

# STAZIONI VIRTUALI DI CODICE

Alberto Cina (\*), Ambrogio Maria Manzino (\*), Marco Roggero (\*)

(\*) Politecnico di Torino C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino ☎011-5647675  
Mail: cina@polito.it, manzino@polito.it, roggero@atlantic.polito.it

## Riassunto

Il lavoro si inquadra nel progetto nazionale del MURST cofinanziato nel 1999 e riguarda la simulazione eseguita, con l'uso dei dati giornalieri di alcune stazioni permanenti EUREF per verificarne il possibile impiego per il posizionamento in tempo reale. Questo articolo, relativo alla prima parte della ricerca MURST si limita a studiare le correzioni differenziali di codice, il segnale contenuto, ed una loro modellazione spaziale.

## Abstract

The paper reports on the simulation of a virtual reference station network, to test in in a real time applications. Differential corrections were calculated from pseudorange absolute positioning, and were modelled in space interpolating signal in data. This study is a part of a national research project financed by MURST in 1999.

## 1. Introduzione

Le stazioni permanenti GPS in Italia sono potenzialmente in grado di fornire correzioni differenziali a ricevitori mobili, tuttavia le precisioni sono limitate da errori sistematici, fra i quali quelli spazialmente correlati di troposfera, ionosfera, di effemeridi, che possono essere in parte resi funzione della posizione delle stazioni. Le distanze fra queste, possono raggiungere anche le centinaia di chilometri, rendendo inaccettabili le precisioni delle correzioni differenziali.

Per limitare i *bias*, le stazioni della rete possono modellare opportunamente l'effetto dei sistematici nella posizione approssimata del ricevitore mobile, ovvero in una *stazione virtuale* (VRS) molto prossima alla sua posizione reale.

Questo lavoro riguarda la parte di simulazione, nella quale le correzioni differenziali sono state ricavate a posteriori, utilizzando i file delle osservazioni delle più vicine stazioni permanenti. Allo scopo si è sviluppato un *software* col quale è possibile, compatibilmente con problemi di latenza e ricezione in rete dei dati, calcolare e fornire correzioni differenziali in tempo reale.

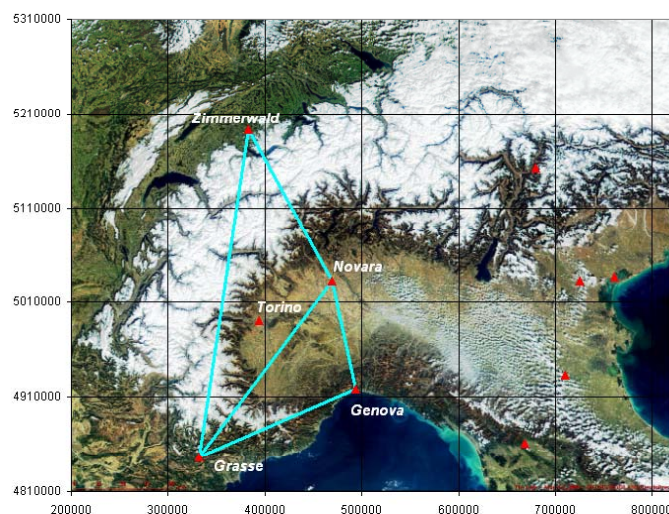
Il software, compilato in *visual fortran*, risponde alle esigenze specifiche del problema esaminato: calcola le orbite dei satelliti ed esegue il posizionamento assoluto con misure di pseudorange di codice. Nel caso di posizionamento differenziale, esclude dal calcolo le osservazioni relative ai satelliti non osservati da tutte le stazioni della rete. Il programma è compatibile con diversi formati di input:

- File delle osservazioni in formato RINEX.
- File delle effemeridi broadcast in formato RINEX o precise in formato SP3.
- In tempo reale effemeridi broadcast e osservazioni grezze dal ricevitore tramite porta seriale.

