

Sviluppo di un nuovo campione di capacità nazionale nel futuro sistema internazionale delle unità

Original

Sviluppo di un nuovo campione di capacità nazionale nel futuro sistema internazionale delle unità / Marzano, Martina; Tran, NGOC THANH MAI; D'Elia, V.; Ortolano, M.; Callegaro, L.. - STAMPA. - (2018), pp. 87-93. (Il Forum Nazionale delle Misure Padova 17-19 settembre 2018).

Availability:

This version is available at: 11583/2714156 since: 2018-10-01T15:39:04Z

Publisher:

Gruppo Di Misure Elettriche ed Elettroniche

Published

DOI:

Terms of use:

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

Publisher copyright

(Article begins on next page)

SVILUPPO DI UN NUOVO CAMPIONE DI CAPACITÀ NAZIONALE NEL FUTURO SISTEMA INTERNAZIONALE DELLE UNITÀ

M. Marzano^(1,2), N. T. M. Tran^(1,2), V. D'Elia⁽¹⁾, M. Ortolano^(1,2), L. Callegaro⁽¹⁾

⁽¹⁾INRIM—Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica, Strada delle Cacce 91 - 10135 Torino

⁽²⁾Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni, Politecnico di Torino,

Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino

martina.marzano@polito.it

1. SOMMARIO

Con l'entrata in vigore nel 2019 della revisione del Sistema Internazionale (SI) di unità di misura, l'unità di resistenza elettrica ohm potrà essere realizzata con campioni di resistenza a effetto Hall quantistico. Le unità di capacità e induttanza, farad e henry, potranno essere realizzate a partire da campioni di impedenza a effetto Hall quantistico per mezzo di ponti di impedenza operanti a frequenze dell'ordine del kHz. I comuni dispositivi in arseniuro di gallio per la realizzazione dell'effetto Hall quantistico richiedono campi magnetici intensi e temperature inferiori a quella di liquefazione dell'elio. I dispositivi in grafene permettono di operare in condizioni sperimentali meno restrittive. Questa memoria descrive il piano di sviluppo di un nuovo campione di capacità nazionale per mezzo di un ponte di impedenza a quattro porte completamente digitale a partire da un ACQHR in grafene e della nuova scala di capacità attraverso il metodo a capacità combinate. Il livello di incertezza obiettivo è dell'ordine di 10^{-7} .

2. INTRODUZIONE

Nel novembre del 2018 la 26° Conferenza Generale dei Pesì e delle Misure (CGPM) approverà formalmente la revisione del Sistema Internazionale (SI) di unità di misura [1], che entrerà in vigore il 20 maggio 2019, il *world metrology day*.

Nel nuovo SI le unità elettriche saranno definite a partire da due costanti fondamentali di natura, a cui saranno assegnati valori esatti [2]: la carica elementare $e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C e la costante di Planck $h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s. Come conseguenza, l'unità di resistenza elettrica ohm (Ω) potrà essere realizzata [3] con campioni di resistenza a effetto Hall quantistico (QHR), considerando per la costante di von Klitzing il valore $R_K = h/e^2 = 25\,812.807\,459\,304\,5 \Omega$ [4]. Inoltre, le unità di capacità e induttanza elettrica, farad e henry, collegate all'ohm dall'unità di tempo, potranno essere realizzate a partire da campioni di impedenza a effetto Hall quantistico (ACQHR) [5] per mezzo di ponti di impedenza operanti a frequenze dell'ordine del kHz.

Tradizionalmente, i ponti di impedenza utilizzati nella realizzazione dell'unità di capacità a partire da un QHR sono ponti coassiali a trasformatore [6, 7]. Il passaggio da QHR a capacità coinvolge una laboriosa successione di confronti di resistenze e impedenze; i ponti tradizionali sono complesse reti di dispositivi elettromagnetici, le cui laboriose procedure di equilibrio devono essere effettuate manualmente da un operatore.

Lo sviluppo dei ponti digitalmente assistiti (*digitally-assisted*), dove i dispositivi elettromagnetici regolabili sono sostituiti da generatori di tensioni alternate basati su convertitori digitale-analogico [8] ha permesso una parziale automazione, alleviando così l'onere per l'operatore. L'attuale realizzazione del campione nazionale di capacità [9] mantenuto presso l'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRIM), è basata su ponti digitalmente assistiti e su di un resistore calcolabile di trasferimento ac-dc, tarato per confronto con QHR in regime continuo [10].

