

Effetti strutturali delle condizioni di vincolo nelle travi composte in regime viscoelastico

*Original*

Effetti strutturali delle condizioni di vincolo nelle travi composte in regime viscoelastico / Sassone, Mario. -  
ELETTRONICO. - 1:(2010), pp. 1-14. ( VI Workshop Italiano sulle Strutture Composte Trieste 22-23 novembre 2004).

*Availability:*

This version is available at: 11583/2377502 since:

*Publisher:*

Università degli studi di Trieste

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

# **Effetti strutturali delle condizioni di vincolo nelle travi composte in regime viscoelastico**

M. Sassone <sup>1</sup>

## **ABSTRACT**

A general mechanical model for steel-concrete composite beams is presented in this paper, in order to investigate the effects of end restraint conditions. The connection between the two materials is assumed to be flexible in both longitudinal and transverse directions, considering the unilateral constraint due to contact. The delayed behaviour of concrete due to creep is considered by means of the viscoelastic theory, assuming the principle of superposition of McHenry. The mechanical model is then expressed by a set of non linear integral-differential equations. A numerical solution is proposed by coupling the finite difference method with a step by step time integration; the Newton-Raphson iterative algorithm is used in order to deal with non linearity. The model is applied to simply supported and continuous composite beams with particular attention to boundary conditions (end constraints).

## **1. INTRODUZIONE**

L'impostazione classica del problema delle travi composte, basata sulla formulazione di Newmark, è ancora il principale punto di riferimento per l'analisi di questo tipo di strutture. Come già evidenziato in Sassone (2000) questo modello, a causa delle approssimazioni che introduce, non è applicabile in modo del tutto generale, ma impone delle restrizioni sul tipo di condizioni di vincolo presenti alle estremità della trave. Un esempio di questa situazione è descritto in Cosenza e Mazzolani (1993a) e corrisponde al caso di una trave semplicemente appoggiata e soggetta ad un momento flettente costante per tutta la lunghezza. Come verrà illustrato nel seguito, già l'applicazione del modello di Newmark a questo semplice caso conduce ad una incongruenza fra le assunzioni e i risultati.

Partendo dai fondamentali lavori di Aribert (1984) in cui viene proposta l'eliminazione delle ipotesi restrittive contenute nel modello di Newmark, in Sassone (2000) viene descritto il sistema di equazioni differenziali completo del modello generalizzato e viene proposta una strategia di soluzione numerica basata sul metodo delle differenze finite e sull'algoritmo iterativo di Newton-Raphson. La soluzione iterativa diviene necessaria come conseguenza del

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Ingegneria strutturale e geotecnica, Politecnico di Torino

comportamento della connessione fra acciaio e calcestruzzo quando vengono considerati anche gli spostamenti reciproci in direzione trasversale: il vincolo deve essere descritto come unilatero, per cui si ha un comportamento per contatto che introduce una non linearità nel problema, anche nel caso che i materiali siano assunti come perfettamente elastici.

Nel presente lavoro il modello viene ampliato al fine prendere in considerazione il comportamento viscoelastico del calcestruzzo. Il legame costitutivo viscoelastico, come è noto, si basa sul principio di sovrapposizione degli stati tensionali e deformativi, introdotto in McHenry (1943), il quale consente di esprimere il problema attraverso le equazioni integrali di Volterra. Queste equazioni sono risolubili per via numerica, mediante un procedimento di integrazione nel tempo al passo, proposto per la prima volta in Bazant (1970). Tuttavia l'onere computazionale è in genere molto elevato, dal momento che l'integrazione richiede che venga memorizzata l'intera storia di tensione, se si adopera il metodo della congruenza, o di deformazione, se si opera con il metodo degli spostamenti. L'introduzione nel modello generalizzato della trave composta del legame costitutivo viscoelastico, e soprattutto l'impostazione del metodo di soluzione numerica, sono stati agevolati dal formalismo con cui il modello è espresso, in particolare per il fatto che tutte le variabili sono opportunamente rappresentate, nello spirito della dualità statico-cinematica, e che le equazioni differenziali sono tutte del primo ordine, cosa che semplifica la costruzione dello schema di soluzione numerica (Bellomo, Preziosi (1995)). La formulazione del modello come sistema di equazioni differenziali in forma canonica ha consentito l'applicazione di metodi di soluzione standard, rendendo il problema matematico relativamente indipendente dal procedimento di calcolo numerico. In particolare per quanto riguarda la parte lineare è stato utilizzato uno schema alle differenze in avanti di Crank-Nicholson, che si è dimostrato decisamente efficace nella maggior parte dei casi considerati. Per quanto riguarda la parte non-lineare si è fatto ricorso al classico metodo di Newton-Raphson, regolando opportunamente l'aggiornamento della matrice di rigidezza tangente in modo da ottenere la migliore convergenza. Per quanto riguarda l'integrazione nel tempo si è mantenuto lo schema basato sulla regola dei trapezi e su una suddivisione logaritmica della scala dei tempi.

Dalle prime applicazioni del modello ad un caso specifico emerge chiaramente l'efficacia del procedimento nel descrivere il comportamento locale e globale della struttura. In particolare gli effetti delle condizioni di vincolo d'estremità, così come l'effetto di diverse localizzazioni di dispositivi di connessione, vengono ricostruiti in modo preciso.

## 2. MODELLO GENERALIZZATO DELLA TRAVE COMPOSTA

In Cosenza, Mazzolani (1993) veniva preso in considerazione il caso di una trave composta semplicemente appoggiata e soggetta a un momento flettente costante per tutta la sua estensione. In questa situazione il taglio risulta nullo in tutte le sezioni, per cui, assumendo la completa interazione fra i due elementi (connessione perfettamente rigida), si ottiene, con un ragionamento alla Jourawski, un valore dello sforzo di scorrimento nullo; di conseguenza non è necessario porre alcun connettore. La soluzione ottenuta applicando il modello di Newmark, che introduce la deformabilità in senso longitudinale della connessione, fornisce d'altra parte uno sforzo di scorrimento non nullo. Si ottiene quindi la situazione paradossale di uno sforzo nullo quando la connessione è rigida, e diverso da zero quando la connessione è deformabile. La risposta si può ottenere solo interpretando in modo corretto ciò che accade in corrispondenza dei vincoli di estremità: applicando il modello di Newmark alla trave su semplice appoggio è necessario imporre come condizioni al contorno l'annullamento della curvatura in corrispondenza delle sezioni terminali, in contrasto con quanto richiesto dallo stato di sollecitazione, che infatti comporta l'applicazione di due coppie d'estremità uguali e contrarie. Analizzando in modo più preciso la situazione si osserva che l'ipotesi di uguaglianza fra le due curvature, implicita nel modello, si verifica solo applicando alle due parti della sezione quote della coppia esterna proporzionali alle rispettive rigidità flessionali; qualsiasi altra ripartizione della coppia condurrà inevitabilmente a una differenza nelle curvature. In ogni caso la condizione di uguaglianza delle curvature non implica come conseguenza l'annullamento degli sforzi di scorrimento, per cui non è sufficiente a risolvere l'analogia di Jourawski. Per ottenere la situazione di completa interazione con sforzo di scorrimento nullo (ragionamento alla Jourawski) è quindi necessario modificare il modello in modo da poter introdurre le condizioni di vincolo in modo più preciso, distinguendo fra le due parti che compongono la sezione. In particolare la configurazione che porta ad avere scorrimento nullo si ottiene introducendo una condizione di vincolo interno fra acciaio e calcestruzzo, tale da impedire gli scorrimenti nelle sezioni di estremità.