Include anche alcune interessanti funzioni per il controllo di qualità sui dati:

- Tracciamento di elevazione e azimut dei satelliti.
- Stima del bias dell'orologio del ricevitore.

- Stima del ritardo ionosferico e troposferico.
- Stima reale delle ambiguità.



*fig. 1 - la rete di stazioni permanenti utilizzata*

Normalmente si usa il concetto di stazione virtuale per il posizionamento differenziale con misure di fase; per il momento abbiamo esteso e applicato questo concetto esclusivamente al posizionamento differenziale con misure di codice, modellando nello spazio e nel tempo, direttamente gli errori plano-altimetrici della stazione di misura.

Ciò semplifica per ora il problema ed è ugualmente utile in termini applicativi per utenze non professionali. Può essere inoltre considerato un buon posizionamento di partenza per fissare in seguito le ambiguità di fase. Il lavoro mostra applicazioni sulle correzioni alle coordinate.

Abbiamo utilizzato nei test le osservazioni delle stazioni permanenti di Novara, Genova, Grasse, Zimmerwald e Torino (fig. 1), prima in modo indipendente, poi mettendo in relazione le correzioni delle prime quattro stazioni, al fine di ottenere il miglior posizionamento differenziale della stazione baricentrica di Torino. Le distanze coinvolte sono centinaia di km; dieci volte superiori a quelle usate per il posizionamento RTK.

## **2. Le correzioni differenziali**

Vediamo di che ordine di grandezza sono queste correzioni e come variano nel tempo. Il confronto è tra coordinate note e quelle ricavate dal posizionamento pseudorange di codice fatto con ephemeridi broadcast. Requisiti del posizionamento differenziale sono: la stazione base e la stazione mobile devono calcolare la loro posizione nello stesso modo, utilizzando solo i satelliti osservati da entrambe; in questo caso si sono usati quelli comuni alle cinque stazioni.

La fig. 2 rappresenta gli errori di posizionamento in longitudine delle cinque stazioni in esame, e si riferisce alle 24 ore del 20/9/2000. Le osservazioni sono ad intervalli di 30 secondi.

Notiamo subito dalla fig. 2 che gli errori, al massimo circa 20m, sono molto simili, anche per stazioni che sono molto lontane tra loro. Si osservi anche che le misure variano improvvisamente in certe epoche, che corrispondono ad un cambiamento della costellazione, ovvero al sorgere o al tramontare di un satellite. Gli errori del posizionamento sono di maggiore entità per l'altezza ellissoidica: i massimi arrivano a 50 m.

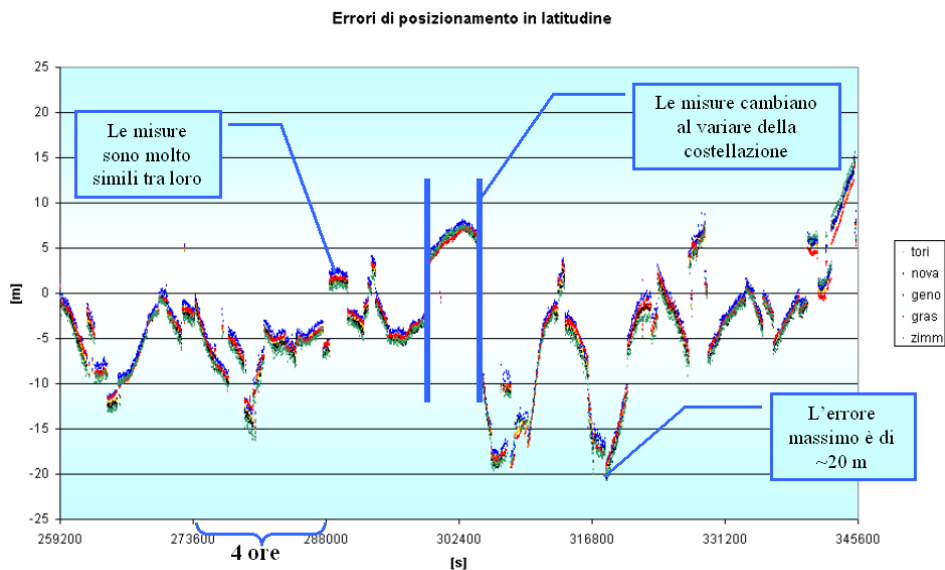


fig. 2 correzioni differenziali  $\Delta\lambda$  in metri delle 5 stazioni della rete: in ascissa il tempo (tow)