Una realizzazione semplice, compatta e automatizzata dell'unità di capacità, per confronto diretto, in regime alternato, tra un QHR e un campione di capacità è possibile con un ponte di impedenza completamente digitale (*fully-digital*) [11, 12]. I ponti completamente digitali basano la loro accuratezza direttamente sulle proprietà dei generatori digitali impiegati, e non includono trasformatori o altri elementi elettromagnetici tarati.

Il dispositivo comunemente utilizzato per la realizzazione di QHR è un'eterostruttura in arseniuro di gallio [10]. L'operazione di tali dispositivi richiede però campi magnetici intensi (≈ 10 T) e temperature (≈ 1 K) inferiori a quella di liquefazione dell'elio. In anni recenti è stato dimostrato [13] che i dispositi-

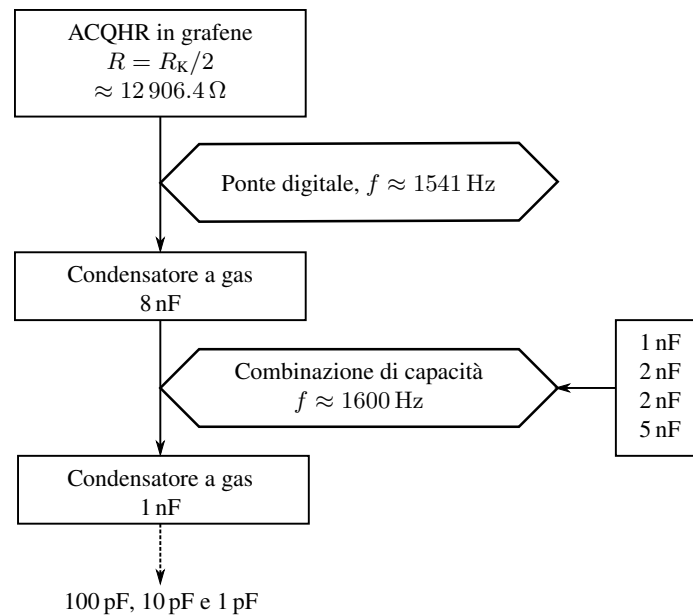


Figura 1: Schema rappresentativo della futura catena di riferibilità per la realizzazione del farad.

vi in grafene permetterebbero di realizzare QHR operanti a campi magnetici meno intensi (≈ 6 T) e alla temperatura dell'elio liquido, permettendo l'implementazione di esperimenti relativamente compatti.

Questa memoria descrive il piano di sviluppo di un nuovo campione di capacità nazionale in accordo con la revisione dell'SI. Un ponte completamente digitale è impiegato per confrontare un QHR, per il valore $R_H = R_K/2 \approx 12906.4 \Omega$, con un condensatore campione di valore nominale $C = 8$ nF, alla frequenza $f \approx 1541$ Hz; la particolare frequenza permette di soddisfare la relazione $2\pi R_H C \approx 1$. Il valore di capacità può venire poi scalato con un nuovo metodo a combinazione di capacità verso i valori decadici, di interesse per la disseminazione. Il livello di incertezza obiettivo è dell'ordine di 10^{-7} , più che adeguato al mantenimento del campione nazionale, delle *Calibration and measurement capabilities* italiane dichiarate per il *Mutual Recognition Arrangement* [14] e alla disseminazione della scala di capacità elettrica sul territorio nazionale.

3. LA NUOVA CATENA DI RIFERIBILITÀ

La figura 1 mostra uno schema rappresentativo della catena di riferibilità in via di sviluppo. Il valore di un condensatore campione a gas da 8 nF è tarato per confronto con un ACQHR. Il confronto è effettuato per mezzo di un ponte di impedenza completamente digitale (descritto nel paragrafo 4) operante a una frequenza di circa 1541 Hz, in modo che il rapporto tra l'impedenza del condensatore campione e quella dell'ACQHR sia unitario. Questa condizione minimizza l'incertezza del ponte.

