



POLITECNICO DI TORINO  
Repository ISTITUZIONALE

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI SEGNALI Applicazioni delle Trasformate di Fourier

*Original*

INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI SEGNALI Applicazioni delle Trasformate di Fourier / Mesin L.. - STAMPA. - (2012).

*Availability:*

This version is available at: 11583/2496679 since:

*Publisher:*

CLUT

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

openAccess

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

# Indice

<b>I</b>	<b>Teoria della Trasformata di Fourier</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI SEGNALI</b>	<b>3</b>
1.1	DEFINIZIONI RELATIVE AI SEGNALI . . . . .	3
1.2	DOMINIO DELLE FREQUENZE . . . . .	4
1.3	FASORI . . . . .	4
<b>2</b>	<b>SPAZI LINEARI</b>	<b>7</b>
2.1	ELEMENTI DI ALGEBRA LINEARE . . . . .	7
2.2	ELEMENTI DI ANALISI FUNZIONALE . . . . .	8
2.3	ESEMPI DI SPAZI NORMATI . . . . .	9
2.4	PRODOTTO SCALARE . . . . .	9
2.5	SEGNALE RAPPRESENTATO CON UNA BASE . . . . .	10
2.6	PROCEDIMENTO DI ORTONORMALIZZAZIONE DI GRAM-SCHMIDT	12
<b>3</b>	<b>SERIE DI FOURIER</b>	<b>15</b>
<b>4</b>	<b>TRASFORMATA DI FOURIER: DEFINIZIONE E PROPRIETÀ</b>	<b>17</b>
4.1	DALLA SERIE ALLA TRASFORMATA DI FOURIER . . . . .	17
4.2	DERIVAZIONE DELLA TRASFORMATA DI FOURIER INVERSA	18
4.3	Proprietà della trasformata di Fourier . . . . .	20
4.3.1	Teorema di linearità . . . . .	20
4.3.2	Teorema del ritardo . . . . .	20
4.3.3	Teorema della modulazione . . . . .	20
4.3.4	Teorema del cambiamento di scala . . . . .	21
4.3.5	Scalamento in frequenza . . . . .	21
4.3.6	Teorema della convoluzione . . . . .	21
4.3.7	Trasformata del prodotto . . . . .	22
4.3.8	Teorema di dualità . . . . .	23
4.3.9	Trasformata della derivata . . . . .	23

4.3.10	Moltiplicazione per $t$ . . . . .	24
4.3.11	Trasformata dell'integrale . . . . .	24
4.3.12	Relazioni di parità . . . . .	25
4.3.13	Segnale analitico . . . . .	26
4.3.14	Uguaglianza di Parseval . . . . .	26
4.3.15	Disuguaglianza di Heisenberg . . . . .	27
<b>5</b>	<b>SISTEMI LINEARI TEMPO INVARIANTI (LTI)</b>	<b>29</b>
5.1	DEFINIZIONE . . . . .	29
5.2	RISPOSTA DI UN SISTEMA LTI . . . . .	29
5.3	FUNZIONE DI TRASFERIMENTO . . . . .	30
5.4	CONDIZIONI DI REALIZZABILITÀ . . . . .	30
5.5	STUDIO DI SISTEMI LTI CON L'ANALISI DI FOURIER . . . . .	32
5.6	STABILITÀ DI UN SISTEMA LTI . . . . .	33
5.7	ESEMPI DI SISTEMI LTI . . . . .	34
5.7.1	Filtro RC passa basso . . . . .	34
5.7.2	Modulazione . . . . .	36
<b>6</b>	<b>ANALISI ARMONICA GENERALIZZATA</b>	<b>37</b>
6.1	DENSITÀ SPETTRALE DI ENERGIA (o spettro di energia) . . . . .	37
6.2	FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE . . . . .	38
6.3	DENSITÀ SPETTRALE DI POTENZA . . . . .	40
6.4	FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE . . . . .	41
6.5	FUNZIONE DI MUTUA CORRELAZIONE . . . . .	42
<b>7</b>	<b>I SEGNALI PERIODICI</b>	<b>43</b>
7.1	TRASFORMATA DI FOURIER DI UN SEGNALE PERIODICO . . . . .	43
7.2	SPETTRO DI POTENZA PER SEGNALI PERIODICI . . . . .	44
<b>8</b>	<b>CAMPIONAMENTO</b>	<b>47</b>
8.1	CAMPIONAMENTO E INTERPOLAZIONE . . . . .	47
8.2	CAMPIONAMENTO IDEALE E ALIASING . . . . .	48
8.3	CRITERIO DI NYQUIST . . . . .	48
8.4	FILTRO ANTI-ALIASING . . . . .	49
8.5	CAMPIONAMENTO NON IDEALE . . . . .	50
<b>9</b>	<b>SEGNALI A TEMPO DISCRETO E FILTRI NUMERICI</b>	<b>53</b>
9.1	SEGNALI DISCRETI . . . . .	53
9.2	SISTEMI LINEARI DISCRETI . . . . .	54
9.3	LA RISPOSTA ALL'IMPULSO . . . . .	54
9.4	TRASFORMATA Z . . . . .	54
9.4.1	Proprietà della trasformata Z . . . . .	55
9.4.2	Calcolo della trasformata Z del gradino . . . . .	56
9.5	Trasformata Z di una funzione razionale fratta . . . . .	56
9.6	SIMULAZIONE NUMERICA DI SISTEMI ANALOGICI . . . . .	57
9.7	PROGETTO DEL SIMULATORE . . . . .	58
9.7.1	Campionamento della risposta all'impulso . . . . .	59
9.7.2	Trasformazione bilineare . . . . .	59