La tab. 1 riporta (in metri) i valori di media e sqm degli errori di posizione per le quattro stazioni attorno a Torino. Sono molto simili; con un errore medio di  $2 \div 5$  m per la planimetria, con sqm di  $5 \div 6$  m, e un errore medio per l'altimetria di 10 m, con sqm pure di 10 m.

(m)	Grasse			Genova			Novara			Zimmerwald		
	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$
Media	-3.7	2.9	-9.2	-3.1	2.0	-11.4	-4.0	1.0	-10.2	-4.2	1.4	-9.6
Sqm	6.1	5.3	10.2	6.2	5.2	10.2	6.3	5.3	10.1	6.5	5.1	10.1

Tab. 1- errori di posizione di varie stazioni attorno a Torino

Nell'invio di correzioni differenziali esiste il problema della latenza, ovvero del ritardo dovuto ai tempi di calcolo e di trasmissione delle informazioni dalla stazione base al ricevitore mobile. Ne consegue che una correzione differenziale calcolata per un dato istante nella base, verrà invece applicata in un istante successivo nel ricevitore mobile. Quale latenza può essere tollerata? Per quanto tempo è possibile applicare la stessa correzione senza introdurre degli errori?

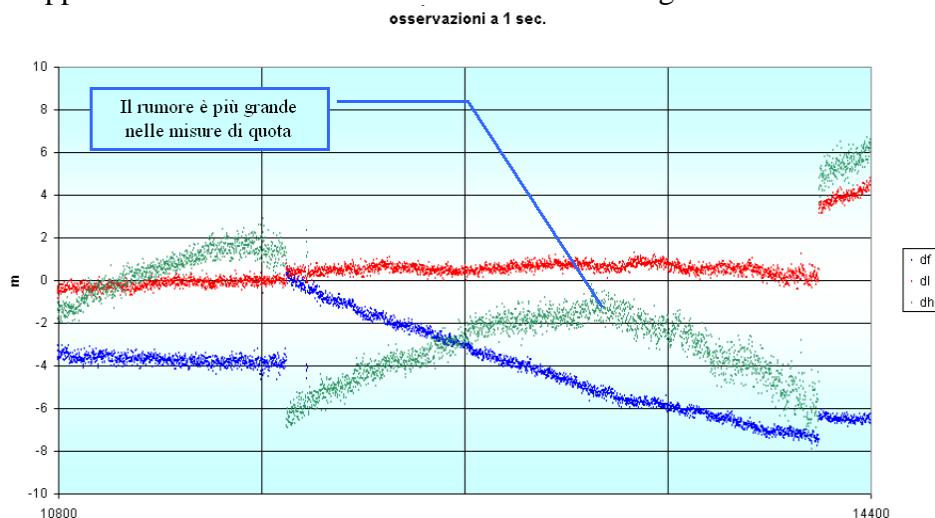


fig. 3- errori di posizione nella stazione di Torino nel tempo: epoche di 1s

Per rispondere a queste domande osserviamo ingrandito il diagramma degli errori di posizionamento della stazione di Torino ad intervalli di un secondo (fig. 3), riferentesi ad un'ora di misure.

Notiamo ancora, come le misure cambiano marcatamente al variare della costellazione. In questo grafico è però importante osservare come sia presente un segnale che, per periodi non troppo lunghi, può essere facilmente interpolato e una componente dovuta al rumore.

Questo ci consente di rispondere alle domande che ci siamo posti: sino a quando il segnale presente nelle misure non diventa più grande del rumore, è possibile non solo ricevere il dato, ma anche utilizzarne la sua tendenza per predirlo ad epoche successive. Nel caso specifico ciò avviene anche per più di un minuto a parità di costellazione. La figura mostra anche che il rumore è più grande nelle misure di quota che in planimetria.

