

Applicazione del modello di frammentazione frattale ad un caso reale di caduta massi. Problematiche inerenti la scelta dei parametri di modello

*Original*

Applicazione del modello di frammentazione frattale ad un caso reale di caduta massi. Problematiche inerenti la scelta dei parametri di modello / Marchelli, Maddalena; DE BIAGI, Valerio; Grange, Hervé; Peila, Daniele. - In: GEAM. GEOINGEGNERIA AMBIENTALE E MINERARIA. - ISSN 1121-9041. - STAMPA. - 157:(2019), pp. 22-32.

*Availability:*

This version is available at: 11583/2786718 since: 2020-04-22T16:57:36Z

*Publisher:*

Patron Editore

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

# Applicazione del modello di frammentazione frattale ad un caso reale di caduta massi. Problematiche inerenti la scelta dei parametri di modello

Maddalena Marchelli\*  
Valerio De Biagi\*\*  
Hervé Grange\*  
Daniele Peila\*

\* Dipartimento di Ingegneria per l'Ambiente, il Territorio e le Infrastrutture (DIATI), Politecnico di Torino

\*\* Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica (DISEG), Politecnico di Torino

Il processo di frammentazione dei blocchi durante il crollo riveste particolare importanza all'interno del fenomeno di caduta massi. I singoli blocchi, interagendo con il pendio, tendono a fratturarsi, deviando la loro traiettoria, modificando la loro energia e generando blocchi di dimensioni inferiori. Il presente lavoro descrive un'applicazione di un modello di frammentazione frattale ad un caso studio e ne evidenzia le problematiche. Si propone un approccio multi-obiettivo per determinare i parametri di modello.

**Parole chiave:** caduta massi, frammentazione, modello frattale.

**Application of the fractal fragmentation model to a real rockfall study case. Issues in the choice of model parameters.** The fragmentation process of the falling blocks is a key aspect in the study and the simulation of rockfall phenomenon. The single blocks can generate fragments, deviating their trajectory, modifying their energy. The present research describes an application of a fractal fragmentation model on a real study case and identifies the main issues that can rise. A multi-objective procedure to define model parameters is suggested.

**Keywords:** rockfall, fragmentation, fractal model.

## 1. Introduzione

La caduta massi rappresenta uno dei fenomeni franosi a maggior impatto distruttivo, dovuto sia alla rapidità del fenomeno che alle energie coinvolte. Tale fenomeno consiste nel distacco e nella caduta di blocchi rocciosi, i quali possono eventualmente rimbalzare, scivolare, o rotolare lungo il pendio prima di arrestarsi. All'impatto con il suolo o lungo il percorso, i blocchi possono frammentarsi, producendo quindi più blocchi di pezzatura inferiore, ciascuno libero di seguire una traiettoria indipendente (Evans & Hungr, 1993). Durante tale processo il numero dei blocchi aumenta e le energie in gioco vengono modificate (Giacomini *et al.*, 2009; Haug *et al.*, 2016). Lo studio accurato del

fenomeno di caduta massi risulta quindi un aspetto cruciale nell'ottica di previsione del fenomeno e gestione del rischio. All'interno di questo, è essenziale la scelta di un opportuno volume o distribuzione di volumi dei blocchi potenzialmente mobilitabili. La definizione di uno scenario realistico, caratterizzato dalla localizzazione e quantificazione di possibili volumi instabili in parete, dalla loro propensione al distacco, e quindi dalla loro frequenza temporale, rappresenta lo step iniziale nel processo di analisi (Corominas *et al.*, 2014). Partendo da tali dati d'ingresso, l'analisi della propagazione del fenomeno permette di individuare la distribuzione delle aree di invasione e di arresto dei blocchi depositati al piede. Il grado di accuratezza, le modalità

dell'analisi, unitamente all'opportuna scelta dei parametri iniziali, influenzano in modo significativo la bontà della previsione. È opportuno quindi che l'analisi tenga in considerazione la possibilità che si verifichi durante la propagazione un processo di frammentazione del blocco, con conseguente aumento del numero di blocchi che si depositano a valle di volume inferiore rispetto a quello iniziale. Il processo di frammentazione è funzione di numerosi fattori, legati sia alla geometria del problema, i.e. la topografia del pendio, la forma dei blocchi, sia alle proprietà fisico-meccaniche, quali ad esempio la presenza di discontinuità nel blocco, la litologia del blocco e del suolo impattato, la presenza di vegetazione lungo il percorso (Giacomini *et al.*, 2009; Crosta *et al.*, 2015, Marchelli *et al.*, 2019). Data la complessità e la presenza di numerosi fattori che condizionano il fenomeno di frammentazione e, più in generale, tutta la fase di propagazione, una modellazione accurata risulta ancora oggi un aspetto complesso, che porta talvolta all'ottenimento di una distribuzione dei blocchi depositati al piede non realistica. In tal senso, spesso, il rilievo in sito dei blocchi depositati risulta utile per conoscere la reale evoluzione del fenomeno. In particolare, nella modellazione del proces-

so di frammentazione, una stima quanto più verosimile delle curve di distribuzione sia dei blocchi potenzialmente instabili che dei blocchi depositati al piede, nel seguito dettagliate, risulta un aspetto fondamentale per l'adozione di un modello di frammentazione e la taratura dei parametri richiesti dal modello stesso (Ruiz-Carulla *et al.*, 2017; Matas *et al.*, 2017).