Da queste considerazioni appare chiaro che la corretta definizione delle condizioni di vincolo statiche e cinematiche può essere attuata solo eliminando sia l'ipotesi semplificativa di curvature uguali in ogni sezione sia il riferimento alle sollecitazioni globali agenti sulla trave. Il modello generalizzato proposto si basa quindi sulla scrittura esplicita delle condizioni indefinite di equilibrio per le due parti della trave, assumendo che la connessione sia deformabile sia in senso longitudinale che in senso trasversale. In questo modello le sollecitazioni complessive sulla sezione non compaiono esplicitamente e possono essere ottenute sommando i contributi dati separatamente dalle due parti.

Il modello meccanico è formulato a partire dalle condizioni indefinite di congruenza e di equilibrio di un tratto infinitesimo di trave composta. I gradi di libertà cinematici sono sei e corrispondono alle traslazioni ed alle rotazioni delle due parti di cui il concio si compone ( $u_1, \varphi_1, v_1, u_2, \varphi_2, v_2$ ). Dal punto di vista statico le due parti del concio sono soggette alle rispettive componenti di sollecitazione sulle sezioni trasversali ( $N_1, M_1, T_1, N_2, M_2, T_2$ ) ed agli sforzi distribuiti sulle superfici di interfaccia ( $q_x, q_y$ ) (Figura 1). Inoltre le due parti del concio possono essere soggette separatamente a forze esterne distribuite ( $p_{x1}, p_{y1}, p_{x2}, p_{y2}$ ). Nella formulazione adottata le forze distribuite esterne e gli sforzi assiali si assumono convenzionalmente applicati alla quota della superficie di interfaccia, piuttosto che alle quote dei baricentri delle due parti della sezione.

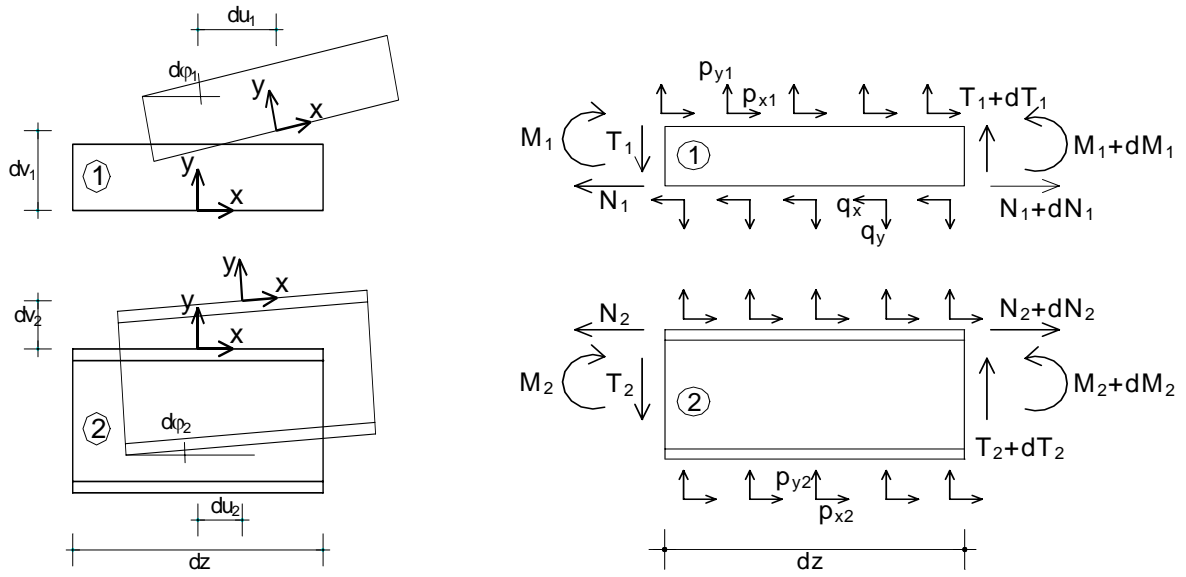


Fig. 1: Definizione statica e cinematica del modello meccanico.

Assumendo come deformazioni generalizzate delle due parti le deformazioni assiali  $\lambda$ , le curvature  $\chi$  e le rotazioni  $\varphi$  espresse separatamente per le due parti, insieme ai movimenti relativi secondo  $x$  (scorrimenti  $s_x$ ) e secondo  $y$  (distacchi  $s_y$ ) le condizioni di congruenza interna sono espresse dalle seguenti equazioni:

$$\frac{du_1}{dx} = \lambda_1 \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dx} = \chi_1 \quad (2)$$

$$\frac{dv_1}{dx} = \varphi_1 \quad (3)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \lambda_2 \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dx} = \chi_2 \quad (5)$$

$$\frac{dv_2}{dx} = \varphi_2 \quad (6)$$

$$s_x = u_1 - u_2 \quad (7)$$

$$s_y = v_1 - v_2 \quad (8)$$

Dal punto di vista statico si ottengono tre equazioni indefinite di equilibrio per ognuna delle due parti:

$$\frac{dN_1}{dx} - q_x = -p_{x1} \quad (9)$$

$$\frac{dM_1}{dx} + T_1 = 0 \quad (10)$$

$$\frac{dT_1}{dx} - q_y = -p_{y1} \quad (11)$$

$$\frac{dN_2}{dx} + q_x = -p_{x2} \quad (12)$$

$$\frac{dM_2}{dx} + T_2 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dT_2}{dx} + q_y = -p_{y2} \quad (14)$$

Alle condizioni di congruenza e di equilibrio si aggiungono i legami costitutivi dei due materiali e della connessione. Per il calcestruzzo si assume un comportamento viscoelastico lineare, per l'acciaio un comportamento perfettamente elastico. Il comportamento della connessione è intrinsecamente non-lineare a causa della unilateralità del contatto fra le superfici che costituiscono l'interfaccia fra i materiali. Ipotizzando che il comportamento secondo la direzione longitudinale sia disaccoppiato da quello secondo la direzione trasversale la non linearità può riguardare solo quest'ultimo legame, poiché si può assumere che gli scorrimenti siano proporzionali agli sforzi paralleli all'interfaccia.

