato è definitivo e dà chiare indicazioni sull'affidabilità dello schema di misura, mentre il primo risultato è "orfano" del quadrato di sigma zero, mancando il problema dei valori delle osservazioni. Allora è necessario ricorrere alla standardizzazione degli scarti quadratici medi, per ottenere numeri compresi fra zero ed uno (Ricci, 1975). Pertanto come numeri compresi fra zero ed uno indicano osservazioni via, via più affidabili, così altri numeri, compresi fra uno e zero (a rovescio), indicano parametri via, via sempre più precisi, dove la precisione conferma anche il buon condizionamento del sistema da risolvere (mostrato anche da un numero di condizione prossimo ad uno).

La semplice lettura delle statistiche riassuntive (dell'analisi del flusso di informazioni nella Commedia) mostra come i dati: (personaggi e luoghi della Commedia, classificati e raggruppati, in base alle loro epoche (solo se possibile) e "regioni" (come già detto in precedenza), nonché disposti nei canti (talvolta solo nei siti: gironi, cornici e cieli) delle loro cantiche, non sia affatto un'accozzaglia di citazioni, fatte con gli intenti più vari, ma contiene un ben ragionato e valutato elenco di personaggi e luoghi che, secondo il percorso e gli intenti di Dante, parte dalla Gerusalemme terrestre ed arriva fino all'empireo di Dio.

La Tabella 12 riassume i risultati ottenuti, in termini di sqm standardizzati dei parametri e ridondanze locali delle osservazioni.

6. Conclusione

Brevi note conclusive ribadiscono come tutto il lavoro non aggiunga alcunché al testo della Commedia, ma mostri l'ampiezza ed il peso dello spazio geografico della Commedia e di Dante, segnali certe evidenze statistiche, come di dipendenze tra variabili doppie, presenti nel testo della Commedia, e numericamente il suo grande rigore, in termini di precisione ed affidabilità.

Invece da un punto di vista geomatico, questo lavoro prova ulteriormente grandi possibilità offerte dalle Applicazioni Geomatiche che, muovendosi anche in spazi tradizionalmente lontani, vanno molto oltre i vari campi tradizionali della Geomatica Applicata, dimostrando tutta la modernità e la "vivacità" proprio della Geomatica: una tecnica modernissima con un'antichissima nobile origine, nella geodesia che, insieme alla geometria ed all'astronomia, dà avvio alla scienza antica ed anticipa la nascita della filosofia classica.

Il calcolo statistico non aggiunge informazioni al testo della Commedia, ma quantifica numericamente quanto appena detto, con valori di precisione dei parametri (ovvero con gli scarti

quadratici medi standardizzati di tutti i dati) dell'ordine di poche decine di millesimi e con valori di affidabilità delle osservazioni (ovvero con le ridondanze locali dei collegamenti fra un personaggio e un luogo con un altro personaggio e/o un altro luogo, nonché con tutte le sopraccitate informazioni accessorie relative alla struttura propria della Commedia, come pure alle "regioni" ed alle epoche, se possibile) sempre superiori a 50%. Infatti sqm standardizzati ben prossimi a zero e ridondanze locali superiori a 50% dimostrano un'eccellente precisione ed ottima affidabilità.

In questo caso, indispensabile, preziosissimo e fondamentale è il contributo dell'architetto e grafico (uno degli autori di questo lavoro) che ha prodotto le mappe anamorfiche e le altre immagini, poste a corredo delle elaborazioni statistiche e numeriche del presente lavoro. Senza piccoli, ma assai utili, contributi, anche le grandi idee (se pur queste sono grandi davvero) non valgono nulla. L'intera analisi non ha pretese di analizzare la Commedia, ma segnala semplicemente, da un punto di vista numerico, il rigore della costruzione dantesca. Per contro, da un punto di vista geomatico, il lavoro offre un ulteriore esempio delle possibilità offerte dalle Applicazioni geomatiche che attualmente riescono a muoversi in ambiti tradizionalmente lontani dalla Geomatica e dalla Geomatica Applicata, quali quelli delle Scienze umane.

In più, questo lavoro è svolto con la preziosa collaborazione degli studenti del triennio di una Scuola superiore che, grazie al loro docente di Italiano (uno degli autori di questo lavoro: a riguardo, gran merito è da attribuire a questo docente che ha ben coordinato tutto il lavoro dei suddetti studenti), hanno letto la Commedia e raccolto tutte le informazioni presentate ed elaborate; in questo contesto, è proprio necessario segnalare/ribadire qui le condizioni per un incontro fruttifero tra persone diverse (ovviamente necessario anche in ambiti più limitati, dove purtroppo sorgono spesso contrasti, incomprensioni e litigi): saper ben operare su un piano di parità, con spirito di tolleranza e nel reciproco rispetto (perché nessuno è necessario e tutti, solo così, sono davvero utilissimi).

Questo approccio è particolarmente interessante, perché intende offrire, proprio senza alcun atteggiamento di superiorità, il punto di vista dei geomatici, con le loro tecniche di misura, i loro modelli matematici ed i loro metodi di calcolo e di analisi, ad altre discipline, prendendo in considerazione altri dati, diversi da tutti quelli tradizionalmente affrontati dalle discipline del rilevamento (con volontà di confronto, con spirito di servizio e con voglia di imparare cose nuove). Così il punto d'incontro auspicato è, da un lato, allargare i confini delle Applicazioni Geomatiche, in questa direzione (come in altre verso le quali, si spera, si rivolga presto l'interesse di altri gruppi della comunità dei geomatici), ma da altro canto, trovare interlocutori interdisciplinari e multidisciplinari che propongano esempi, di sicuro interesse, valutino criticamente le metodologie impiegate ed i risultati ottenuti, e tengano aperto un dialogo costruttivo che faccia crescere criticamente e migliorare tutte/entrambe le comunità d'incontro.