Il condensatore campione da 8 nF è poi utilizzato per tarare un condensatore a gas da 1 nF. Lo scalamento del valore di capacità è effettuato a 1600 Hz per mezzo di un metodo a capacità combinate descritto nel paragrafo 6. Lo stesso metodo è utilizzato per scalare il valore dell'1 nF a, successivamente, 100 pF, 10 pF e 1 pF.

4. IL PONTE DI IMPEDENZA DIGITALE

Il ponte di impedenza implementato (figura 2), a quattro porte e completamente digitale, impiega una sorgente di segnali digitale che permette di controllare i segnali in ampiezza e fase, e quindi confrontare direttamente impedenze di natura diversa. La topologia del ponte qui descritto è ottimizzata per rapporti di impedenze unitari. La sorgente digitale, costruita dall'Università di Zielona Góra [15], Polonia, nell'ambito del progetto europeo EMRP SIB53 AIM QuTE [12], possiede sette canali indipendenti.

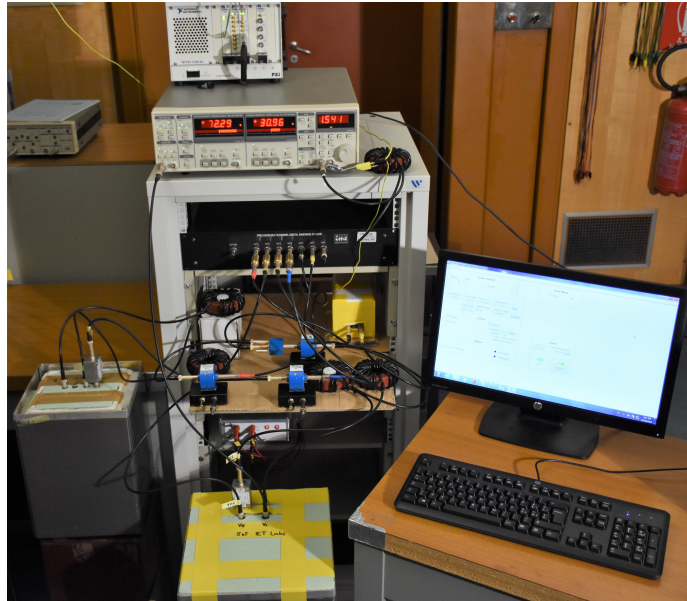


Figura 2: Ponte di impedenza digitale a quattro porte, attualmente composto di una sorgente di segnali digitale, un rivelatore, un campione di resistenza di valore nominale $12\,906\,\Omega$ ed un campione di capacità da 8 nF . Il bilanciamento del ponte è controllato da un software dedicato.

Due canali generano il rapporto di tensioni rispetto a cui è confrontato il rapporto delle impedenze, tre canali generano i segnali per la definizione a quattro porte delle impedenze, un canale genera una correzione ausiliaria che migliora l'incertezza del ponte in condizioni di rapporto 1:1 e l'ultimo canale genera il segnale di riferimento del rivelatore. La sorgente digitale e il rivelatore sono controllati da un software appositamente sviluppato che rende il bilanciamento del ponte e l'intero processo di misura completamente automatici e di breve durata. Per effettuare le misure preliminari, l'apparato sperimentale per l'operazione dell'ACQHR in grafene, in fase di implementazione e descritto nel paragrafo 5, è al momento sostituito da un normale campione di resistenza da circa $12\,906\,\Omega$ tarato per confronto con un QHR in DC.

Confrontando il valore del condensatore campione ottenuto con il ponte digitale con quello ottenuto con i ponti digitalmente assistiti attualmente in uso per la realizzazione del farad, la cui incertezza è circa 1.3×10^{-7} [9], si ottiene una discrepanza di circa 2×10^{-7} . Questa discrepanza è dello stesso ordine dell'incertezza che si attende per il ponte di impedenza digitale a quattro porte, la cui valutazione delle sorgenti di incertezza è ancora in corso di svolgimento. Le principali sorgenti di incertezza dei ponti digitali risiedono nella non linearità della sorgente, nell'imperfezione della definizione di impedenza, nell'incertezza del bilanciamento del ponte e del campione utilizzato per il confronto.

5. IMPLEMENTAZIONE DELL'ACQHR IN GRAFENE

L'utilizzo di dispositivi in grafene per la realizzazione dell'ACQHR permette l'implementazione di un apparato sperimentale compatto operante a campi magnetici relativamente bassi e alla temperatura dell'elio liquido.