Sebbene il processo di stima delle curve di distribuzione con le metodologie ad oggi a disposizione sia complesso, il presente lavoro di ricerca prescinde da tale criticità e considera che la migliore stima di tali curve sia ottenuta. A partire da questo, il presente lavoro intende sperimentare la validità del modello frattale di frammentazione proposto da Perfect (1997) e modificato da Ruiz-Carulla *et al.* (2017) e successivamente applicarlo ad un caso reale. La scelta e la taratura dei parametri sono il risultato di un'analisi in cui si investiga un'opportuna metodologia per la ricerca della soluzione ottimale, i cui aspetti più matematici sono stati trattati da Marchelli e De Biagi (2019a). I risultati di tale applicazione sono interessanti per lo sviluppo e l'adozione di tale modello frattale non solo nel campo geotecnico ma anche per lo studio dei processi di comminazione della roccia nell'industria mineraria (Djordjevic e Morrison, 2006; Tromans, 2008). Similmente, algoritmi di ottimizzazione possono essere anche utilizzati nello studio di altri fenomeni legati al rischio naturale (Marchelli e De Biagi, 2019b).

## 2. Distribuzione dei blocchi in-situ e al piede

L'individuazione dei possibili volumi di roccia mobilitabili, dalla loro propensione al distacco, e quindi la probabilità di accadimen-

to temporale dell'evento associata a tale volume costituisce il primo passo dell'analisi di pericolosità di caduta massi. Numerosi sono i fattori che controllano l'innescio del fenomeno, e.g. la litologia, l'erosione, le proprietà meccaniche dell'ammasso roccioso, la presenza e le caratteristiche dei piani di discontinuità (Budetta, 2004; Coromonas *et al.*, 2017). Risulta pertanto quasi impossibile definire un unico valore di volume rappresentativo potenzialmente instabile (Santana *et al.*, 2012). A tale proposito, negli ultimi anni, molte ricerche finalizzate all'individuazione della migliore stima (intesa in senso statistico) dei volumi instabili sono state condotte individuando approcci statistico-probabilistici che permettono di costruire una curva di distribuzione dei blocchi in parete (IBSD, *In-Situ* Block Size Distribution). Tali curve sono tracciate a partire da rilievi in parete delle caratteristiche geometriche e meccaniche delle discontinuità presenti e, più in generale, delle condizioni dell'ammasso roccioso (Riquelme *et al.*, 2014; Lato *et al.*, 2009).

L'identificazione e la caratterizzazione delle discontinuità presenti può essere realizzata mediante rilievo manuale, oppure attraverso tecniche di rilevamento indiretto quali la tecnologia LiDAR o la fotogrammetria digitale (Haneberg, 2008), ed eventualmente integrate tra loro (Lim *et al.*, 2005).

Le tecniche statistiche per la generazione delle curve tengono opportunamente in considerazione l'intrinseca variabilità delle condizioni dell'ammasso e della geometria dei piani di discontinuità, unitamente alla presenza singoli blocchi instabili (Elmoultie e Popopat, 2012; Mavrouli *et al.*, 2015; Mavrouli e Corominas, 2017). La qualità del rilievo effettuato e la scelta del modello statistico condizionano pertanto l'accuratezza dell'IBSD.

Considerando ora la distribuzione dei blocchi al piede (RBSD, Rockfall Block Size Distribution), studi pregressi hanno mostrato che tali curve sono ascrivibili a leggi di potenza (Dussauge *et al.*, 2002). Sulla base dell'invarianza di scala che caratterizza tali funzioni, Ruiz-Carulla *et al.* (2015) forniscono un'efficiente metodologia per ottenere l'RBSD basata sul rilievo manuale su limitate porzioni di deposito e omogeneizzazione all'intera area. Nel dettaglio, la procedura prevede (i) un campionamento selettivo dei blocchi di piccola-media dimensione (suddivise per classi volumetriche) all'interno di porzioni di omogenee di deposito, (ii) un rilievo completo di tutti i blocchi di grande volumetria all'interno del deposito. La bontà del rilievo, unitamente alla scelta delle aree omogenee, influisce notevolmente sul risultato (De Biagi, 2017; Gili *et al.*, 2017). In ultimo, ai fini della costruzione di una legge di frequenza dei blocchi crollati, la conoscenza degli eventi pregressi deve integrare il rilievo manuale (De Biagi *et al.*, 2017).

## 3. Il processo di frammentazione

Il processo di frammentazione di un blocco instabile consiste nella formazione di un vario numero di frammenti lapidei a seguito dell'interazione del blocco roccioso con il pendio lungo il quale il fenomeno di caduta massi si propaga. In riferimento alla trattazione precedentemente esposta relativa alle distribuzioni dei volumi, qualora non avvenga frammentazione, la IBSD e la RBSD coincidono, in caso contrario, si osserva che la RBSD differisce, anche notevolmente, dalla IBSD (Ruiz-Carulla *et al.*, 2017).

Numerosi sono i fattori che influenzano l'innescio e l'evoluzione

del processo di frammentazione, quali, ad esempio, la topografia del versante, la litologia e le caratteristiche meccaniche sia del blocco che del versante stesso, la presenza e la natura delle discontinuità eventualmente presenti nel blocco impattante, la presenza di ostacoli durante il percorso (Crosta *et al.*, 2006; Crosta *et al.*, 2007). Tale complessità si riflette nella difficoltà di modellare opportunamente tale processo in quanto risulta difficile prevederne sia l'accadimento che l'evoluzione e, conseguentemente, il numero di blocchi generatisi e la loro dimensione. La valutazione dell'energia cinetica a seguito della frammentazione risulta anch'essa di difficile determinazione (Grady e Kipp, 1985).

Allo stato attuale, numerosi studi sono stati condotti utilizzando misure effettuate sul deposito, sebbene questo comporti inevitabilmente assunzioni semplificative, al fine di determinare la cinematica e la dinamica dei blocchi mobilitati (Crosta *et al.*, 2007; Nocilla *et al.*, 2009). Al contrario, la modellazione numerica del processo di frammentazione risulta, ad oggi, poco investigata (Vanichkobchinda *et al.*, 2007). Sono stati sviluppati alcuni modelli DEM in 2D o in 3D in cui il processo di frammentazione risulta funzione della presenza di discontinuità pre-esistenti (Salciarini *et al.*, 2009; Cuervo, 2015), o dello sforzo normale agente all'impatto (Wang e Tonon, 2011; Zhao *et al.*, 2017), adottando modelli statistici di distribuzione volumetrica (Paluszny *et al.*, 2015), o approcci stocastici che seguono una legge di distribuzione dei frammenti generati di tipo legge di potenza (Matas *et al.*, 2017).