Vediamo finalmente i risultati del posizionamento differenziale della stazione di Torino, riassunti in tabella 2. È evidente un maggiore scostamento degli errori residui ottenuti utilizzando le correzioni differenziali calcolate con la stazione di Grasse.

(m)	Grasse			Genova			Novara			Zimmerwald		
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$
Media	-0.23	-1.68	-0.90	-0.09	-0.04	0.18	0.10	0.16	0.10	0.34	-0.11	-0.43
Sqm	0.55	0.48	0.86	0.40	0.58	0.81	0.38	0.46	0.75	0.62	0.45	0.92

Tab. 2- errori residui su Torino, calcolati con le correzioni differenziali di varie stazioni

Sia per quanto riguarda la planimetria che l'altimetria otteniamo ottimi risultati con le correzioni calcolate dalla stazione di Novara, la più vicina a Torino. In altimetria, com'era prevedibile, precisione ed accuratezza sono inferiori.

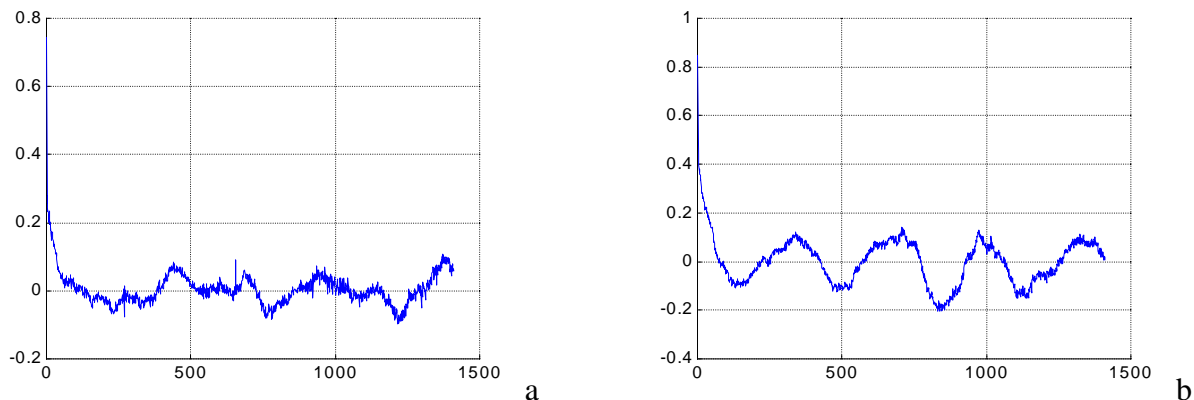
Prestiamo attenzione all'altimetria: mentre Grasse e Zimmerwald restituiscono un  $\Delta h$  in media negativo, Genova e Novara forniscono valori  $\Delta h$  positivi. Non a caso le prime due stazioni sono situate in quota (a circa 1300m e 950 m rispettivamente). Un modello fisico di troposfera, anche grossolano, come una semplice dipendenza dell'errore troposferico dalla quota, potrebbe migliorare il risultato finale.

### 3. Il segnale nei dati e la stazionarietà delle correzioni

Prima di proporre qualunque modello interpolativo ci domandiamo: ha senso interpolare le correzioni in una posizione definita stazione virtuale? La risposta è affermativa se sussistono queste due condizioni: nei dati sia presente un segnale e l'interpolazione eseguita in qualche modo lo estragga ed aumenti la precisione e l'accuratezza che si avrebbe in un posizionamento tradizionale.