Il sistema a cui stiamo lavorando prevede l'impiego di un discendente, sviluppato dalla Graphensic [16], fornito di un magnete superconduttivo operante a 5 T e alimentato a 45 A. È possibile attraverso un interruttore portare il magnete in modalità persistente e diminuire in questo modo il consumo di elio liquido. Il dispositivo opera alla temperatura dell'elio liquido, permettendo l'utilizzo di un normale criostato per la refrigerazione del magnete superconduttivo e del dispositivo.

Per ridurre l'effetto delle resistenze e delle capacità parassite, il dispositivo è connesso al sistema di misura attraverso connessioni multiple [17, 18], comunemente utilizzate anche per misure in DC e la

cui efficacia è stata verificata per mezzo di simulazioni in ambiente SPICE [19] e di metodi di analisi numerica [20]. L' ACQHR mostra plateau più stretti, deformati e spostati rispetto alle misure effettuate in DC a causa di ulteriori effetti capacitivi. Questi effetti parassiti possono essere eliminati utilizzando la tecnica del doppio schermo [21], che consiste nel porre due schermi rettangolari intorno al QHR, connessi rispettivamente ai potenziali a monte e a valle del dispositivo. Questa configurazione assicura che anche la corrente dispersa attraverso capacità parassite attraverso il dispositivo, contribuendo quindi alla generazione della tensione di Hall. In questo modo la corrente che fluisce nel QHR e nel campione di confronto è la medesima e la condizione di lavoro del ponte coassiale di rapporto è verificata. Il campione QHR sarà quindi montato su un porta campioni TO-8 ceramico dotato di schermi supplementari in accordo con questa tecnica.

In prossimità del campione sarà posto un termometro per controllare i cicli di temperatura.

Il sistema sarà inizialmente testato utilizzando dispositivi in arseniuro di gallio [22], che verranno in un secondo tempo sostituiti da dispositivi Hall in grafene epitassiale [23, 24].

6. METODO A COMBINAZIONE DI CAPACITÀ

Il metodo a combinazione di capacità, introdotto in [25], è basato sulla lettura, con un misuratore non tarato, dei diversi valori di capacità che si ottengono combinando in parallelo un certo numero di condensatori di base, di cui uno solo sia tarato. Dalla successione delle misure, con opportune ipotesi semplificatrici, è possibile ottenere i valori di capacità dei condensatori di base non tarati, corretti per gli errori del misuratore. Il metodo può essere formulato attraverso un sistema lineare sovradeterminato di equazioni, risolvibile con uno stimatore ai minimi quadrati.

Consideriamo allora $M + 1$ condensatori di base: i primi M condensatori siano non tarati con valori nominali C_{0i}^{nom} , $i = 1, \dots, M$, possibilmente ripetuti, e valori non noti C_{0i} ; l'ultimo condensatore sia invece di riferimento, tarato, con valore nominale $C_{0(M+1)}^{\text{nom}} = C_{\text{ref}}^{\text{nom}}$ e valore noto $C_{0(M+1)} = C_{\text{ref}}$. Sia N il numero di combinazioni parallele generate a partire dai condensatori di base, e siano C_k^{nom} e C_k , $k = 1, \dots, N$, rispettivamente i valori nominali e i valori incogniti delle capacità di ciascuna combinazione. Misurando le capacità di queste combinazioni per mezzo di un misuratore, otteniamo N valori letti C_k^{read} , non coincidenti con i valori C_k a causa degli errori di misura.

La deviazione del k -esimo valore letto dal corrispondente valore nominale è

$$\delta_k = C_k^{\text{read}} - C_k^{\text{nom}} = C_k + \ell(C_k) - C_k^{\text{nom}}, \quad (1)$$

dove $\ell(C_k) = C_k^{\text{read}}(C) - C_k$ denota l'errore del misuratore per la combinazione k . Se assumiamo che la capacità equivalente dei condensatori in parallelo sia la somma delle singole capacità (la validità di questa assunzione dipende, in effetti, dalla definizione di impedenza realizzata nell'esperimento), possiamo riscrivere la (1) come

$$\delta_k - a_{k(M+1)}\delta_{\text{ref}} = \sum_{i=1}^M a_{ki}\delta_{0i} + \ell(C_k), \quad (2)$$

dove $\delta_{\text{ref}} = C_{\text{ref}} - C_{\text{ref}}^{\text{nom}}$ (valore noto), $\delta_{0i} = C_{0i} - C_{0i}^{\text{nom}}$ e $a_{ki} = 1$ se il condensatore di base i partecipa alla combinazione k , 0 altrimenti.