Del resto, altre informazioni/relazioni (quali lessicali, sintattiche, semantiche e stilistiche, estranee agli scopi di questo lavoro) non potrebbero che migliorare ulteriormente i risultati (a tal proposito, giova ricordare che, benché il team degli autori sia composto da un geomatico (anche con funzioni di coordinatore della ricerca), un letterato ed un designer, questa è essenzialmente una ricerca di Geomatica ed è presentata come un'Applicazione Geomatica nell'ambito delle Scienze umane).

D'Altra parte, alcune considerazioni conclusive sottolineano i limiti di questo lavoro. Infatti mentre è riportata la successione dei personaggi e dei luoghi, come la loro ripartizione in canti ed in cantiche, nonché i loro riferimenti alla storia ed alla geografia, nulla è detto per quanto riguarda connessioni tematiche e/o lessicali, oppure semantiche e/o sintattiche (a riguardo, sarebbe facile citare tre volte le "stelle", come parola finale di tutte e tre le cantiche, ma poi … meglio avere coscienza dei limiti propri e di questa ricerca: altri potranno continuare meglio e con maggiore competenza/conoscenza dantesca).

> "O frati," dissi, "che per cento milia
> perigli siete giunti a l'occidente,
> a questa tanto picciola vigilia
> d'i nostri sensi ch'è del rimanente
> non vogliate negar l'esperïenza,
> di retro al sol, del mondo sanza gente.
> **Considerate la vostra semenza:**
> **fatti non foste a viver come bruti,**
> **ma per seguir virtute e canoscenza".**
> Li miei compagni fec'io sì aguti,
> con questa orazion picciola, al cammino,
> che a pena poscia li avrei ritenuti;
> (Dante Alighieri, Commedia – Inferno,
> canto XXVI, versi 112-123).

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

Alighieri D. (1993): La Divina Commedia (a cura di Tommaso Di Salvo). Zanichelli, Bologna.

Bellone T., Mussio L., Porporato C. (2014): Il trattamento delle osservazioni di Il Decamoron di Giovanni Boccaccio – nel 700 della sua nascita. Newton's Bulletin, Il Prof. Sansò e lo sviluppo della geodesia in Italia, Milano, p. VI/1-100.

Crispino et al. (2008): Pavimentazioni rigide aeroportuali – La ricostruzione di superfici con linee di discontinuità. Strade & Autostrade, n. 72, anno XII, n. 6, 2008.

Cunietti M. (1977): Le misure e il loro trattamento. CLUP, Milano.

Ricci F. (1975): Statistica ed elaborazione statistica delle informazioni. Zanichelli, Bologna.

Sansò F. (1989): Il trattamento statistico dei dati. CLUP, Milano.

Togliatti G. (1976): Fondamenti di statistica. Hoepli, Milano.

Treccani – il portale del sapere (enciclopedia: Treccani online)

Sitografia

http://scapetoad.choros.place/
http://thematicmapping.org/downloads/world_borders.php
https://www.istat.it/it/archivio/104317.
https://www.treccani.it/

INFERNO

Nome e cognome	Nascita	Morte	Luogo	Professione
I canto				
Anchise			Grecia	Padre di Enea
Camilla			Italia	Regina dei Volsci
Eurialo			Grecia	Guerriero troiano
Iulio (Giulio Cesare)	13/07/100 a.C (Roma)	15/03/44 a.C (Roma)	Italia	Politico romano
leone			inferno	fiera
lonza			inferno	fiera
lupa			inferno	fiera
Niso			Grecia	Guerriero troiano
Ottaviano Augusto	23/09/63 a.C (Roma)	19/08/14 d.C (Roma)	Italia	Politico romano
Publio Virgilio Marone	70 a.C. (Pietole)	19 a.C. (Brindisi)	Italia	Poeta latino
San Pietro	1 d.C.		Italia	Apostolo e primo Papa
Turno			Italia	Re dei Rutuli
II canto … XXXIII canto				
…	**…**	**…**	**…**	**…**
XXXIV canto				
Belzebù				Demonio (Lucifero)
Gaio Cassio Longino	87/86 a.C. (Roma)	42 a.C. (Roma)	Italia	Politico romano

Tabella 1. Personaggi dell'Inferno.

PURGATORIO

Nome e cognome	Nascita	Morte	Luogo	Professione
I canto				
Calliope	-	-	Grecia	Musa della poesia epica
Piche	-	-	Grecia	Figlie del re di Tessaglia Pierio
Catone	95 a.C. (Roma)	46 a.C. (Roma)	Italia	Politico e censore romano
Alighieri Dante	1265 (Firenze)	1321 (Ravenna)	Italia	Scrittore italiano
Marone Publio Virgilio	70 a.C. (Andes, oggi Pietole)	19 a.C. (Brindisi)	Italia	Poeta latino
Marzia	Seconda metà del I sec a.C.	Seconda metà del I sec a.C.	Italia	Seconda moglie di Catone il censore
II canto … XXXII canto				
…	**…**	**…**	**…**	**…**
XXXIII canto				
Temi	-	-	Grecia	Divinità pagana
Sfinge	-	-	Grecia	Mostro tebano
Naiade/Laiade	-	-	Grecia	Figlio di Laio, re di Tebe

Tabella 2. Personaggi del Purgatorio.

PARADISO

Nome e cognome	Nascita	Morte	Luogo	Professione
I canto				
Apollo			Grecia	Dio della poesia e delle arti
Beatrice (Bice Portinari)	1266 (Firenze)	1290 (Firenze)	Italia	Donna amata da Dante
Glauco			Grecia	Pescatore della Beozia che si trasforma in un dio marino
Marsia			Grecia	Satiro che sfida Apollo e muore scorticato
II canto … XXXII canto				
…	…	…	…	…
XXXIII canto				
Sibilla Cumana			Cuma, Campania, Italia	Profetessa di Apollo
Nettuno			Grecia	Dio del mare

Tabella 3. Personaggi del Paradiso.