Lo studio del processo di frammentazione è affrontato anche in altre discipline (Mandelbrot, 1982; Turcotte, 1997; Perfect, 1997), ove si fa uso di modelli di tipo frattale.

### 3.1. Modello di frammentazione

Il presente lavoro fa uso del modello di frammentazione di natura frattale, basato quindi sull'invarianza di scala, proposto da Perfect (1997). Tale modello parte da un singolo blocco (iniziatore), il quale può suddividersi, in funzione di un'assegnata probabilità e modalità di rottura, in frammenti più piccoli i quali possono a loro volta suddividersi nello stesso modo. Ad esempio, supponendo che il blocco iniziatore possa suddividersi in  $N$  blocchi di egual volume, con una probabilità  $p$  di rottura, alla  $i$ -esima iterazione ciascuno degli  $n$  blocchi generatisi dal blocco iniziatore potrà a sua volta frammentarsi, con probabilità  $p$ , in  $N$  blocchi. Pertanto all' $i$ -esima iterazione del processo, il frammento più pic-

colo avrà dimensione  $\frac{1}{N^i} V_0$ , dove

$V_0$  è il volume del blocco iniziatore. Tale modello assume pertanto che i blocchi generatisi ad ogni livello di frammentazione abbiano egual volume. La probabilità di rottura  $p$  è data da  $p = n/N$ , dove  $n$  è il numero di blocchi effettivamente generati.

In generale, ad ogni  $i$ -esimo livello di frammentazione, il numero dei frammenti con volume pari a:

$$V_i = \begin{cases} \frac{1-p}{N^i} & i \neq j \\ \frac{1}{N^i} & i = j \end{cases} \quad (1)$$

risulta pari a:

$$n_i = (pN)^i \quad (2)$$

Scelto il numero di volte in cui il processo viene iterato, i.e.,  $j$ , il numero totale degli elementi risultati è pari a:

$$\sum_{i=0}^{j-1} (pN)^i \quad (3)$$

Il valore della probabilità  $p$  di rottura necessariamente soddisfa la seguente condizione:

$$N^{-1} \leq p \leq 1. \quad (4)$$

Una probabilità minore del limite inferiore non produce frammenti, mentre una probabilità pari a 1 implica che tutti i blocchi vengano frammentati e, partendo da un singolo blocco iniziatore, si abbiano  $N^j$  blocchi totali. La figura 1 esemplifica tale processo per  $N = 8$ ,  $n = 2$ ,  $p = 2/8 = 0.25$ , mostrando i risultati ottenuti per un numero  $j$  di iterazioni, da 1 a 3.

Ruiz-Carulla *et al.* (2017) modificano lievemente tale modello aggiungendo un parametro definito "tasso di sopravvivenza"  $S_r$ , il quale, partendo da  $k$  blocchi iniziatori, definisce il numero di blocchi che non si frammentano. Questo comporta che se  $S_r = 0$ , tutti i blocchi si frammenteranno, mentre se  $S_r = 1$ , non avverrà alcun processo di frammentazione e le distribuzioni iniziali e finali coincideranno, i.e. la IBSD e la RBSD saranno equivalenti (Figura 2). Gli Autori introducono la possibilità di utilizzare come iniziatore una distribuzione di volumi, invece che un singolo blocco, e di studiare la distribuzione dei volumi conseguente al processo di frammentazione.

## 4. Metodologia

### 4.1. Costruzione della curva IBSD

La distribuzione dei blocchi in parete è stata determinata sulla base dei risultati ottenuti mediante rilievo geomeccanico manuale, adottando una metodologia di calcolo semplificata (Philippot, 2015). Tale approccio necessita come dati di partenza la giacitura delle tre principali famiglie di discontinuità della massa rocciosa e fornisce un insieme di volumi