Assumiamo ora che l'errore di misura $\ell(C_k)$ sia lo stesso per valori di capacità approssimativamente uguali, trascurando così la non linearità differenziale del misuratore. In particolare, supponendo che i valori di capacità siano sufficientemente vicini a quelli nominali, assumiamo $\ell(C_k) = \ell(C_k^{\text{nom}})$; inoltre, poiché le N combinazioni possono avere valori nominali di capacità ripetuti, ci saranno solo $L \leq N$ valori nominali differenti. Con queste posizioni, la (2) diventa

$$\delta_k - a_{k(M+1)}\delta_{\text{ref}} = \sum_{i=1}^M a_{ki}\delta_{0i} + \sum_{j=1}^L b_{kj}\ell_j, \quad (3)$$

dove ℓ_j , $j = 1, \dots, L$, indica l'errore del misuratore corrispondente al j -esimo valore nominale di capacità univoco, e $b_{kj} = 1$ se la combinazione k possiede questo valore, 0 altrimenti.

Il sistema di equazioni (3) può essere espresso in forma matriciale come

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \quad (4)$$

dove

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 - a_{1(M+1)}\delta_{\text{ref}} \\ \vdots \\ \delta_N - a_{N(M+1)}\delta_{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

è il vettore delle misure,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1M} & b_{11} & \cdots & b_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{NM} & b_{N1} & \cdots & b_{NL} \end{bmatrix} \quad (6)$$

è una matrice nota di dimensioni $N \times (M + L)$, con coefficienti 0 o 1, e

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M+L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{01} \\ \vdots \\ \delta_{0M} \\ \ell_1 \\ \vdots \\ \ell_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

è il vettore delle incognite.

Con un'opportuna scelta dei valori delle capacità di base e delle combinazioni, si può fare in modo che la matrice \mathbf{A} sia a rango pieno così che il sistema di equazioni (4) sia risolvibile nel senso dei minimi quadrati [26, capitolo 14]. Se si vuole poi tenere conto dell'incertezza del condensatore di riferimento e dell'incertezza di tipo A associata alle letture del misuratore, si può risolvere il sistema (4) con lo stimatore di Gauss-Markov [27, 28] (\mathbf{T} denota la matrice trasposta)

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_{01} \\ \vdots \\ \hat{\delta}_{0M} \\ \hat{\ell}_1 \\ \vdots \\ \hat{\ell}_L \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\delta}, \quad (8)$$

dove $\boldsymbol{\Sigma}$ è la matrice di covarianza del vettore delle misure $\boldsymbol{\delta}$. L'incertezza di tale stima può allora essere ottenuta dalla matrice di covarianza associata a $\hat{\mathbf{X}}$,

$$\text{cov}(\hat{\mathbf{X}}) = (\mathbf{A}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{A})^{-1}. \quad (9)$$

Dalla soluzione (8) si possono infine determinare i valori stimati delle M capacità di base non tarate, $\hat{C}_{0i} = C_{0i}^{\text{nom}} + \hat{\delta}_{0i}$, e valutare le incertezze associate.

La figura 3 mostra, come esempio, una possibile configurazione sperimentale adatta a uno scalamento di capacità da 8 nF a 1 nF, cioè il primo scalamento della catena di riferibilità di figura 1. Ci sono $M + 1 = 6$ condensatori di base con valori 1 nF, 1 nF, 2 nF, 2 nF, 5 nF e 8 nF: il condensatore da 8 nF è considerato tarato, secondo la catena di figura 1, mentre gli altri condensatori non sono tarati. In particolare la figura mostra una combinazione in cui C_{01} , C_{03} e C_{05} sono connessi in parallelo, mentre C_{02} , C_{04} e C_{06} sono disconnessi, per una capacità equivalente di 8 nF. Applicando il metodo di scalamento proposto a un insieme opportuno di combinazioni è quindi possibile tarare il valore dei