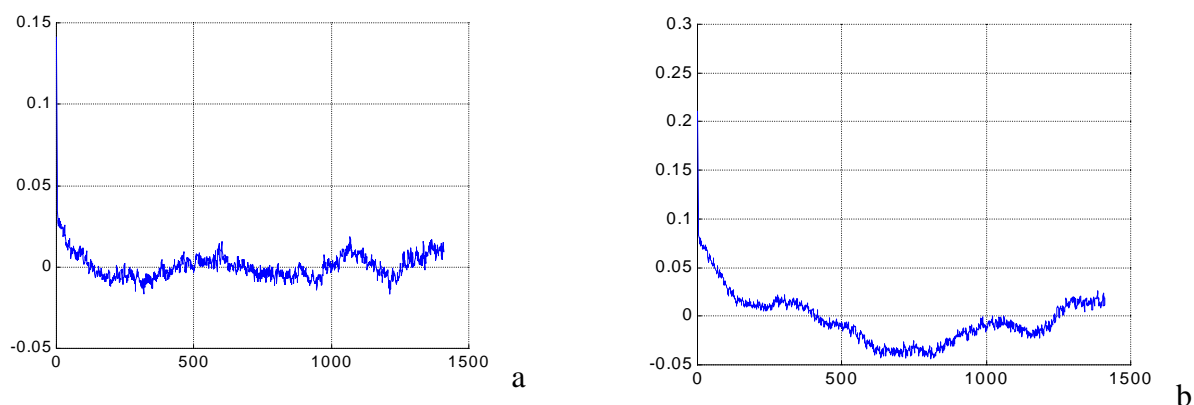
La prima verifica è stata eseguita cercando la presenza di un segnale con una funzione di autocorrelazione, la seconda cercando la migliore stima lineare della correzione di Torino in funzione delle correzioni degli altri siti. È evidente che l'ultima operazione non serve dal punto di vista pratico in quanto la correzione su un punto interno ad una maglia è proprio la quantità incognita, ma serve ugualmente a comprendere e giustificare una stima interpolativa.

I grafici seguenti mostrano le funzioni di autocorrelazione delle correzioni di quota di Torino calcolate da Grasse (fig. 4a) e da Zimmerwald (fig. 4b). Si nota la presenza di un segnale di potenza compresa tra 0.8 e 0.3, valori che giustificano un filtraggio. Le ascisse sono il numero di epoche a 30s. È anche evidente una lunghezza di correlazione di circa un centinaio di epoche e un andamento oscillatorio che si ripete circa ogni 300 epoche (due ore e mezza) che potremmo attribuire agli aspetti troposferici. I grafici delle altre due stazioni sono simili.



Figg. 4 - Autocorrelazioni delle correzioni  $\Delta h$  di Torino calcolate da Grasse: a) e Zimmerwald: b)

Le figure 5a e 5b descrivono le autocorrelazioni delle correzioni  $\Delta\varphi$  e  $\Delta\lambda$  della stazione di Torino calcolate da Novara. In questi casi invece si nota la presenza di un segnale molto più debole, (di potenza da 0.03 a 0.2) con lunghezze di correlazione un poco più ampie e con periodicità di almeno quattro ore. L'interpolazione di queste quantità non potrà fornire grandi miglioramenti.



Figg. 5 - Autocorrelazioni delle correzioni di Torino calcolate da Novara in  $\Delta\varphi$ : a) e  $\Delta\lambda$ : b)

Cerchiamo allora un segnale nei dati attraverso una funzione lineare del tipo

$$x_T = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (1)$$

dove  $x_T$  è la correzione (in  $\varphi$ ,  $\lambda$  o  $h$ ) della stazione test di Torino e  $x_1, \dots, x_n$  sono le correzioni delle quattro stazioni che la circondano,  $a_i$  sono i coefficienti da stimare. Nel nostro caso i coefficienti sono 4: è necessario allora utilizzare almeno 4 epoche nell'ipotesi che in quattro o più epoche questi valori siano stazionari.

Nella ricerca di un possibile periodo di stazionarietà il risultato è stato sorprendente: non solo si ha stazionarietà dopo diverse epoche, ma in tutta la giornata di misura. Risultati simili, per intervalli di tempo prossimi o superiori alle 24 ore, si sono ottenuti utilizzando anche altre giornate di misura.