Introducendo il legame viscoelastico nelle relazioni fra deformazione e sforzi nella parte in calcestruzzo si ottengono le seguenti equazioni:

$$\lambda_1(t) = \alpha_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial N_1}{\partial \tau} d\tau + \beta_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial M_1}{\partial \tau} d\tau + \bar{\lambda}_1(t) \quad (15)$$

$$\chi_1(t) = \beta_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial N_1}{\partial \tau} d\tau + \gamma_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial M_1}{\partial \tau} d\tau + \bar{\chi}_1(t) \quad (16)$$

Le derivate degli sforzi rispetto al tempo sono espresse come derivate parziali dal momento che tutte le grandezze sono funzione sia del tempo sia della coordinata  $x$ . I coefficienti  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  si ottengono a partire dalle caratteristiche geometriche della sezione di calcestruzzo mediante le seguenti espressioni:

$$\alpha_1 = \frac{J_{01}}{J_{01}A_1 - S_{01}} \quad (17)$$

$$\beta_1 = \frac{S_{01}}{J_{01}A_1 - S_{01}} \quad (18)$$

$$\gamma_1 = \frac{A_1}{J_{01}A_1 - S_{01}} \quad (19)$$

In cui  $A_1$  è l'area della sezione di calcestruzzo,  $S_{01}$  e  $J_{01}$  il suo momento statico e di inerzia calcolati rispetto al piano dell'interfaccia.

Per la parte in acciaio si hanno le corrispondenti equazioni di legame elastico:

$$\lambda_2(t) = \alpha_2 \frac{1}{E_2} N_2 + \beta_2 \frac{1}{E_2} N_2 + \bar{\lambda}_2(t) \quad (20)$$

$$\chi_2(t) = \beta_2 \frac{1}{E_2} N_2 + \gamma_2 \frac{1}{E_2} N_2 + \bar{\chi}_2(t) \quad (21)$$

$$\alpha_2 = \frac{J_{02}}{J_{02}A_2 - S_{02}} \quad (22)$$

$$\beta_2 = \frac{S_{02}}{J_{02}A_2 - S_{02}} \quad (23)$$

$$\gamma_2 = \frac{A_2}{J_{02}A_2 - S_{02}} \quad (24)$$

Per quanto riguarda il comportamento della connessione:

$$q_x = K_x \cdot s_x \quad (25)$$

$$q_y = f(s_y) \quad (26)$$

Combinando fra loro le condizioni di congruenza, di equilibrio e di legame si ottiene il seguente sistema di equazioni:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} - \alpha_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial N_1}{\partial \tau} d\tau - \beta_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial M_1}{\partial \tau} d\tau = -\bar{\lambda}_1 \quad (27)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} - \alpha_2 \frac{1}{E_2} N_2(t) - \beta_2 \frac{1}{E_2} N_2(t) = -\bar{\lambda}_2 \quad (28)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \beta_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{dN_1}{d\tau} d\tau - \gamma_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{dM_1}{d\tau} d\tau = -\bar{\chi}_1 \quad (29)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - \beta_2 \frac{1}{E_2} N_2 - \gamma_2 \frac{1}{E_2} N_2 = -\bar{\chi}_2 \quad (30)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} - \varphi_1 = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial x} - \varphi_2 = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} - K_x \cdot (u_1 - u_2) = -p_{x1} \quad (33)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial x} + K_x \cdot (u_1 - u_2) = -p_{x2} \quad (34)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial x} + T_1 = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial x} + T_2 = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} - f(v_1 - v_2) = -p_{y1} \quad (37)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} + f(v_1 - v_2) = -p_{y2} \quad (38)$$

### 3. SCHEMA DI RISOLUZIONE NUMERICA

La risoluzione numerica del sistema di equazioni si articola in tre fasi: prima di tutto viene introdotta una discretizzazione spaziale lungo la coordinata  $x$  ed uno schema di approssimazione delle derivate parziali rispetto a  $x$ : lo schema adottato è quello delle differenze centrali di Crank – Nicholson, del secondo ordine; in secondo luogo viene introdotta una discretizzazione della variabile tempo  $t$  ed uno schema approssimato di risoluzione delle equazioni integrali, basato sulla regola dei trapezi; infine, per tenere conto della non linearità dovuta al comportamento unilatero della connessione la soluzione, ad ogni istante di tempo, viene ottenuta per via iterativa impiegando il metodo di Newton – Raphson.

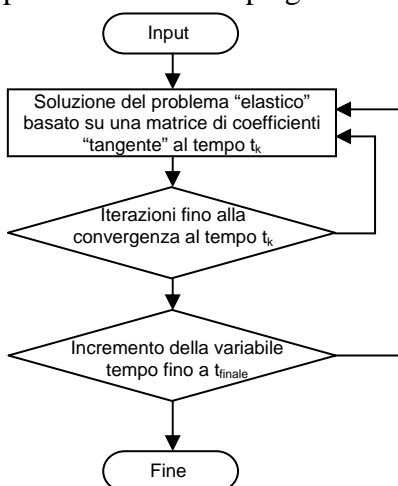


Fig. 2: Schema a blocchi della risoluzione numerica.