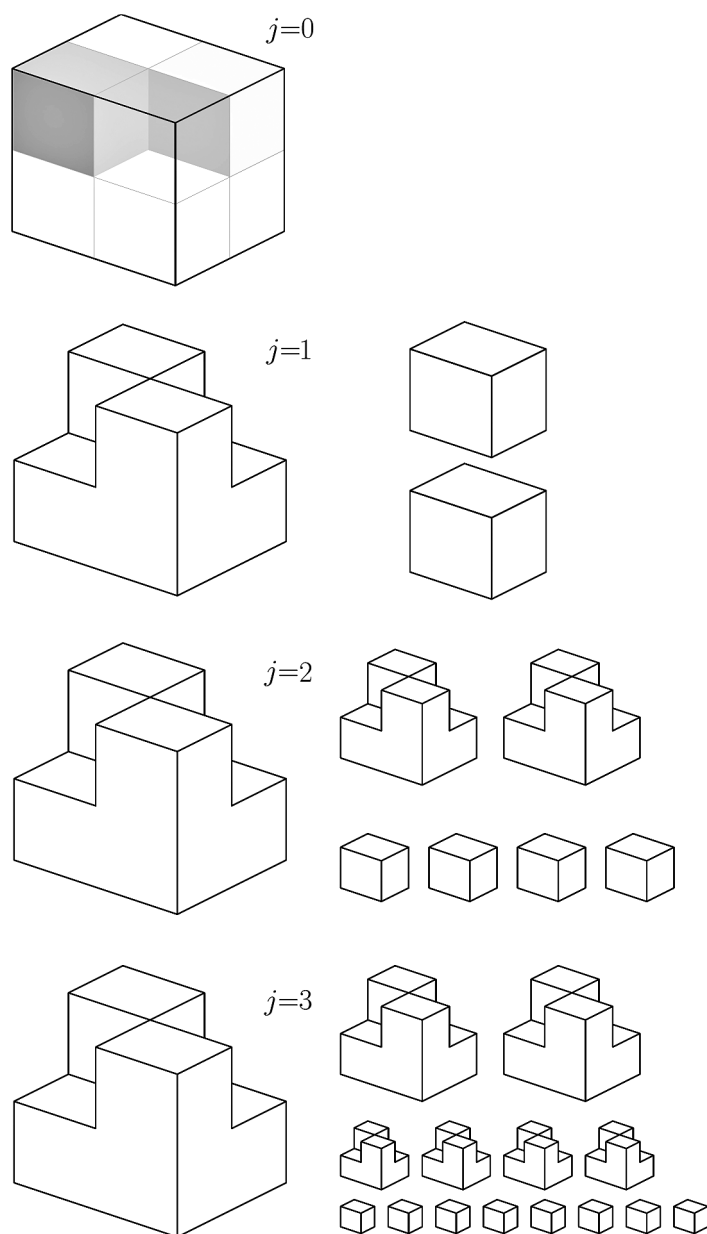


Fig. 1. Schema del processo di frammentazione  $N=8, n=2, p=2/8, j$  da 1 a 3. La posizione dei cubetti blu e grigi, rappresentativi delle parti in cui si il blocco si porzione, è arbitraria (Marchelli e De Biagi, 2019a).

Sketch of the fragmentation process.  $N=8, n=2, p=2/8, j$  in the range 1 to 3. The position of blue and grey cubes, which represent the fragmented parts, is arbitrary.

instabili potenzialmente presenti sulla parete. All'interno del presente lavoro, le giaciture di tali famiglie sono assunte come parametri deterministici, mentre la spaziatura e la persistenza di due di esse sono variabili di tipo probabilistico la cui distribuzione cumulata di probabilità ha la forma di una legge esponenziale negativa troncata, espressa dalla seguente formula:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < x_m \\ \frac{e^{-x_m/\lambda} - e^{-x/\lambda}}{e^{-x_m/\lambda} - e^{-x_M/\lambda}} & x_m \leq x \leq x_M \\ 1 & x > x_M \end{cases} \quad (5)$$

in cui  $x_m$  e  $x_M$  rappresentano rispettivamente il valore minimo e massimo osservati in situ,  $\lambda$  è un fattore di forma, equivalente al valor medio delle misure in situ (Figura

3). Ciascuno dei possibili blocchi instabili viene generato dall'intersezione tra tre discontinuità, ciascuna appartenente rispettivamente ad una delle tre famiglie: la prima discontinuità rappresenta il piano di scivolamento e la seconda il giunto di trazione. La terza famiglia isola lateralmente il blocco e la sua spaziatura, così come la persistenza, sono supposte sufficienti ad isolare ciascun blocco potenzialmente instabile. Tali famiglie rappresentano una popolazione (intesa in senso statistico) di discontinuità, avente medesima giacitura, entro cui vengono estratte, mediante una generazione di tipo Montecarlo, le discontinuità che potenzialmente concorrono nel generare il volume instabile. Tra tutti i blocchi generati, quelli aventi volume superiore a  $8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  sono stati classificati all'interno delle classi di volumi riportati in Tabella 1. La seconda colonna riporta il volume di soglia massimo per ogni singola classe.

### 4.2. Costruzione della curva RBSD

La distribuzione di blocchi al piede è stata ottenuta mediante rilievo manuale, effettuato in accordo con la metodologia proposta da Ruiz-Carulla *et al.* (2015),

Tab. 1. Classi di volume adottate nel presente lavoro.

Volume classes.

Classe di volume	Volume (m <sup>3</sup> )
Classe 0	0.008
Classe I	0.022
Classe II	0.064
Classe III	0.181
Classe IV	0.512
Classe V	1.448
Classe VI	2.5
Classe VII	5
Classe VIII	10