9.8	FILTRI NUMERICI . . . . .	61
9.9	IMPLEMENTAZIONE DI FILTRI NUMERICI . . . . .	62
9.9.1	FILTRI FIR . . . . .	63
9.9.2	FILTRI IIR . . . . .	63
<b>10</b>	<b>TRASFORMATA DI FOURIER DISCRETA (DFT)</b>	<b>67</b>
10.1	FORMULA DI SOMMAZIONE DI POISSON . . . . .	67
10.2	DFT . . . . .	68
<b>11</b>	<b>INTRODUZIONE AI PROCESSI STOCASTICI</b>	<b>73</b>
11.1	INTRODUZIONE ALLA TEORIA DELLE PROBABILITÀ . . . . .	73
11.2	PROCESSI STOCASTICI . . . . .	76
11.3	STAZIONARIETÀ . . . . .	79
11.3.1	STAZIONARIETÀ IN SENSO LATO (Wide Sense Stationarity - WSS) . . . . .	79
11.3.2	Alcune proprietà della funzione di autocorrelazione di un processo WSS . . . . .	80
11.3.3	Ciclostazionarietà in senso lato . . . . .	81
11.4	TRASFORMAZIONE LINEARE DI PROCESSI CASUALI . . . . .	82
11.4.1	Convergenza in media quadratica . . . . .	82
11.4.2	Integrale di un processo casuale . . . . .	82
11.4.3	Derivata di un processo casuale . . . . .	83
11.4.4	Sistemi LTI . . . . .	83
11.5	DENSITÀ SPETTRALE DI POTENZA DI UN PROCESSO CASUALE . . . . .	84
11.6	DEFINIZIONE DI ERGODICITÀ . . . . .	85
11.7	RUMORE GAUSSIANO BIANCO . . . . .	85
<b>II</b>	<b>Applicazioni alle Equazioni Differenziali</b>	<b>87</b>
<b>12</b>	<b>SISTEMI CON UN NUMERO FINITO DI GRADI DI LIBERTÀ</b>	<b>89</b>
12.1	SISTEMA CON UN GRADO DI LIBERTÀ . . . . .	89
12.2	SISTEMA CON N GRADI DI LIBERTÀ . . . . .	92
12.3	MODELLO DI SOSPENSIONE . . . . .	94
<b>13</b>	<b>SISTEMI CONTINUI</b>	<b>97</b>
13.1	MODELLI MATEMATICI . . . . .	97
13.1.1	Corda vibrante . . . . .	98
13.1.2	Membrana vibrante . . . . .	99
13.1.3	Propagazione sonora . . . . .	100
13.1.4	Equazione di diffusione . . . . .	103
13.2	APPLICAZIONI DELLE TRASFORMATE DI FOURIER . . . . .	104
13.2.1	Corda vibrante . . . . .	104
13.2.2	Membrana vibrante . . . . .	106
13.2.3	Modi di risonanza sonora . . . . .	107
13.2.4	Problema di diffusione . . . . .	109

<b>III</b>	<b>Esercizi</b>	<b>113</b>
14	Esercizi su segnali, ortonormalizzazione e serie di Fourier	115
15	Esercizi sulla trasformata di Fourier	123
16	Esercizi sui sistemi LTI	129
16.1	Appendice sugli schemi a blocchi . . . . .	139
17	Esercizi sul campionamento dei segnali a tempo continuo	141
18	Esercizi sui processi stocastici	153
A	Tavole di trasformate di Fourier	161
	Bibliografia	170
	Indice analitico	171