Applicando lo schema alle differenze finite alla equazione (27) si ottiene:

$$\frac{u_{1,j+1} - u_{1,j}}{\Delta x}(t) - \alpha_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial N_1}{\partial \tau}_{j+1} + \frac{\partial N_1}{\partial \tau}_j \right) d\tau - \beta_1 \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \tau}_{j+1} + \frac{\partial M_1}{\partial \tau}_j \right) d\tau = - \frac{\bar{\lambda}_{1,j+1}(t) + \bar{\lambda}_{1,j}(t)}{2} \quad (39)$$

Sviluppando per tutte le equazioni si ottiene la seguente matrice locale di coefficienti:

$-\frac{1}{h}$					$-\frac{\alpha_1 J_n}{2}$	$-\frac{\beta_1 J_n}{2}$			$\frac{1}{h}$					$-\frac{\alpha_1 J_n}{2}$	$-\frac{\beta_1 J_n}{2}$				
	$-\frac{1}{h}$				$-\frac{\alpha_2}{2E_2}$	$-\frac{\beta_2}{2E_2}$			$\frac{1}{h}$					$-\frac{\alpha_2}{2E_2}$	$-\frac{\beta_2}{2E_2}$				
		$-\frac{1}{h}$			$-\frac{\beta_1 J_n}{2}$	$-\frac{\gamma_1 J_n}{2}$			$\frac{1}{h}$					$-\frac{\beta_1 J_n}{2}$	$-\frac{\gamma_1 J_n}{2}$				
			$-\frac{1}{h}$		$-\frac{\beta_2}{2E_2}$	$-\frac{\gamma_2}{2E_2}$			$\frac{1}{h}$					$-\frac{\beta_2}{2E_2}$	$-\frac{\gamma_2}{2E_2}$				
			$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{h}$					$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{h}$									
			$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{h}$					$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{h}$									
$-\frac{R_x}{2}$	$\frac{R_x}{2}$				$-\frac{1}{h}$				$-\frac{R_x}{2}$	$\frac{R_x}{2}$				$\frac{1}{h}$					
$\frac{R_x}{2}$	$-\frac{R_x}{2}$				$-\frac{1}{h}$				$\frac{R_x}{2}$	$-\frac{R_x}{2}$				$\frac{1}{h}$					
					$-\frac{1}{h}$	$\frac{1}{2}$								$\frac{1}{h}$			$\frac{1}{2}$		
					$-\frac{1}{h}$	$\frac{1}{2}$								$\frac{1}{h}$			$\frac{1}{2}$		
				$-\frac{R_y}{2}$	$\frac{R_y}{2}$				$-\frac{R_y}{2}$	$\frac{R_y}{2}$				$-\frac{R_y}{2}$	$\frac{R_y}{2}$			$\frac{1}{h}$	
				$\frac{R_y}{2}$	$-\frac{R_y}{2}$				$\frac{R_y}{2}$	$-\frac{R_y}{2}$				$\frac{R_y}{2}$	$-\frac{R_y}{2}$			$\frac{1}{h}$	

#### 4. APPLICAZIONI E RISULTATI

Il procedimento di soluzione è stato applicato ad un particolare caso di studio, costituito da due travi metalliche semplicemente appoggiate, su cui viene realizzata una soletta continua (Figura 3). Nella zona intermedia si è considerata una separazione di un metro fra le estremità delle travi per cui la trasmissione delle sollecitazioni di continuità avviene solo nella soletta di calcestruzzo armato, come potrebbe accadere nel caso che le travi siano incernierate alla sommità di una pila. La connessione è progettata complessivamente come “full shear connection”, secondo le indicazioni di EC4 6.1.1.(7) e 6.6.2.2.(3) e localizzata lungo la trave secondo tre diverse configurazioni: connessione perfettamente distribuita (caso teorico); connessione concentrata in 5 sezioni equispaziate su ogni campata; connessione concentrata in due sezioni prossime alle estremità di ogni campata.

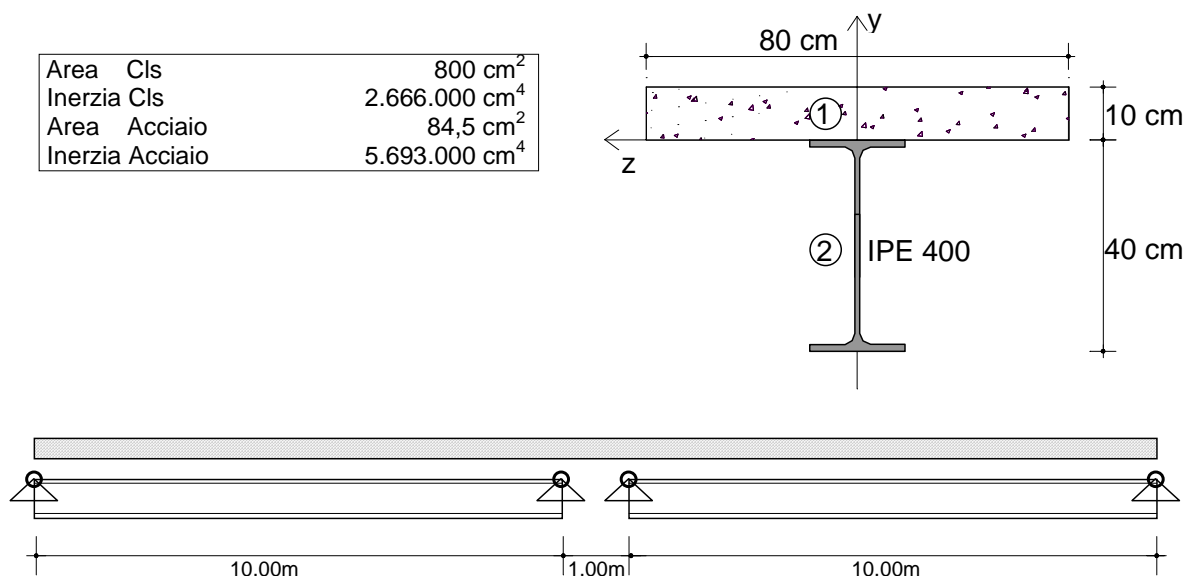


Fig. 3: Schema del caso di studio.

Per quanto riguarda la rigidezza in senso trasversale della connessione non sono stati reperiti dati significativi in letteratura, per cui le analisi sono state condotte in modo parametrico, assumendo un ampio range di valori.

##### 4.1) Analisi in regime statico

Con una prima serie di analisi si è studiato il comportamento di questa struttura in assenza di fenomeni reologici: nelle figure 4 e 5 sono rappresentati il distacco in senso trasversale e lo scorrimento in senso longitudinale, rispettivamente per diversi valori di rigidezza trasversale e per diversi valori di rigidezza longitudinale, assumendo la connessione distribuita. Come si può notare in figura 4, l'effetto della condizione di continuità sulla soletta provoca il distacco su una porzione di interfaccia la cui estensione dipende dal valore di rigidezza trasversale. Lo scorrimento longitudinale, d'altra parte, dipende essenzialmente dal valore della corrispondente rigidezza. Nei diagrammi di figura 6 sono rappresentate in modo analogo le deformazioni della connessione, nel caso che questa sia concentrata in un numero definito di sezioni su ogni campata (cinque per figura 6 e due per figura 7). Come si può vedere il modello è in grado di cogliere perfettamente gli effetti delle connessioni localizzate, i quali risultano tanto più sensibili quanto più le connessioni concentrate sono rigide. I diagrammi di distacco delle figure 6 e 7 sono calcolati, diversamente da quello di figura 4, per

diversi valori della rigidezza a scorrimento (non trasversale) e dimostrano che i distacchi sono influenzati anche da questo parametro.