A tale proposito lo strumento che si è ritenuto più adatto è quello dei minimi quadrati sequenziali. A partire dalla quinta epoca si sono stimati i parametri e le loro precisioni e ne sono stati graficati gli andamenti. Per verifica sono stati calcolati "all'indietro", come avviene ad esempio nel filtro di Kalman, ottenendo una seconda conferma (figure 6b e 6d). I grafici seguenti indicano l'andamento di questi parametri per la correzione di quota, ma gli stessi risultati, con valori dei parametri diversi, si ottengono per latitudine e longitudine.

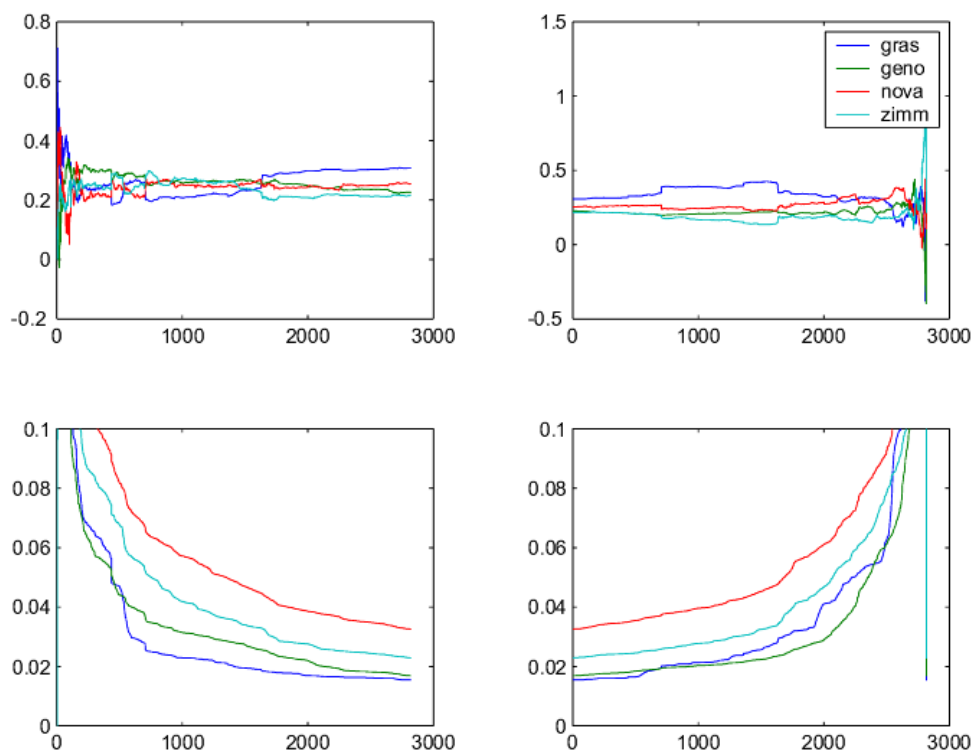


Fig. 6a e 6b (in alto): stazionarietà delle correzioni di quota (valori dei parametri  $a_i$  per le quote). Fig. 6c e 6d (in basso): sqm dei parametri  $a_i$  nel tempo.

Tutti indicano poi come le correzioni meno importanti quelle derivanti dalla stazione di Genova. La somma dei parametri è sempre molto prossima all'unità: ad esempio, per le quote, i valori di  $a_i$  della (1) sono:  $a_{GRAS} = 0.31$ ;  $a_{GENO} = 0.22$ ;  $a_{NOVA} = 0.25$ ;  $a_{ZIMM} = 0.22$ . Ciò ha un evidente motivo fisico.

I coefficienti trovati non sono tuttavia spiegabili completamente con la distanza tra le stazioni, ma permettono ugualmente di determinarne l'importanza.

La controprova è stata l'applicazione di questi parametri per i dati di tutta la giornata. Le correzioni interpolate di Torino, rispetto alla posizione nota hanno fornito i risultati di tabella 3, decisamente migliori, principalmente sul valore medio, di quelli calcolati dalla stazione più vicina di Novara.