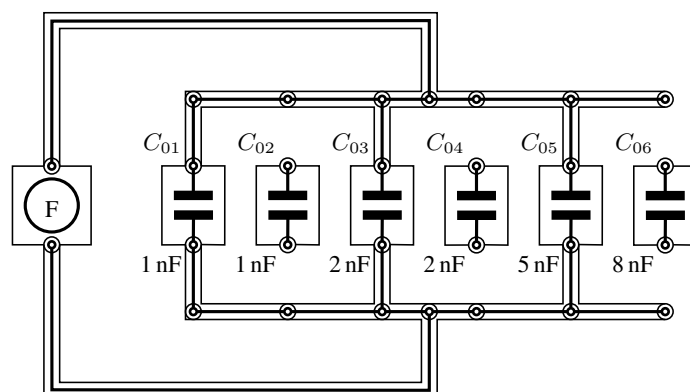


Figura 3: Schema coassiale di una possibile configurazione sperimentale, con 6 condensatori di base, adatta a uno scalamento di capacità da 8 nF a 1 nF, secondo la catena di riferibilità di figura 1: F è un misuratore di capacità a 2 porte; i condensatori da C_{01} a C_{05} sono non tarati; $C_{06} = C_{\text{ref}}$ è il condensatore di riferimento, tarato. Lo schema mostra una combinazione da 8 nF nominali in cui C_{01} , C_{03} e C_{05} sono connessi in parallelo, mentre C_{02} , C_{04} e C_{06} sono disconnessi.

condensatori da 1 nF con riferimento al condensatore da 8 nF. Scendendo lungo la catena di figura 1, lo scalamento di capacità successivo, da 1 nF a 100 pF, può poi essere ottenuto con 6 condensatori di base con valori 100 pF, 100 pF, 200 pF, 200 pF, 500 pF e 1000 pF, e così via per lo scalamento verso valori ancora più piccoli.

7. CONCLUSIONI

Lo sviluppo di un ponte di impedenza a quattro porte completamente digitale e del metodo a combinazione di capacità permette la realizzazione di un nuovo campione di capacità e la ridefinizione della catena di riferibilità nazionale del farad. Questi sviluppi permetteranno in futuro la realizzazione del farad anche negli istituti metrologici più piccoli e nei centri di taratura di eccellenza.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Bureau International des Poids et Mesures. Draft of the 9th SI brochure, February 2018. URL www.bipm.org.
- [2] D. B. Newell, F. Cabiati, J. Fischer, K. Fujii, S. G. Karshenboim, H. S. Margolis, E. de Mirandés, P. J. Mohr, F. Nez, K. Pachucki, T. J. Quinn, B. N. Taylor, M. Wang, B. M. Wood, and Z. Zhang. The CODATA 2017 values of h , e , k , and N_A for the revision of the SI. *Metrologia*, 55:L13, 2018. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/55/i=1/a=L13>.
- [3] WGSJ. CCEM/17-08.1 - Mise en pratique for the ampere and other electrical units in the SI, Draft 4, July 2017. URL <https://www.bipm.org/cc/AllowedDocuments.jsp?cc=CCEM>.
- [4] Consultative Committee for Electricity and Magnetism. *Mise en pratique* for the definition of the ampere and other electric units in the SI, December 2017. Draft for Appendix 2 of the SI Brochure for the “Revised SI”.
- [5] J. Schurr, J. Kučera, K. Pierz, and B. P. Kibble. The quantum Hall impedance standard. *Metrologia*, 48:47–57, 2011.
- [6] B. P. Kibble and G. H. Rayner. *Coaxial AC bridges*. Adam Hilger Ltd., Bristol, UK, 1984. ISBN 0852743890.
- [7] Shakil A. Awan, Bryan Kibble, and Jürgen Schurr. *Coaxial Electrical Circuits for Interference-Free Measurements*. IET electrical measurement series. Institution of Engineering and Technology, jan 2011. ISBN 9781849190695. doi: 10.1049/PBEL013E.
- [8] L. Callegaro, V. D’Elia, M. Ortolano, and F. Pourdanesh. A three-arm current comparator bridge for impedance comparisons over the complex plane. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 64:1466–1471, 2015.
- [9] L. Callegaro, V. D’Elia, and B. Trinchera. Realization of the farad from the dc quantum Hall effect with digitally assisted impedance bridges. *Metrologia*, 47:464–472, 2010.
- [10] C. Cassiagio and E. Gasparotto. The practical realisation of the ohm at INRIM. In *2015 IEEE 1st International Forum on Research and Technologies for Society and Industry Leveraging a better tomorrow (RTSI)*, pages 286–290, Sept 2015. doi: 10.1109/RTSI.2015.7325112.
- [11] L. Callegaro, V. D’Elia, M. Kampik, D. B. Kim, M. Ortolano, and F. Pourdanesh. Experiences with a two-terminal-pair digital impedance bridge. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 64:1460–1465, 2015.