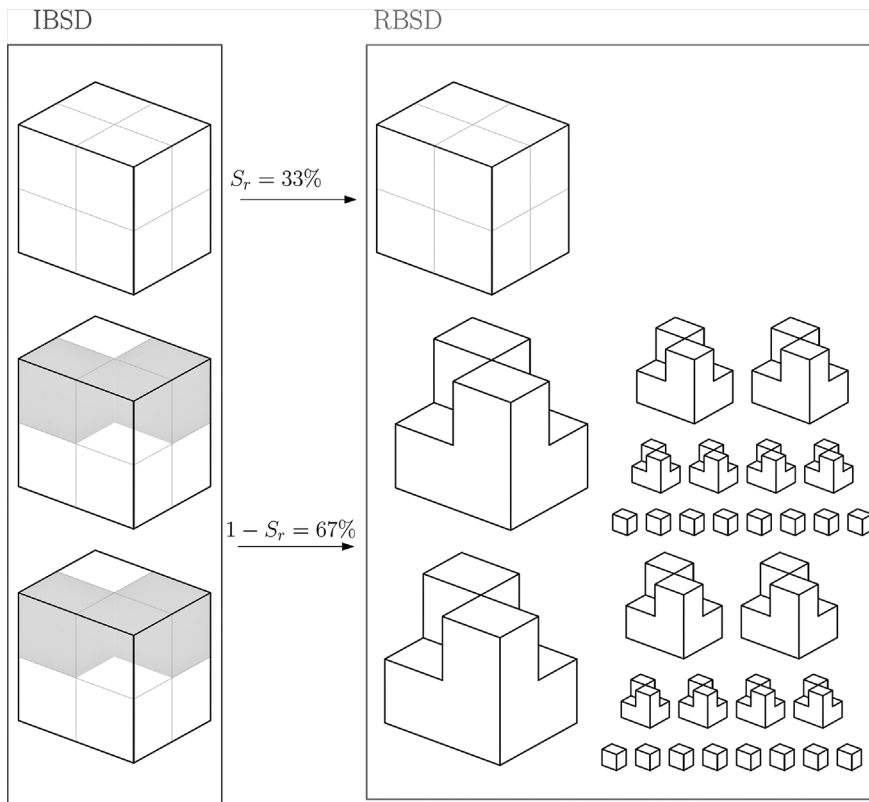


Fig. 2. Schema del processo di frammentazione con tasso di sopravvivenza iniziale  $S_r = 0.33$ ,  $N = 8$ ,  $n = 2$ ,  $p = 2/8$ ,  $j = 4$ . La posizione dei cubetti grigi, rappresentativi delle parti in cui si il blocco si porzione, è arbitraria. Sketch of the fragmentation process with survival rate  $S_r = 0.33$ ,  $N = 8$ ,  $n = 2$ ,  $p = 2/8$ ,  $j = 4$ . The position of blue and grey cubes, which represent the detaching parts, is arbitrary.

alla quale sono state apportate le seguenti modifiche.

Il campionamento selettivo dei blocchi è realizzato contando tutti i blocchi all'interno di un dato range di volumi all'interno di una sotto-area campione, presa sufficientemente ampia da essere rappresentativa di un'intera area omogenea (Figura 4). La distribuzione dei volumi per ogni singola area omogenea è ottenuta mediante estrapolazione dei dati ottenuti per la sotto-area, raccolti per classi di volumi, come riportato in Tabella 1. I blocchi di grande volumetria sono invece contati singolarmente all'interno di tutto il deposito.

Sfruttando la proprietà dell'invarianza di scala, è stata proposta un'ottimizzazione del processo di campionamento selettivo. All'interno di ogni area omogenea è individuata una sotto-area campione (di

dimensione  $12 \times 12$  m), a sua volta suddivisa in 4 porzioni ( $6 \times 6$  m), come riportato in Figura 4. I blocchi con volumetria compresa tra le classi 0-V sono misurati nelle sole porzioni A1 e A2, mentre i blocchi

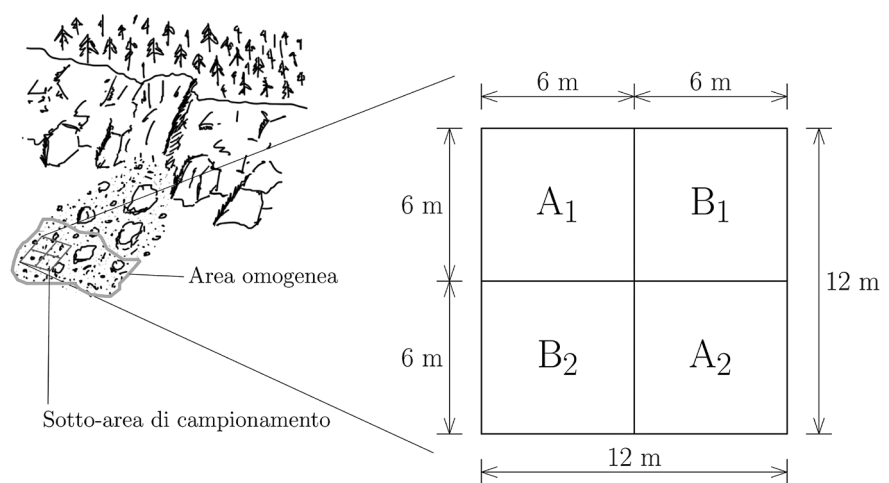


Fig. 4. Metodo di campionamento per la costruzione della curva RBSD. Sampling method for the construction of the RBSD curve.

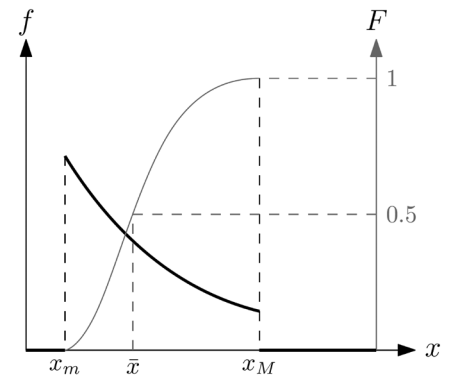


Fig. 3. Funzioni di densità di probabilità, i.e.  $f$  (in nero), e di probabilità cumulata, i.e.  $F = \int f dx$  (in grigio), per una distribuzione di probabilità esponenziale negativa troncata. L'area sottesa alla curva nera è pari ad 1. Probability density, i.e.  $f$  (in black), and cumulative, i.e.  $F = \int f dx$  (in gray), functions for a negative truncated exponential probability distribution. The area below the black curve has unit area.

con volumetria compresa tra classe V e VIII nelle porzioni B1 e B2. Il volume limite inferiore di osservazione è assunto pari a  $8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , così come operato nella costruzione della IBSD. L'estrapolazione dei risultati a tutta la sotto-area campione per la classe V si ottiene mediante somma dei singoli valori misurati nelle porzioni A1, A2, B1, e B2. Relativamente alle volumetrie appartenenti alle classi 0-IV, l'estrapolazione avviene mediante somma dei valori misurati nelle porzioni A1 e A2, raddoppiati. Similmente si è

operato per le classi VI-VIII, considerando le misure effettuate nelle porzioni B1 e B2.

L'extrapolazione all'intera area omogenea e, conseguentemente, a tutto il deposito, è fatta in accordo con la procedura proposta da Ruiz-Carulla *et al.* (2015), in accordo alla quale la RBSD è ottenuta sommando le distribuzioni relative alle singole aree omogenee, cui vengono aggiunti i blocchi di grande volumetria.