(m)	Migliore interpolazione			Con correzioni di Novara		
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$
Media	-0.01	-0.04	-0.01	0.10	0.16	0.10
sqm	0.27	0.33	0.56	0.38	0.46	0.75

Tab. 3 - risultati dell'applicazione dei coefficienti giornalieri per determinare le correzioni di Torino

#### 4. L'interpolazione delle correzioni

Le prove precedenti hanno dimostrato che la correzione di una stazione interna alla rete può essere ricavata come combinazione lineare delle correzioni delle altre stazioni e che i coefficienti sono stazionari anche per una intera giornata.

Il risultato tuttavia non serve a predire le correzioni in relazione alla posizione del punto. È necessario un algoritmo di interpolazione funzione della posizione geografica della stazione rover. La scelta del miglior algoritmo di interpolazione è un problema di non facile soluzione che dipende sia dal dominio spaziale che dalle caratteristiche del segnale.

Per comprendere quali risultati possono attendersi da metodi classici di interpolazione e solo come metodo di prima approssimazione, abbiamo utilizzato le correzioni di tutte le stazioni con una combinazione lineare di pesi dipendenti dall'inverso del quadrato della distanza dai punti della rete.

Abbiamo così simulato il posizionamento differenziale della stazione permanente di Torino, utilizzando correzioni calcolate dalle stazioni di Genova, Grass, Novara e Zimmerwald.

I risultati sono riassunti in tab. 4. Notiamo i buoni valori di media, inoltre i valori di sqm dell'errore altimetrico sono diminuiti mediamente di più del 20%, rispetto ai risultati della stazione più vicina.

(m)	Correzioni interpolate: "1/d <sup>2</sup> "			Con correzioni da Novara		
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$
Media	-0.02	-0.19	-0.08	0.10	0.16	0.10
sqm	0.28	0.36	0.59	0.38	0.46	0.75

Tab. 4 - risultati dell'interpolazione con pesi = 1/d<sup>2</sup> per determinare le correzioni di Torino

Una seconda prova di interpolazione è stata eseguita con un modello linearmente dipendente dalla coordinate della stazione del tipo:

$$C = a_0 + a_1\varphi + a_2\lambda + a_3h \quad (2)$$

Tale modello è indipendente dalle correzioni stesse, dipende da queste solo indirettamente in quanto i coefficienti sono stati ricavati ai minimi quadrati imponendo il ritorno delle correzioni differenziali  $C$  in  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$  sulle quattro stazioni attorno a Torino. Per ricavare questi quattro coefficienti ad ogni epoca sono necessarie perlomeno quattro stazioni

I coefficienti sono stati ricavati in due modi: sfruttando i soli dati dell'epoca di misura od utilizzando i dati di un certo numero  $n$  di epoche precedenti la misura. Nel primo caso i risultati ottenuti sono stati peggiori di quanto ricavabile con l'interpolazione precedente: i valori di sqm in quota sono superiori ad 1m.

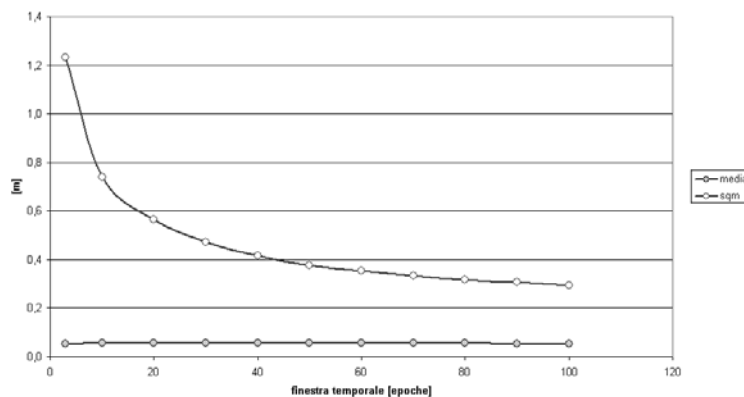


Fig 7 - medie e sqm in  $\varphi$  nel posizionamento differenziale a Torino al variare della finestra.