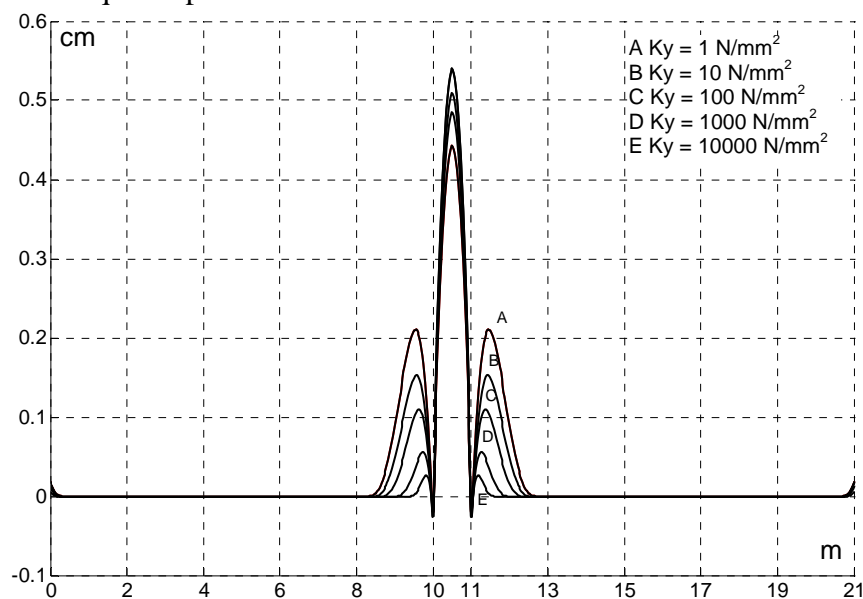


Fig. 4: Distacchi in senso trasversale per connessione distribuita in modo continuo, in funzione della rigidezza trasversale della connessione stessa.

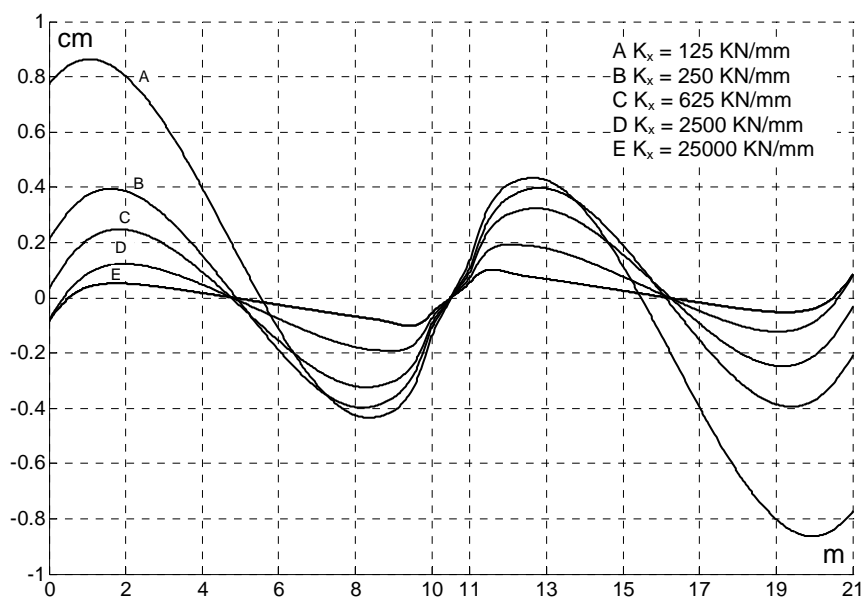


Fig. 5: Scorrimenti longitudinali per connessione distribuita, in funzione della rigidezza a scorrimento della connessione stessa.

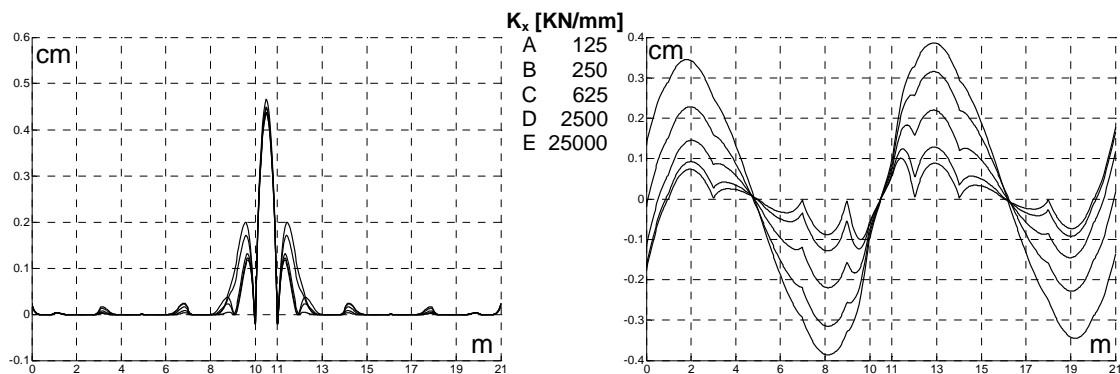
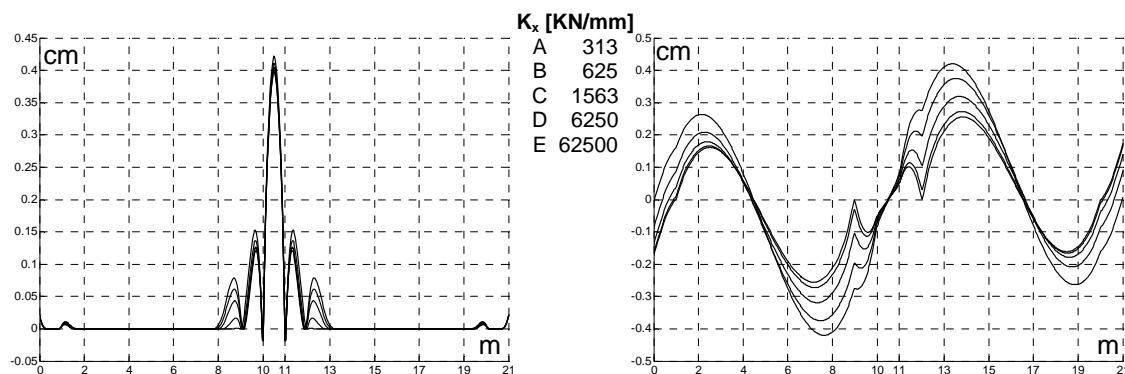


Fig. 6: Distacchi e scorrimenti per connessione concentrata in 5 sezioni per campata, in funzione della



rigidezza a scorrimento della connessione stessa.