- [12] M. Ortolano, L. Palafox, J. Kučera, L. Callegaro, V. D'Elia, M. Marzano, F. Overney, and G. Gülmez. An international comparison of phase angle standards between the novel impedance bridges of CMI, INRIM and METAS. *Metrologia*, 55(4):499, 2018. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/55/i=4/a=499>.
- [13] R. Ribeiro-Palau, F. Lafont, J. Brun-Picard, D. Kazazis, A. Michon, F. Cheynis, O. Couturaud, C. Consejo, B. Jouault, W. Poirier, and F. Schopfer. Quantum Hall resistance standard in graphene devices under relaxed experimental conditions. *Nature Nanotech.*, 10:965—971, 2015.
- [14] Comité international des poids et mesures. Mutual recognition of national measurement standards and of calibration and measurement certificates issued by national metrology institutes, 1999.
- [15] J. Kaczmarek, R. Rybski, and M. Kozioł. The polyphase ac voltage source for digital impedance bridges. In *Final dissemination workshop of EMRP projects AIM QuTE, GraphOhm and Q-WAVE*, Prague, 18–19 May 2016.
- [16] Graphensic website. URL www.graphensic.com/.
- [17] F. Delahaye. Series and parallel connection of multiterminal quantum Hall-effect devices. *J. Appl. Phys.*, 73(11):7914–7920, 1993.
- [18] J Schurr, V Bürkel, and B P Kibble. Realizing the farad from two ac quantum hall resistances. *Metrologia*, 46(6):619, 2009. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/46/i=6/a=003>.
- [19] M. Ortolano and L. Callegaro. Circuit models and SPICE macro-models for quantum Hall effect devices. *Meas. Sci. Technol.*, 26:085018, 2015.
- [20] M. Marzano, T. Oe, M. Ortolano, L. Callegaro, and N.-H. Kaneko. Error modelling of quantum Hall array resistance standards. *Metrologia*, 55:167–174, 2018. doi: 10.1088/1681-7575/aaa5c1.
- [21] B P Kibble and J Schurr. A novel double-shielding technique for ac quantum hall measurement. *Metrologia*, 45(5):L25, 2008. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/45/i=5/a=N01>.
- [22] J. Kučera and P. Svoboda. Development of AC quantum Hall measurements at CMI. In *2018 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, 2018. In press.
- [23] M. Kruskopf, D. Momeni Pakdehi, K. Pierz, S. Wundrack, R. Stosch, T. Dziomba, M. Götz, J. Baringhaus, J. Aprojanz, C. Tegenkamp, J. Lidzba, T. Seyller, F. Hohls, F. J Ahlers, and H. W Schumacher. Comeback of epitaxial graphene for electronics: large-area growth of bilayer-free graphene on SiC. *2D Materials*, 3(4):041002, 2016. URL <http://stacks.iop.org/2053-1583/3/i=4/a=041002>.
- [24] M. Kruskopf and R. E. Elmquist. Epitaxial graphene for quantum resistance metrology. *Metrologia*, 55(4):R27, 2018. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/55/i=4/a=R27>.
- [25] F. Pourdanesh, V. D'Elia, M. Ortolano, and L. Callegaro. Determination of impedance meter nonlinearity with a capacitance build-up method. In *2016 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, pages 1–2, Ottawa, Canada, July 2016.
- [26] J. Gallier. *Geometric methods and applications*. Springer, 2nd edition, 2011.
- [27] J. E. Gentle. *Matrix algebra. Theory, computations and applications in statistics*. Springer, 2nd edition, 2017.
- [28] W. Bich. Variances, covariances and restraints in mass metrology. *Metrologia*, 27:111–116, 1990.