INFERNO

Luogo citato	Luogo odierno
I canto	
Italia	Italia
Roma	Roma, Lazio, Italia
Troia	Hissarlik, Turchia
II canto … XXXIII canto	
…	…
XXXIV canto	
Nilo	Fiume Nilo, Egitto

Tabella 4. Luoghi dell'Inferno.

PURGATORIO

Luogo citato	**Luogo odierno**
I canto	
Cirra	Colle Cirra, Grecia (mitologico)
Parnaso	Monte Parnaso, Grecia (mitologico)
II canto … XXXII canto	
…	**…**
XXXIII canto	
//	

Tabella 5. Luoghi del Purgatorio.

PARADISO

Luogo citato	**Luogo odierno**
I canto	
Utica	Utica, Tunisia
II canto … XXXII canto	
…	**…**
XXXIII canto	
Eufrates	Eufrate, fiume dell'Asia occidentale (Iraq)
Tigri	Tigri, fiume dell'Asia occidentale (Iraq)

Tabella 6. Luoghi del Paradiso.

Inferno	**Purgatorio**	**Paradiso**	
Abruzzo: 1	Campania: 7	Calabria: 2	**Regioni italiane**
Campania: 1	Emilia: 26	Campania: 2	
Emilia: 27	Lazio: 28	Emilia Romagna: 5	
Lazio: 67	Liguria: 5	Lazio: 51	
Liguria: 1	Lombardia: 6	Liguria: 1	
Lombardia: 7	Marche: 3	Lombardia: 1	
Marche: 5	Piemonte: 4	Marche: 4	
Piemonte: 4	Puglia: 2	Piemonte: 1	
Puglia: 1	Sardegna: 3	Puglia: 1	
Sardegna: 4	Sicilia: 6	Sicilia: 5	
Sicilia: 7	Toscana: 46	Toscana: 30	
Toscana: 78	Trentino: 1	Umbria: 13	
Trentino: 2	Umbria: 3	Val d'Aosta: 1	
Veneto: 10	Veneto: 7	Veneto: 14	
Italia 215	**Italia 147**	**Italia 129**	
Arabia: 2	Belgio: 2	Albania: 1	**Altre nazioni**
Austria: 2	Egitto: 1	Algeria: 1	
Belgio: 1	Etiopia: 1	Belgio: 1	
Cipro: 2	Francia: 21	Cipro: 3	
Croazia: 2	Germania: 7	Croazia: 2	
Egitto: 5	Grecia: 76	Egitto: 7	
Etiopia: 1	India: 2	Francia: 26	
Francia: 12	Regno Unito: 1	Germania: 6	
Germania: 1	Iraq: 6	Grecia: 47	
Grecia: 93	Israele: 1	India: 2	
India: 1	Libano: 1	Regno Unito: 3	
Regno Unito: 3	Marocco: 1	Iraq: 2	
Iraq: 2	Palestina: 22	Israele: 3	
Israele: 2	Iran: 6	Lussemburgo: 1	
Libia: 1	Repubblica Ceca: 1	Mauritania: 1	
Macedonia: 1	San Marino: 1	Norvegia: 2	
Marocco: 3	Siria: 2	Palestina: 29	
Mauritania: 1	Spagna: 6	Portogallo: 4	
Palestina: 15	Tunisia: 1	Repubblica Ceca: 1	
Iran: 1	Turchia: 3	Russia: 1	
Russia: 1		Serbia: 1	
Spagna: 5	Paradiso terrestre: 1	Siria: 1	
Tunisia: 3		Spagna: 13	
Turchia: 1		Tunisia: 4	
Ungheria: 1		Turchia: 1	
		Ungheria: 2	
Inferno 18			

Tabella 7. Sintesi dei luoghi e dei luoghi dei personaggi della Commedia.

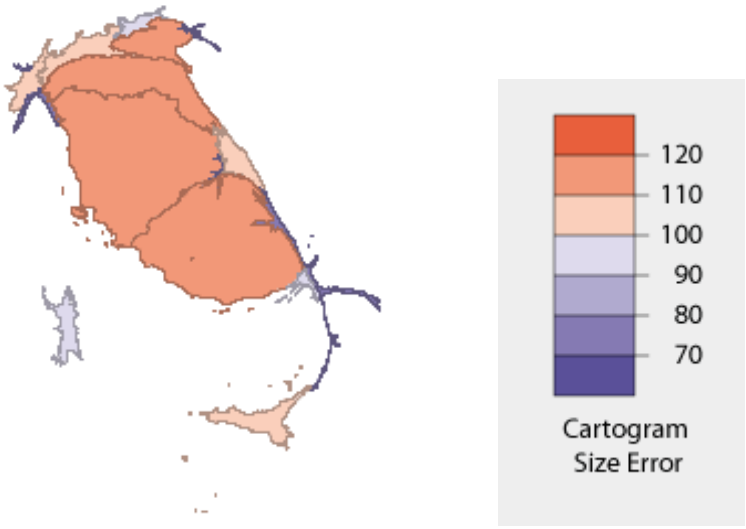


Figura 1. Mappe anamorfiche delle regioni italiane per l'Inferno.



Figura 2. Mappe anamorfiche delle regioni italiane per il Purgatorio.

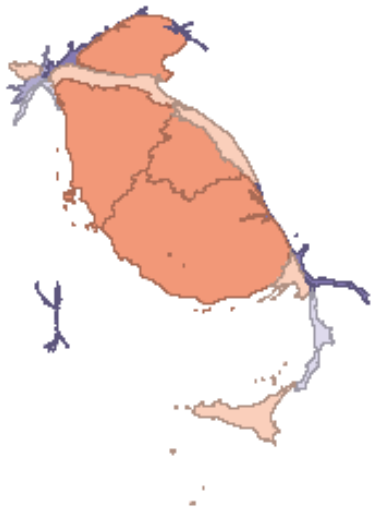


Figura 3. Mappe anamorfiche delle regioni italiane per il Paradiso.