Fig. 7: Distacchi e scorrimenti per connessione concentrata in 2 sezioni per campata (prossime alle estremità), in funzione della rigidezza a scorrimento della connessione stessa.

#### 4.2) Analisi in regime viscoelastico

In una seconda serie di analisi si è introdotta la deformazione impressa di origine viscosa, determinando l'evoluzione della deformazione e dello stato di sollecitazione nel tempo. Se si trascura la non linearità dovuta al vincolo trasversale unilatero, che d'altra parte ha un'influenza ridotta sul comportamento viscoso, il sistema potrebbe essere descritto in termini di una struttura omogenea soggetta ad un insieme di vincoli elastici, costituiti dalla parte metallica nel suo complesso (trave e connettori). Si tratta di un problema che può essere affrontato, in alternativa al metodo generale proposto in questa sede, anche mediante approcci più compatti, come il metodo delle funzioni di rilassamento ridotte o il metodo algebrico AAEM. La formulazione generale proposta, tuttavia, consente di estendere l'analisi anche a problemi non risolvibili in modo rigoroso con gli approcci compatti, come ad esempio i problemi che comportano ulteriori disomogeneità nella struttura, dovute ad esempio alla presenza di calcestruzzi con diverse proprietà. In particolare rientrano in questa categoria i problemi in cui si hanno disomogeneità dovute a differenti età dei conglomerati, all'articolazione delle fasi di costruzione e ai cambiamenti di schema statico durante la costruzione.

Le analisi in regime viscoelastico sono condotte con riferimento ai tre principali modelli di viscosità attualmente impiegati: il modello europeo CEB90, recepito dagli Eurocodici, il modello B3 sviluppato da Bazant sulla base di una modellazione esplicita dei fenomeni termodinamici in gioco, ed il modello GL2000, proposto da Gardner e che interpreta in modo

molto accurato i dati sperimentali (figura 8). Come è noto i tre modelli forniscono previsioni molto diverse, in particolare a lungo termine.

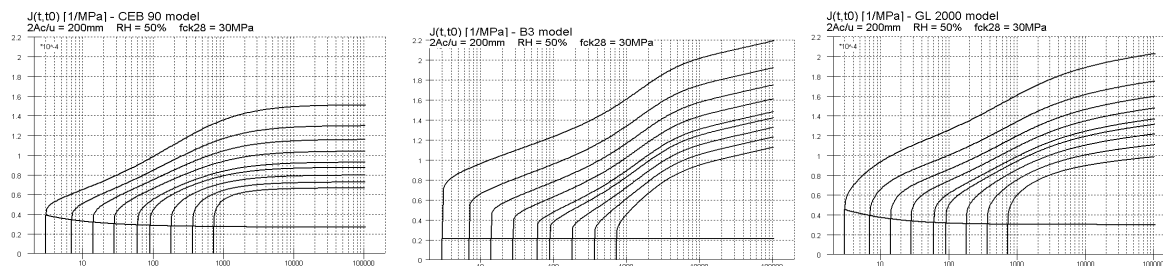


Fig. 8: Funzioni di compliance  $J(t, t_0)$  a parità di parametri secondo CEB90 – B3 – GL2000.

Nelle figure 9, 10, 11, è rappresentata l'evoluzione nel tempo dello sforzo assiale alla quota del baricentro della parte in calcestruzzo, stimato in corrispondenza degli appoggi intermedi e della mezzeria delle campate. Si tratta di un problema misto di viscosità e rilassamento, in cui la prevalenza dell'uno o dell'altro fenomeno dipende dalla rigidità della parte metallica (elastica) e della connessione. Nel caso di connessione localizzata all'estremità (figura 11) lo sforzo in corrispondenza dell'appoggio centrale si mantiene quasi costante, anche se sulla mezzeria si ha una diminuzione dovuta al rilassamento del calcestruzzo.

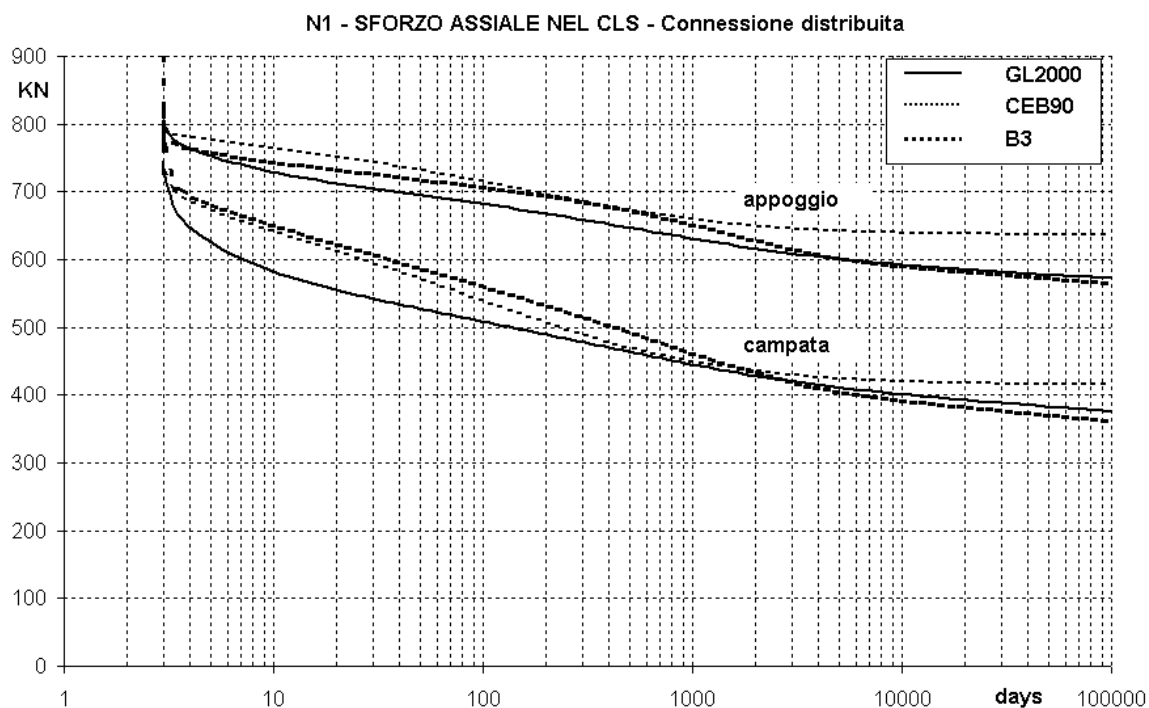


Fig. 9: Sforzo assiale nella parte in calcestruzzo, calcolato in corrispondenza dell'appoggio e della mezzeria delle travi, nel caso di connessione distribuita