Il secondo metodo va attentamente considerato: è vero che l'utilizzo proposto è il "tempo reale" ma, per scopi statici non è operativamente gravoso rimanere sul punto di misura per un numero limitato di epoche. Per scopi cinematici, se fosse improponibile conoscere la posizione dopo 10 o 20 epoche di misura, è possibile predire questi coefficienti all'epoca di misura per mezzo del filtro di Kalman. Ai fini della simulazione abbiamo esaminato una finestra temporale di  $n$  epoche nella quale sono state usate tutte le correzioni per calcolare, per ogni coordinata, i quattro parametri della (2). Questi parametri sono poi stati usati per stimare le correzioni di Torino. Il confronto è avvenuto con le corrispondenti medie mobili, operate sulle stesse finestre, delle correzioni note di Torino.

La fig. 7 riporta i risultati del confronto ottenuti per la latitudine. Aumentando la finestra a 40 e più epoche si ottengono errori residui di posizionamento con sqm paragonabili ai metodi di interpo-

lazione sinora descritti, anche se non migliori. Le medie sono abbastanza prossime a zero. La tab. 5 indica i parametri di errore per una finestra di 40 epoche.

	Errori sul tipo di correzione (2)		
(m)	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	$\Delta h$
Media	-0.06	-0.55	-0.32
sgm	0.42	0.47	0.98

Tab. 5 statistiche su residui del posizionamento differenziale di Torino usando l'interpolazione (2)

All'esperimento sono possibili due critiche: i risultati ottenuti sono pessimistici in quanto i dati utilizzati riguardano epoche di 30s. In questi dati, dopo poche epoche, le correzioni differenziali non sono fra loro più correlate. Ha senso invece filtrare i dati di codice per epoche di un secondo, per le quali è anche ragionevole attendere una o due decine di epoche. Purtroppo molte stazioni permanenti non forniscono dati ad un secondo.

L'equazione (2) ha lo svantaggio, utilizzata ai minimi quadrati, non utilizzare direttamente, come la (1) le correzioni ed il segnale ad alta frequenza in queste contenuto, ma anzi di "lisciare" questi segnali, anche se ha ovviamente il vantaggio di rimuovere un poco il rumore.

## Conclusioni

Anche per le correzioni differenziali di codice ha senso parlare di stazioni virtuali. Anche per distanze elevate tipiche dell'attuale rete EUREF l'interpolazione delle correzioni rimuove gran parte dei sistematismi e aumenta la precisione sulla posizione. Il fenomeno della latenza è in tal caso di scarso rilievo. Le correzioni sono ben modellabili con coefficienti simili a pesi che sono stazionari per lunghi periodi. È auspicabile che le stazioni permanenti si attrezzino a fornire dati con rate di un secondo.

## Bibliografia

Borre K., G. Strang, *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*, Wellesley-Cambridge Press, 1997.

Cina A., *GPS, principi, modalità e tecniche di posizionamento*, Celid, maggio 2000.

Hofmann Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J, *GPS Theory and Practice*, Springer Wien New York, 1997.

Leick A., *GPS Satellite Surveying*, Wiley Interscience Publication, 1995.

Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., *Numerical Recipes in Fortran 77*, Cambridge University Press, 1992.

Riguzzi F.– Istituto Nazionale di Geofisica, *La trasformazione delle osservazioni GPS nel formato internazionale di scambio RINEX* in Bollettino di Geodesia pp 71-94 n.° 1 - 1995.

Vollath U., Buecherl A., Landau H., Pagels C., Wagner B.: *Multi-base RTK positioning using virtual reference stations*. ION GPS 2000, 19-22 september 2000 pagg 123-131

Vollath U., Buecherel A., Landau H.: *Long-range RTK positioning using virtual reference stations*. ION GPS 2000, 19-22 september 2000 pagg 1143-1147.