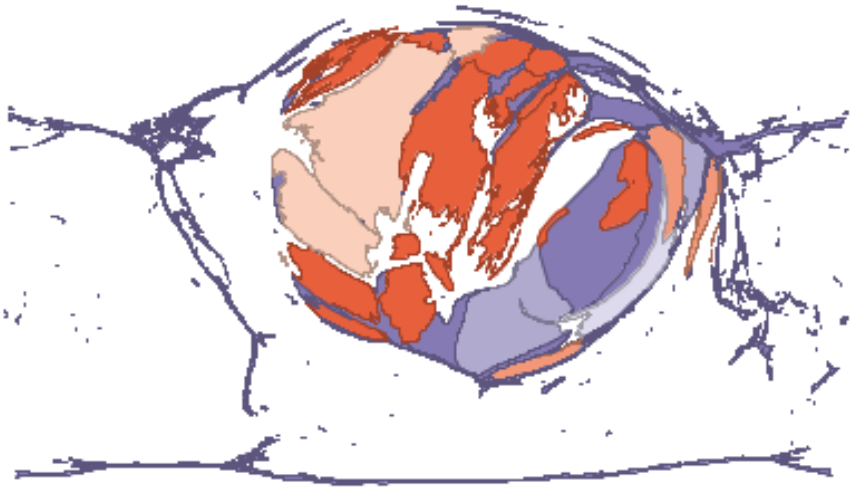


Figura 4. Mappa anamorfica degli altri Stati per l'Inferno.

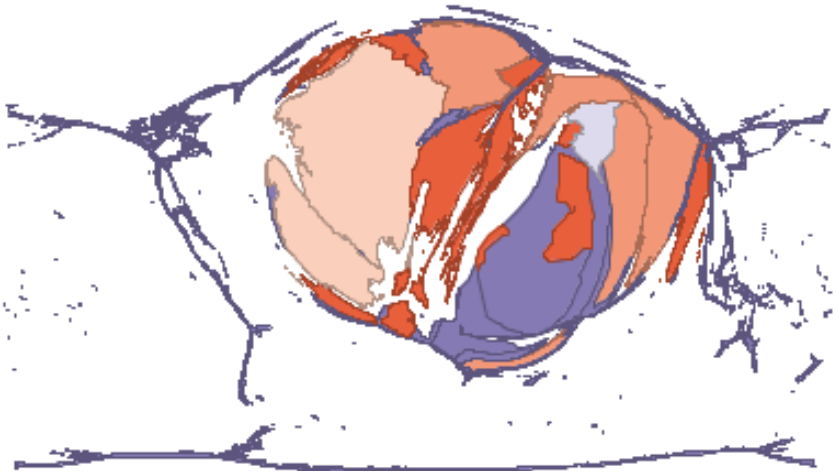


Figura 5. Mappa anamorfica degli altri Stati per il Purgatorio.

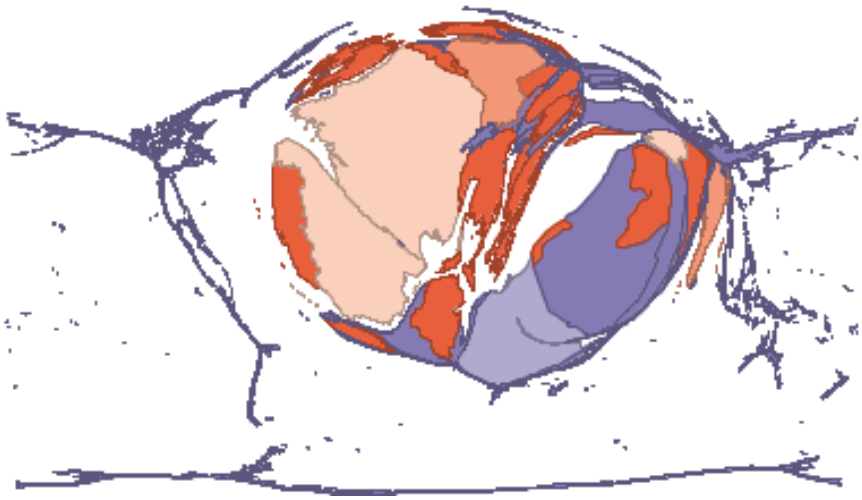


Figura 6. Mappa anamorfica degli altri Stati per il Paradiso.

COMMEDIA

Inferno	**Divinità**	**Regnanti**	**Nobili**	**Religiosi**	**Altri**	**Studiosi**	**Donne**	**Totali**
1° cerchio: 1/4	4	8	3	5	6	25	11	62
2° cerchio: 5	1	2	5	0	0	0	5	13
3° cerchio: 6	2	0	1	0	4	1	0	8
4° cerchio: 7	2	0	0	0	0	0	0	2
5° cerchio: 8-9	6	0	1	1	1	0	0	9
6° cerchio: 10-11	0	1	0	3	1	2	0	7
7° cerchio: 12/17	9	8	4	1	11	4	4	41
8° cerchio: 18/31	23	4	8	16	27	13	10	101
9° cerchio: 32/34	5	0	7	2	5	1	0	20
Totali	**52**	**23**	**29**	**28**	**55**	**46**	**30**	**263**
Purgatorio:	**Divinità**	**Regnanti**	**Nobili**	**Religiosi**	**Altri**	**Studiosi**	**Donne**	**Totali**
Antipurgatorio: 1/9	11	16	7	0	7	8	13	62
1ª cornice: 10/12	2	7	1	1	4	6	4	25
2ª cornice: 13/15	1	1	4	1	10	0	2	19
3ª cornice: 16	0	0	1	0	3	0	1	5
4ª cornice: 17/19	1	3	2	2	2	0	4	14
5ª cornice: 20-21-22	5	7	2	8	2	10	7	41
6ª cornice: 23/25	5	1	0	3	4	1	3	17
7ª cornice: 26-27	2	0	0	0	1	2	3	8
Paradiso terrestre: 28/33	7	2	0	2	0	4	0	15
Totali	**34**	**37**	**17**	**17**	**33**	**31**	**37**	**206**
Paradiso:	**Divinità**	**Regnanti**	**Nobili**	**Religiosi**	**Altri**	**Studiosi**	**Donne**	**Totali**
1° cielo: 1/5	9	1	2	7	4	1	4	28
2° cielo: 6-7	1	7	3	1	10	1	5	28
3° cielo: 8-9	5	5	0	4	0	1	3	18
4° cielo: 10/14	3	0	0	21	0	9	1	34
5° cielo: 15/18	2	3	10	4	7	3	3	32
6° cielo: 19-20	1	17	0	0	0	0	0	18
7° cielo: 21-22	2	0	0	3	0	0	1	6
8° cielo: 23/27	1	0	1	11	0	0	2	15
9° cielo: 28/33	3	0	0	7	0	1	7	18
Totali	**27**	**33**	**16**	**58**	**21**	**16**	**26**	**197**
Totali generali	**113**	**93**	**62**	**103**	**109**	**93**	**93**	**666**