### 4.3. Stima dei parametri del modello di frammentazione

Il modello frattale enunciato nel Cap. 3.1 è stato applicato alla IBSD, ottenendo una distribuzione dei blocchi frammentati (FBSD, Fragmented Block Size Distribution), anch'essa definita per le stesse classi di volumetria delle altre distribuzioni (Tabella 1). Partendo da un dato insieme di parametri  $\pi = (S_j; N; n)$ , ciascun blocco (iniziatore), appartenente ad una data classe di volume, produce una serie di blocchi la cui volumetria e numero sono definite dalle Eq. (1) e (2), rispettivamente. Queste, a loro volta, sono fortemente dipendenti dal numero  $j$  di iterazioni del processo. I risultati relativi ad un singolo blocco di una data classe sono moltiplicati per il numero di blocchi appartenenti alla classe in esame. Tale procedura è ripetuta per tutte le classi di volume riportate in Tabella 1 e per tutti i blocchi di grande volumetria singolarmente contati, che potranno a loro volta generare frammenti riconducibili alle classi di cui alla Tabella 1.

Il conteggio dei blocchi complessivamente generati dal processo di frammentazione avviene all'ultima iterazione, i.e. alla  $j$ -esima iterazione. La soglia limite inferiore per la costruzione della FBSD coincide con quanto disposto per la IBSD e la RBSD, ovvero  $8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ .

Al variare dei parametri conte-

nuti nel vettore  $\pi$ , a partire dalla medesima IBSD, si ottengono curve FBSD differenti. Pertanto, la migliore stima dell'insieme  $\pi$  dei parametri del modello di frammentazione è quella che minimizza lo scarto tra FBSD e RBSD. Ne consegue che la scelta della tecnica di ricerca della soluzione ottimale, i.e. la tecnica che permette la scelta dell'insieme  $\pi$  con cui calcolare la FBSD, è un aspetto cruciale per la bontà del modello.

### 4.4. Scelta della soluzione ottimale

Il metodo di ricerca della soluzione ottimale parte dall'assunzione che la distribuzione dei volumi al piede è in genere matematicamente descrivibile con una distribuzione di tipo Pareto I (De Biagi, 2017). Questo comporta che il legame di dipendenza tra il logaritmo dei volumi dei blocchi e il logaritmo della funzione di probabilità cumulata complementare, i.e. il complemento a uno della funzione di probabilità cumulata, sia di tipo lineare, con coefficiente angolare negativo, i.e. una retta decrescente. In tal senso, la funzione di probabilità cumulata complementare della RBSD risulta:

$$\log \bar{P} = m^* \log V + q^* \quad (6)$$

Dove  $m^* < 0$  e  $q^* \leq 0$ .

A partire dalla IBSD, il metodo di ricerca della soluzione ottimale adottato consiste nella seguente procedura iterativa:

1. scelta di un vettore  $\pi = (S_j; N; n)$  di parametri per il modello di frammentazione;
2. generazione della distribuzione di volumi frammentati FBSD per il vettore  $\pi$  scelto;
3. interpolazione lineare della funzione di probabilità cumulata complementare della FBSD, ossia:

$$\log \bar{P}_\pi = m_\pi \log V + q_\pi; \quad (7)$$

4. calcolo dei seguenti parametri per stimare la bontà dell'interpolazione lineare della FBSD:

$$\begin{cases} |m_\pi - m^*| \\ |q_\pi - q^*| \\ R_\pi \end{cases} \quad (8)$$

dove  $R_\pi \geq 0$  rappresenta la norma dei residui;

5. ottimizzazione multi-obiettivo, ossia iterazione dei passaggi 1-4 alla ricerca del set  $\pi$  che minimizza almeno uno dei termini obiettivo definiti in Eq. (8), ossia:

$$\min \begin{cases} |m_\pi - m^*| & \text{Ob.1} \\ |q_\pi - q^*| & \text{Ob.2} \\ R_\pi & \text{Ob.3} \end{cases} \quad (9)$$

Questo processo di minimizzazione porta ad una soluzione multipla, ossia a più vettori  $\pi = (S_j; N; n)$  ottimali facenti parte del cosiddetto fronte di Pareto (Michalewicz e Fogel, 2013). La scelta di minimizzare tre termini è dettata dal fatto che, in un'interpolazione lineare, due parametri descrivono analiticamente la curva interpolante, mentre il terzo è relativo alla bontà dell'interpolazione.

6. scelta del vettore  $\pi$  da adottare per la costruzione della FBSD ottimale, ossia che meglio rappresenta la RBSD in sito.

Il caso studio presentato nel Cap. 5 e discusso al Cap. 6 mostrerà come la scelta del set di parametri  $\pi$  da adottare, i.e. il punto 6 del precedente elenco, risulti l'aspetto critico per l'applicazione del modello frattale. Tra i punti del fronte di Pareto, è infatti possibile individuare i vettori  $\pi_1, \pi_2$  e  $\pi_3$  che minimizzano, uno ad uno, ciascuno dei 3 obiettivi riportati in Eq. (9).

Data la natura multi-obiettivo del metodo di ricerca della solu-

zione ottimale, ossia l'impossibilità di identificare un vettore  $\pi$  tale per cui tutti e tre gli obiettivi sono contemporaneamente minimizzati, si costruisce un vettore  $\pi = (\overline{Sr}; \overline{N}; \overline{n})$ , in cui i parametri sono dati dalla media dei parametri di tutti i punti del fronte di Pareto.

## 5. Caso studio

Il modello di frammentazione descritto nel Par. 3.1 è stato applicato ad un caso reale di frammentazione relativa a eventi di caduta massi. Il sito test si trova nel comune di Saint-Christophe (45.7697 N, 7.3555 E), in Valle d'Aosta, ad una quota di circa 1530 m s.l.m. In particolare, la parete oggetto di studio si configura come una parete fratturata di pendenza media pari a 52°, alla base della quale si estende l'area di deposito (Figura 5). La ridotta estensione sia della parete che del deposito ha permesso di realizzare misurazioni quanto più accurate possibili, sia per il rilievo delle discontinuità in parete che per il campionamento selettivo nell'area di deposito.