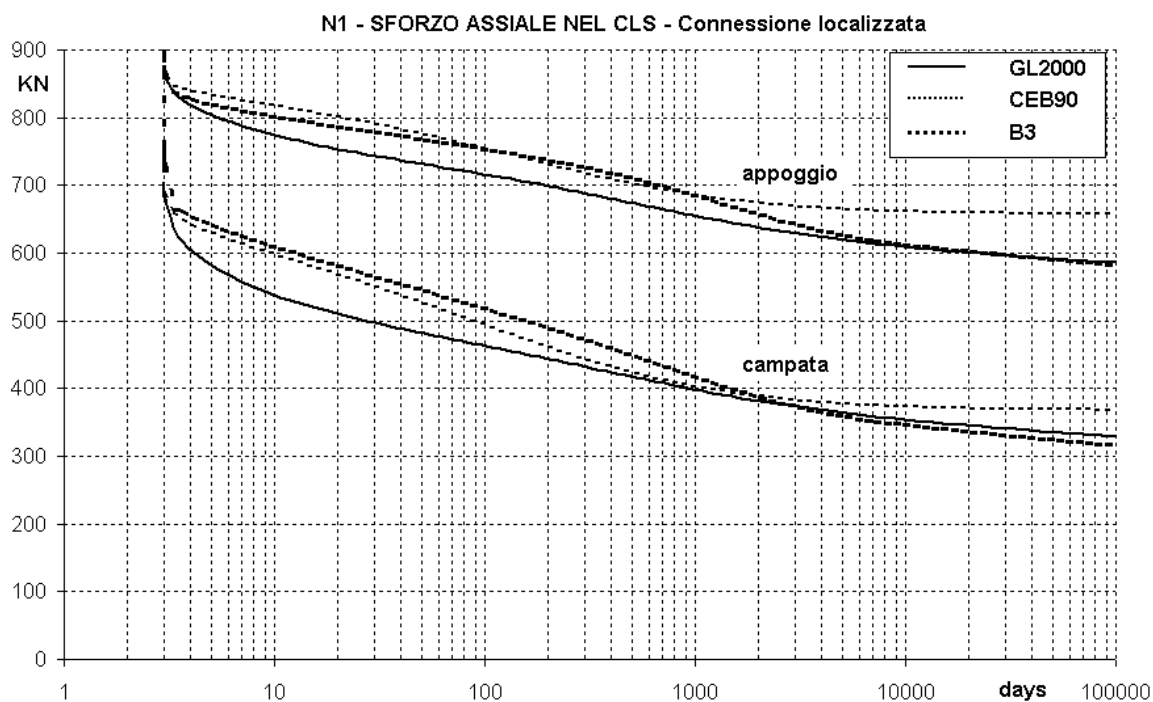


Fig. 10: Sforzo assiale nella parte in calcestruzzo, calcolato in corrispondenza dell'appoggio e della mezzeria delle travi, nel caso di connessione localizzata

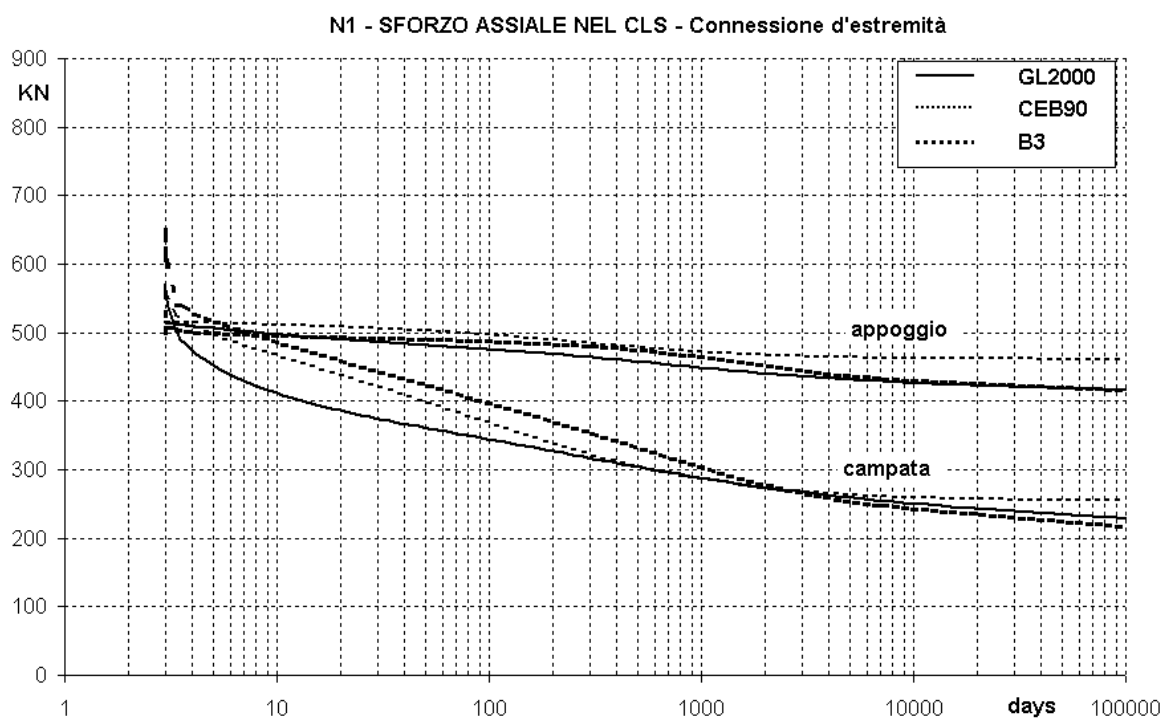


Fig. 11: Sforzo assiale nella parte in calcestruzzo, calcolato in corrispondenza dell'appoggio e della mezzeria delle travi, nel caso di connessione d'estremità

In figura 12 è rappresentata l'evoluzione degli sforzi condotta nel caso che la continuità della parte in calcestruzzo venga realizzata successivamente alla costruzione delle campate come travi composte. La travata è quindi soggetta ad un cambiamento dello schema statico e

l'evoluzione dello sforzo in corrispondenza del giunto sull'appoggio è un effetto della generale redistribuzione delle sollecitazioni. L'introduzione del cambiamento di schema statico nella soluzione passo-passo non comporta nessuna difficoltà di carattere numerico, a parte la costruzione di una scala dei tempi su base logaritmica che riparta da intervalli molto brevi in corrispondenza dell'istante del cambiamento di schema.