Tabella 8. Sintesi dei personaggi della Commedia.

ANOVA A DUE VIE

0.116

0.140 **0.133**

Indici di Pearson per l'Inferno

(Legenda: per righe per colonne misto)

0.044

0.113 **0.086**

Indici di Pearson per il Purgatorio

(Legenda: per righe per colonne misto)

0.213

0.122 **0.155**

Indici di Pearson per il Paradiso

(Legenda: per righe per colonne misto)

ANALISI DELLA CONNESSIONE A DUE VIE

0.267

0.265 **0.266**

Indici di Bonferroni per l'Inferno

(Legenda: per colonne
per righe misto)

0.269

0.262 **0.265**

Indici di Bonferroni per il Purgatorio

(Legenda: per colonne
per righe misto)

0.419

0.415 **0.417**

Indici di Bonferroni per il Paradiso

(Legenda: per colonne
per righe misto)

ANALISI DELLA CONNESSIONE A TRE VIE

0.377

0.360

0.366

0.406

Indici di Bonferroni per la Commedia

(Legenda: misto
per righe
per colonne
per pile)

Tabella 9. Analisi statistica della Tabella 8.

RETTE DI REGRESSIONE ED ANALISI DELLA CORRELAZIONE

-0.136 **4.790** **-0.203** **0.041**

Coefficiente angolare, intercetta, coefficiente di correlazione e suo quadrato per l'Inferno

-0.015 **4.124** **-0.019** **0.0004**

Coefficiente angolare, intercetta, coefficiente di correlazione e suo quadrato per il Purgatorio

0.072 **3.523** **0.100** **0.010**

Coefficiente angolare, intercetta, coefficiente di correlazione e suo quadrato per il Paradiso

Tabella 10. Ulteriore analisi statistica della Tabella 8.

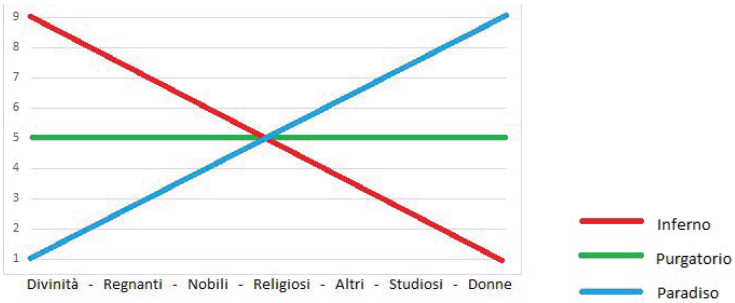


Figura 7. Rette di regressione.
(le cui pendenze sono ovviamente arbitrarie non essendo numeri i nomi dei personaggi)

FUSSO DI INFORMAZIONI NELLA COMMEDIA

Legenda:

A numero progressivo del personaggio o del luogo (da 1 a 1000)
B numero antecedente nel flusso di informazioni (come il punto indietro di una livellazione)
C numero conseguente nel flusso di informazioni (come il punto avanti di una livellazione)
D numero dei 100 canti (da 1001 a 1100)
E numero delle regioni (collegati ad A):
1101 Italia
1102 Europa (Italia esclusa)
1103 Nord Africa e Medio Oriente
1104 Resto del mondo
1105 Luoghi immaginari
F numero delle epoche (collegate ad A, se A personaggio, con 621 collegamenti su 1000 dati originari):
1106 Mitologia greco–romana
1107 Mitologia ebraico–cristiana
1108 Mondo antico
1109 Medioevo

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1			1001	1105	1107	501	500	501	1044	1103	1108
2	1	2	1001	1105	1107	502	501	502	1044	1101	1108
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
500	499	500	1044	1102	1108	1000	999	1000	1100	1105	1106

Note: dopo 3620 righe di cui 999 passando da un personaggio o luogo ad un altro personaggio e/o luogo
1000 per collegare ciascun personaggio o luogo al proprio canto
1000 per collegare ciascun personaggio o luogo alla propria "regione"
621 per collegare ciascun personaggio alla propria epoca (ove possibile)

altre 99 righe collegano un canto al successivo: da 1001 – 1002 a 1099 – 1100

100 righe collegano i canti alle loro cantiche: Inferno (1110), Purgatorio (1111) e Paradiso (1112)
da 1001 (canto I) – 1110 a 1034 (canto XXXIV) – 1110
da 1035 (canto I) – 1111 a 1067 (canto XXXIII) – 1111
da 1068 (canto I) – 1112 a 1100 (canto XXXIII) – 1112

2 righe collegano una cantica alla successiva: 1110 – 1111 e 1111 – 1112

5 righe registrano connessioni geografiche:
Italia (1101) – Europa (1102)
Italia (1101) – Nord Africa e Medio Oriente (1103)
Europa (1102) – Nord Africa e Medio Oriente (1103)
Europa (1102) – Resto del Mondo (1104)
Nord Africa e Medio Oriente (1103) – Resto del Mondo (1104)

2 righe collegano luoghi immaginari e mitologie:
Luoghi immaginari (1105) – Mitologia greco/romana (1106)
Luoghi immaginari (1105) – Mitologia ebraico/cristiana (1107)