Ai fini di caratterizzare la parete oggetto di studio e investigare i cinematismi possibili e i volumi eventualmente mobilitabili (Figura 5a), è stato svolto un rilievo geomeccanico manuale, in conformità con le specifiche standard. Sono state individuate 4 famiglie di discontinuità principali, come riportato in Tabella 2. Per l'individuazione dei cinematismi possibili, in prima battuta, è stato condotto test di Markland, nell'ipotesi di un angolo di attrito delle discontinuità pari a 30°. Tale test ha permesso di individuare un possibile scivolamento planare lungo il piano A1. Al contrario nessun scivolamento a cuneo è stato individuato.

La IBSD è stata generata seguendo l'approccio riportato nel Par. 4.1. In accordo con il test di Mar-

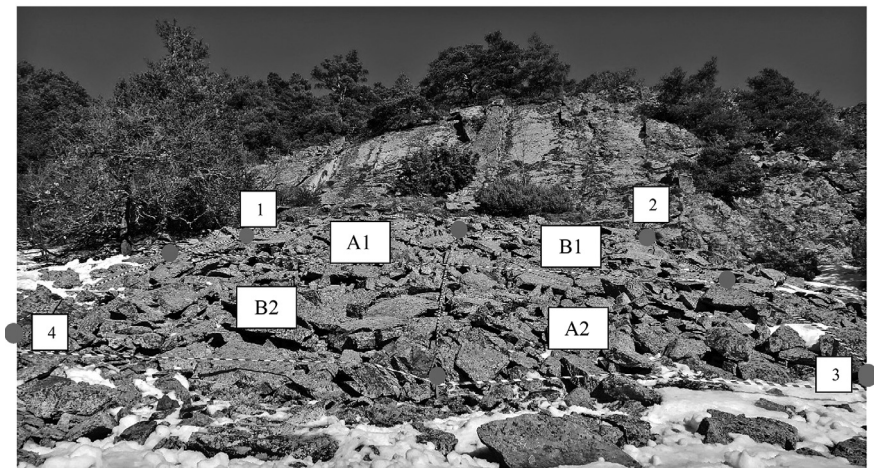
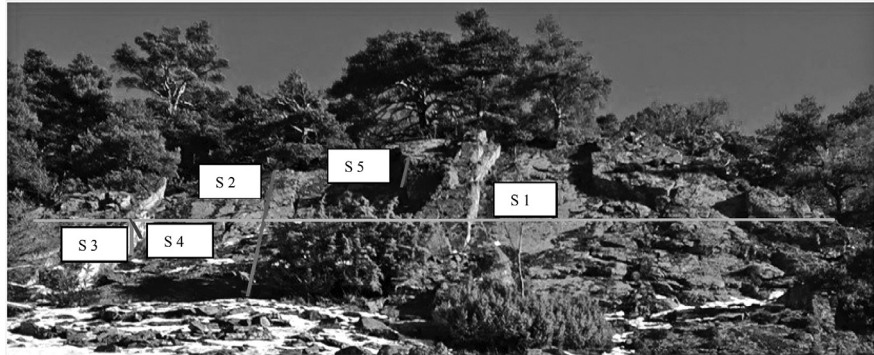


Fig. 5. Vista d'insieme della parete con indicazione schematica degli stendimenti eseguiti in fase di rilievo manuale (a) e del deposito con individuazione della sotto-area di campionamento (b) (Grange, 2018).

Overall view of the rockfall site with indication of the position of the in-situ (a) and deposit (b) manual surveys.

kland, la famiglia A1 è stata assunta come piano di scivolamento, la famiglia B come giunto di trazione, e la famiglia C come il piano che isola lateralmente il blocco. Il processo di estrazione Monte-Carlo è stato svolto iterativamente per 10<sup>3</sup> volte e l'insieme dei volumi mobilitabili è stato suddiviso nelle classi individuate in Tabella 1. La funzio-

ne di distribuzione cumulata complementare IBSD è rappresentata in blu in Figura 6.

Per all'area di deposito è stato realizzato un rilievo accurato e ne è stata costruita la RBSD, in accordo con la metodologia riportata nel Par. 4.2 (Figura 5b). La funzione di distribuzione cumulata complementare è rappresentata in rosso

Tab. 2 Proprietà geomeccaniche delle 4 famiglie di discontinuità principali individuate dal rilievo in parete. Per le famiglie A1 e B sono riportati anche i valori  $x_m$  e  $x_M$ , ovvero minimo e massimo, adottati nel modello di Philippon (2015).

Geomechanical properties of the 4 main discontinuity sets.

Famiglia	Inclinazione/ Immersione (°)	Spaziatura (m) media (min; max)	Persistenza (m) media (min; max)
A1	40°/274°	1.05 (0.37; 1.91)	0.55 (0.3; 0.8)
A2	15°/274°	1.0	1.33
B	52°/215°	1.0 (0.32; 0.68)	2.68 (0.8; 9.7)
C	76°/291	1.3	2.98



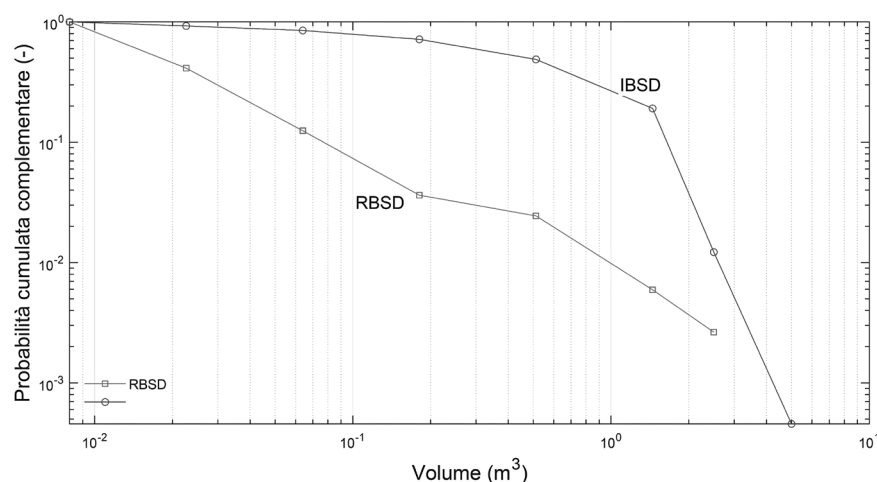


Fig. 6. Distribuzione dei blocchi in parete (IBSD) e distribuzione dei blocchi al piede (RBSD). In-situ Block Size Distribution and Rockfall Block Size Distribution.