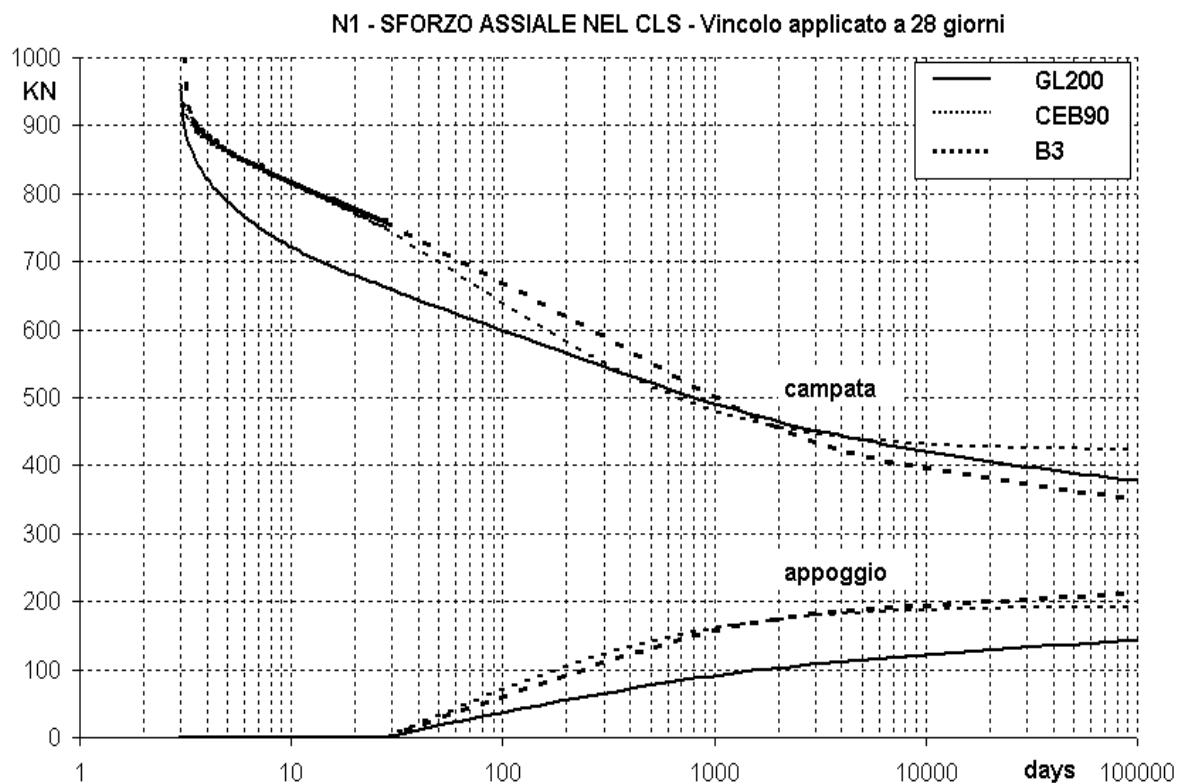


Fig. 12: Sforzo assiale nella parte in calcestruzzo, calcolato in corrispondenza dell'appoggio e della mezzeria delle travi, nel caso di connessione distribuita e vincolo intermedio realizzato dopo 28 giorni.

## CONCLUSIONI

L'applicazione del modello meccanico e degli schemi di soluzione numerica ad alcuni casi studio mette in evidenza le potenzialità del procedimento nell'esplorare comportamenti di travi composte in regime viscoelastico. E' importante sottolineare come questo tipo di impostazione consenta di condurre in modo relativamente semplice analisi viscoelastiche di tipo del tutto generale: oltre alla presa in conto della deformabilità trasversale, che permette l'introduzione di condizioni di vincolo generalizzate, la formulazione esplicita del sistema di equazioni differenziali permette di generalizzare il problema anche al caso di proprietà meccaniche e viscoelastiche variabili nel tempo e lungo l'asse delle trave; in particolare si offre la possibilità di esplorare in modo sistematico gli effetti delle disomogeneità del calcestruzzo, dovute ad esempio alle sequenze di costruzione ed alle variazioni stagionali dei parametri ambientali (temperatura, umidità relativa).

**BIBLIOGRAFIA**

- Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M. (1951):** *Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction*, Proceedings, Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 9, pp.75-92;
- Reza Salari M., Spacone E., Benson Shing P., Frangopol D.M. (1998):** *Nonlinear Analysis of Composite Beams with Deformable Shear Connectors*, A.S.C.E. Journal of structural Engineering, vol.124, n.10, pp.1148-1158;
- Abdel Aziz, K. (1986),** “*Modelisation et étude expérimentale de poutres mixtes acier-beton a connexion partielle ou espacée*”, Tesi di Dottorato presso l’Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 1986.
- Ansourian, P., Roderick, J. W. (1978),** “*Analysis of composite beams*”, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 104, ottobre 1978
- Aribert, J. M., (1988),** “*Etude critique par voie numérique de la méthode proposée dans l’Eurocode 4 pour le dimensionnement des poutres mixtes acier-béton à connexion partielle*”, Construction Métallique, n° 1, 1988, pp. 3-26.
- Aribert, J. M., Abdel Aziz, K. (1985),** “*Calcul des poutres mixtes jusqu’à l’état ultime avec un effet de soulèvement à l’interface acier-beton*”, Construction Métallique, n° 4, 1985, pp. 3-36.
- Aribert, J. M., Labib, A. G. (1982),** “*Modèle de calcul élasto-plastique de poutres mixtes à connexion partielle*”, Construction Métallique, n° 4, 1982, pp. 3-51.
- Aribert, J. M., Ragneau, E., Xu, H. (1993),** “*Développement d’un élément fini de poutre mixte acier-béton intégrant les phénomènes de glissement et de semi-continuité avec éventuellement voilement local*”, Construction Métallique, N° 2, 1993, pp. 31-49
- Cosenza, E., Mazzolani, S., (1993a),** “*Analisi in campo lineare di travi composte con connessioni deformabili: formule esatte e risoluzioni alle differenze*”, I Workshop Italiano sulle Strutture Composte, Trento, giugno 1993.
- Cosenza, E., Mazzolani, S., (1993b),** “*La valutazione delle frecce a breve termine nelle travi composte acciaio-calcestruzzo: l’influenza del comportamento non lineare dei connettori*”, I Workshop Italiano sulle Strutture Composte, Trento, giugno 1993.