6 righe registrano continuità storiche:
Mitologia greco/romana (1106) – Mitologia ebraico/cristiana (1107)
Mitologia greco/romana (1106) – Mondo antico (1108)
Mitologia greco/romana (1106) – Medioevo (1109)
Mitologia ebraico/cristiana (1107) – Mondo antico (1108)
Mitologia ebraico/cristiana (1107) – Medioevo (1109)
Mondo antico (1108) – Medioevo (1109)

3 righe collegano le tre cantiche (1110, 1111 e 1112) alla Commedia (1113)
5 righe collegano le "regioni" (1101, 1102, 1103, 1104 e 1105) all'Idea di Mondo (1114)
4 righe collegano le epoche (1106, 11107, 1108 e 1109) all'Idea di Storia (1115)

3 righe collegano la Commedia e le Idee di Mondo e Storia (1113, 1114 e 1115) all'epoca di Dante (1116)
3 righe collegano la Commedia, l'Idea di Mondo e l'Idea di Storia (1113, 1114 e 1115) a Dio (1117)

1 riga collega l'epoca di Dante (1116) a Dio (1117, assunto come nodo vincolato)

ovvero come già detto in precedenza, un totale di 3853 righe (cui corrispondono 1117 colonne, 1 vincolo e 2737 gradi di libertà)

Tabella 11 – Flusso di informazioni nella Commedia

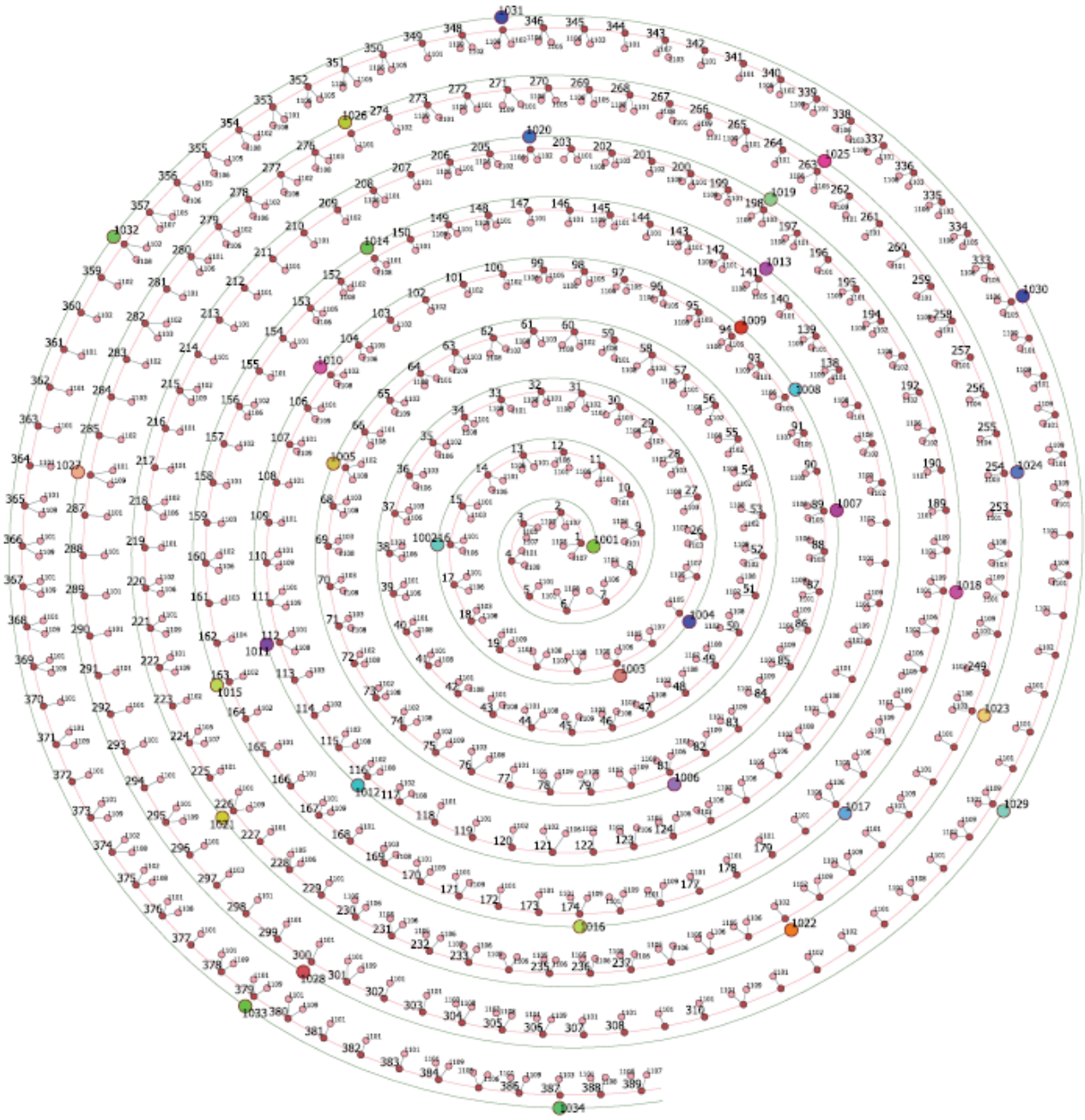


Figura 8. Schema della rete speciale relativo all'Inferno.

Inferno: cerchi e canti
1° cerchio: 1-2-3-4
2° cerchio: 5
3° cerchio: 6
4° cerchio: 7
5° cerchio: 8-9
6° cerchio: 10-11
7° cerchio: 12-13-14-15-16-17
8° cerchio: 18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31
9° cerchio: 32 -33-34

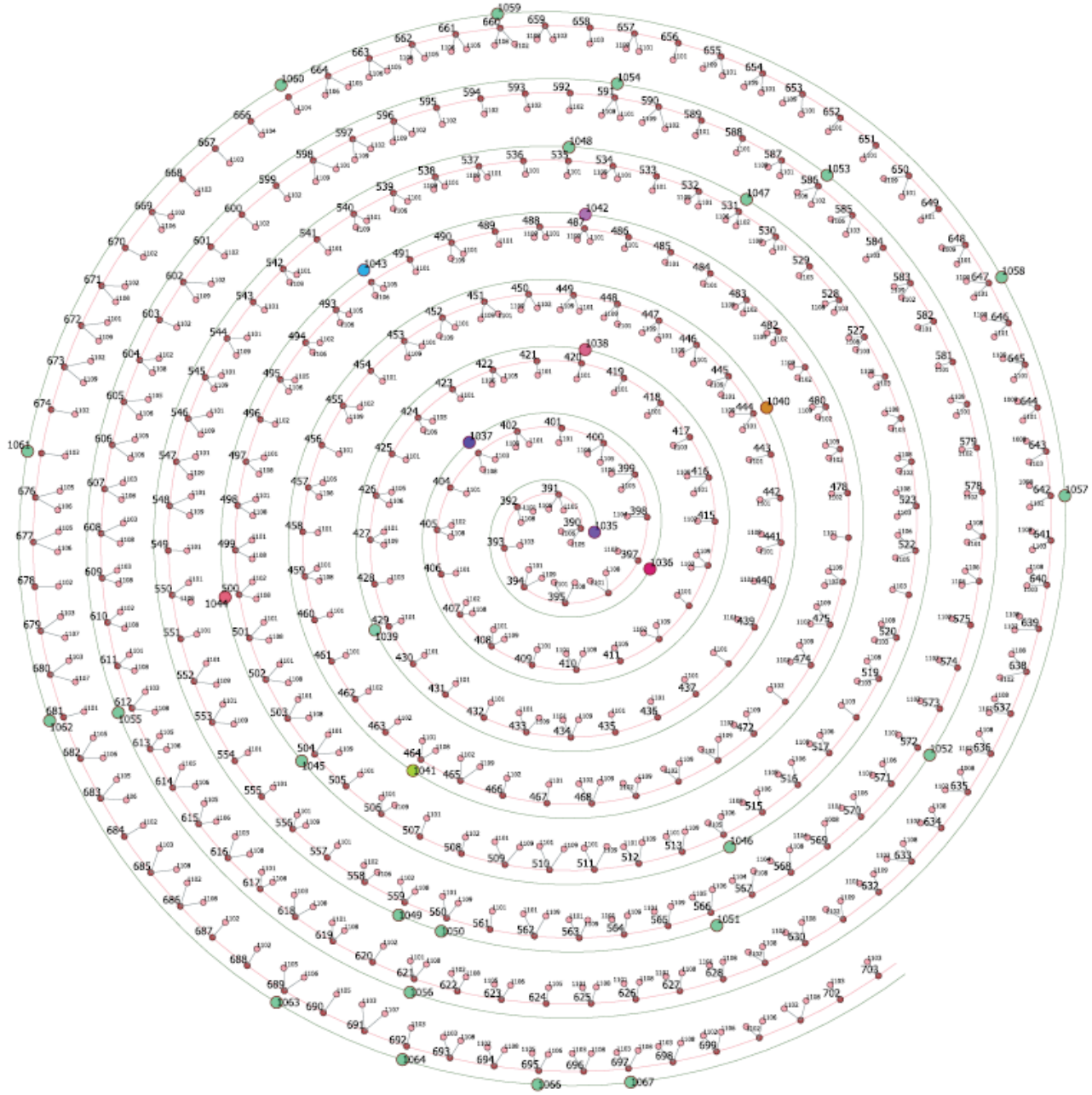


Figura 9. Schema della rete speciale relativo al Purgatorio.

Purgatorio: cornici (compreso l'Antipurgatorio) e canti
Antipurgatorio: 1-2-3-4-5-6-7-8-9
1ª cornice: 10-11-12
2ª cornice: 13-14-15
3ª cornice: 16
4ª cornice: 17-18-19
5ª cornice: 20-21-22
6ª cornice: 23-24-25
7ª cornice: 26-27
Paradiso terrestre: 28-29-30-31-32-33



Figura 10. Schema della rete speciale relativo al Paradiso.

Paradiso: cieli e canti
1° cielo: 1-2-3-4-5
2° cielo: 6-7
3° cielo: 8-9
4° cielo: 10-11-12-13-14
5° cielo: 15-16-17-18
6° cielo: 19-20
7° cielo: 21-22
8° cielo: 23-24-25-26-27
9° cielo: 28-29-30-31-32-33

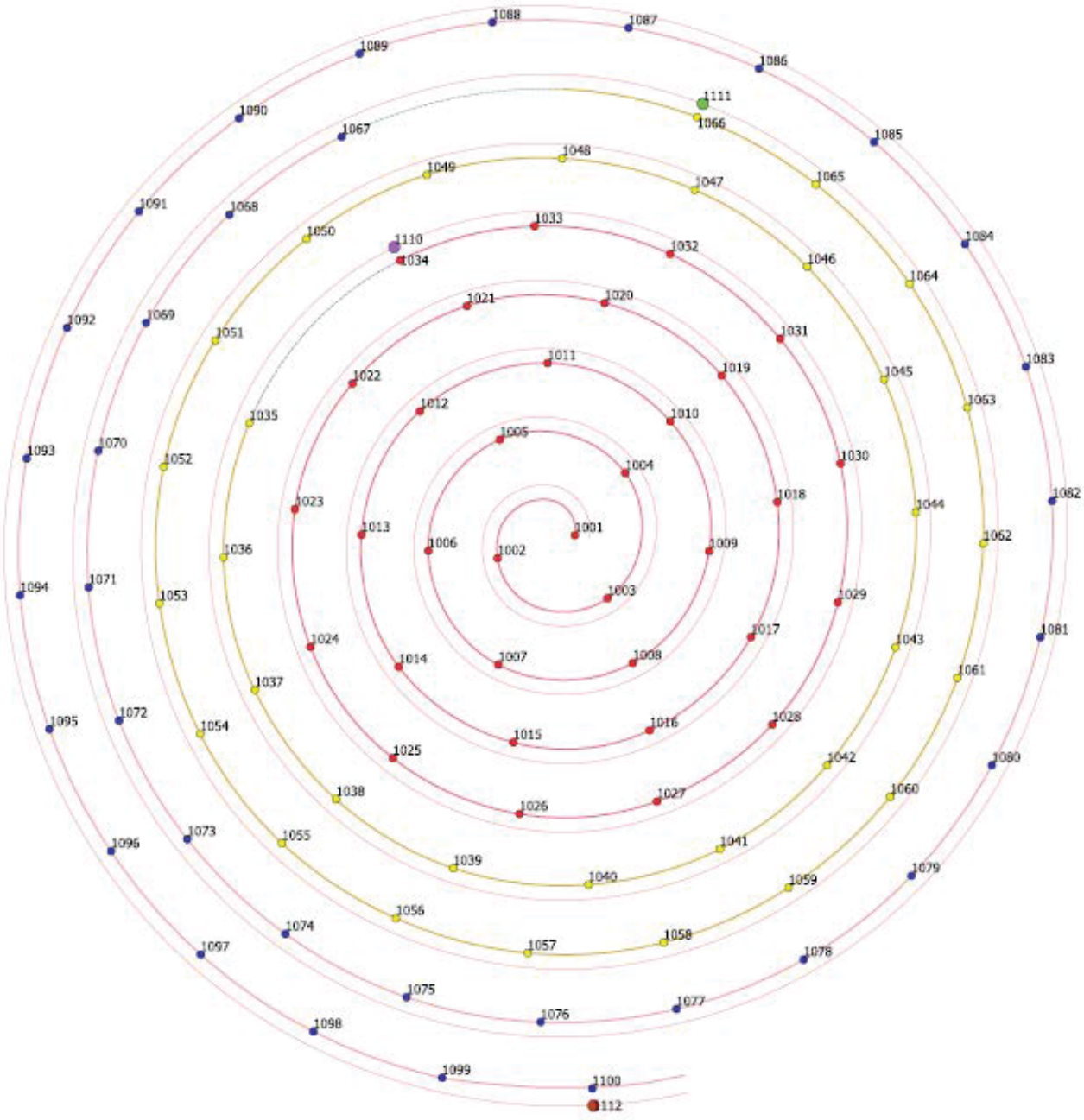


Figura 11. Schema “apicale” della rete (canti e cantiche,
da collegare a “regioni” ed epoche,
e poi alle Idee di Mondo e Storia,
nonché al Mondo di Dante ed a Dio.

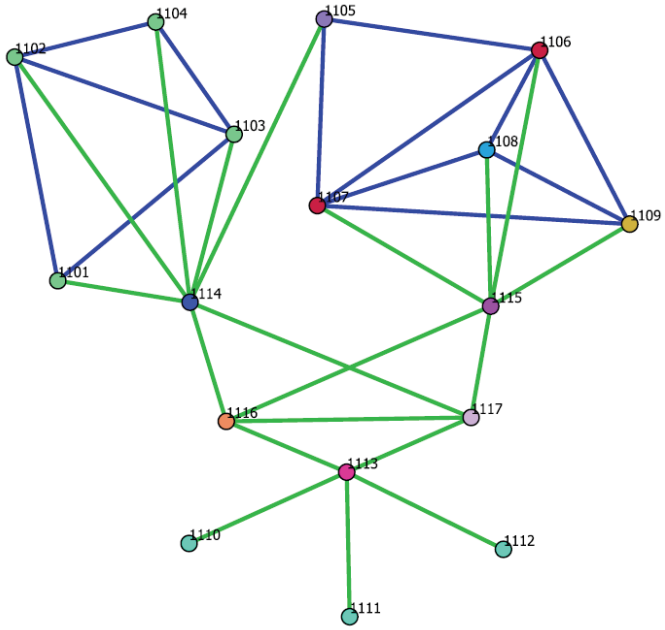


Figura 12. Schema "apicale" della rete: "regioni", epoche (con i loro collegamenti in azzurro), Idee di Mondo e di Storia, Mondo di Dante e Dio (con tutti gli altri collegamenti in verde)

ANALISI DEL FLUSSO DI INFORMAZIONI NELLA COMMEDIA

Legenda:

A numero progressivo
B scarto quadratico medio (sqm)
C scarto quadratico medio standardizzato
D numero antecedente nel flusso di informazioni
E numero conseguente nel flusso di informazioni
F ridondanza locale

A	B	C	D	E	F	A	D	E	F	A	D	E	F
1	0.795	0.031	1	2	0.626	1285	1027	286	0.730	2569	1101	570	0.758
2	0.767	0.030	2	3	0.653	1286	1027	287	0.687	2570	1101	571	0.693
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
1116	0.632	0.024	1012	117	0.755	2400	1101	401	0.693	3684	1064	1065	0.552
1117	0.000	0.000	1012	118	0.700	2401	1101	402	0.763	3685	1065	1066	0.562
1118			1012	119	0.697	2402	1103	403	0.764	3686	1066	1067	0.705
…			…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
1284			1026	285	0.676	2568	1104	569	0.718	3852	1115	1117	0.620
										3853	1116	1117	0.600

ISTOGRAMMA DEGLI SQM STANDARDIZZATI

Mediana e mav	0.030	0.002			
Estremi di quartili	0.023	0.028	0.030	0.031	0.034
Media e (loro) sqm	0.030	0.001			

ISTOGRAMMA DELLE RIDONDANZE LOCALI

Mediana e mav	0.710	0.067			
Estremi dei quartili	0.991	0.778	0.710	0.643	0.516
Media e (loro) sqm	0.714	0.052			

Tabella 12. Analisi del flusso di informazioni e loro statistiche riassuntive nella Commedia.