in Figura 6. Come osservato in molti casi reali (Dussauge *et al.*, 2003), anche in questo caso l'andamento di tale distribuzione segue una legge di potenza, ossia risulta ben interpolato da una retta un piano bi-logaritmico, confermando la proprietà di invarianza di scala.

Confrontando in prima analisi la IBSD e la RBSD si osserva come queste non coincidano, evidenziando quindi l'occorrenza di un processo di frammentazione. Nella RBSD circa il 50% dei blocchi appartiene alla Classe 0, mentre nella IBSD il 50% dei blocchi sono più piccoli della Classe IV.

## 6. Risultati

La strategia di scelta della soluzione ottimale presentata nel Par. 4.4 è stata risolta mediante solutori di algoritmi genetici (Deb, 2001). Il modello di frammentazione è stato considerato per un numero di iterazioni  $j$  da 1 a 4. Per ciascuna di queste sono riportati, tra le possibili soluzioni i vettori  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$ , appartenenti al fronte di Pareto, e  $\bar{\pi}$ . Nel caso in esame è stato adottato uno schema che arrestava il numero di punti del fronte di Pareto a 160.

La scelta di  $\pi$  da adottarsi rappresenta un aspetto cruciale per la costruzione della FBSD che meglio approssima la RBSD. La Tabella 3 riporta i valori dei vettori di parametri e delle funzioni obiettivo per un numero di iterazioni  $j$  variabile da 1 a 4. La Figura 7 mostra infatti le FBSD ottenute con i vettori  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$ , e  $\bar{\pi}$ , per ciascun valore di  $j$ , variabile da 1 a 4. A li-

vello qualitativo si osserva come le soluzioni ottenute con differenti vettori  $\pi$  differiscano molto fra loro, e questo risulta tanto più evidente quanto più il numero  $j$  di iterazioni è basso. Nello specifico caso in esame, incrementando il numero delle iterazioni del processo emerge come la curva ottenuta utilizzando il vettore  $\bar{\pi}$  si avvicini maggiormente alla curva RBSD, benché per piccole volumetrie i volumi sono sottostimati per  $j=2$  e  $j=4$ . In linea generale, si osserva come i set  $\pi_1, \pi_2$ , portino ad una sovrastima dei volumi, mentre il set  $\pi_3$  ad una sottostima.

I grafici rappresentati in Figura 8 mostrano le FBSD ottenute per valori di  $j$  da 1 a 4, ottenuti per ciascun vettore  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  e  $\bar{\pi}$  rispettivamente. Da tali grafici risulta che l'impiego di  $\bar{\pi}$ , in particolare classi di volumetria inferiore alla VII, permetta di ottenere una FBSD con una tendenza e valori molto simili alla RBSD osservata, in particolare per un numero di iterazioni  $j > 1$ . A livello qualitativo si osserva

Tab. 3. Parametri adottati per il modello di frammentazione delle curve rappresentate in Figura 7 e Figura 8. Le colonne dalla (8) alla (10) rappresentano i valori delle funzioni obiettivo.

Parameters adopted for the fragmented block size distribution curves depicted in Figures 7 and 8. The columns (8) to (10) report the values of the objective functions.

Set	$j$	$S_r$	$N$	$n$	$b$	$p$	Ob. 1	Ob. 2	Ob. 3
$\pi_1$	1	0.9526	71.0000	4.1408	17.0000	0.2394	0.0000	0.5101	1.9281
	2	0.9574	53.0000	3.7563	16.0000	0.3019	0.0000	0.5027	1.9278
	3	0.9384	58.0000	3.8709	13.0000	0.2241	0.0000	0.5097	1.9271
	4	0.8401	72.0000	4.1602	5.0000	0.0694	0.0000	0.5084	1.9207
$\pi_2$	1	0.1532	75.0000	4.2172	6.0000	0.0800	0.1482	0.0001	1.7135
	2	0.7912	44.0000	3.5303	21.0000	0.4773	0.1533	0.0000	1.7752
	3	0.6284	40.0000	3.4200	13.0000	0.3250	0.2149	0.0000	1.7138
	4	0.2720	46.0000	3.5830	7.0000	0.1522	0.2187	0.0000	1.6889
$\pi_3$	1	0.0026	80.0000	4.3089	80.0000	1.0000	1.7060	3.2098	0.9566
	2	0.0381	9.0000	2.0801	9.0000	1.0000	1.1481	2.1528	1.1237
	3	0.0000	3.0000	1.4422	3.0000	1.0000	0.8129	1.3183	0.8379
	4	0.0017	33.0000	3.2075	13.0000	0.3939	0.4810	0.8624	1.4502
$\bar{\pi}$	1	0.2362	79.0000	4.2908	61.0000	0.7722	0.7232	1.2695	1.5256
	2	0.2144	52.0000	3.7325	10.0000	0.1923	0.2103	0.2035	1.6634
	3	0.2766	49.0000	3.6593	11.0000	0.2245	0.2902	0.1712	1.6319
	4	0.1876	46.0000	3.5830	13.0000	0.2826	0.2520	0.3303	1.6276

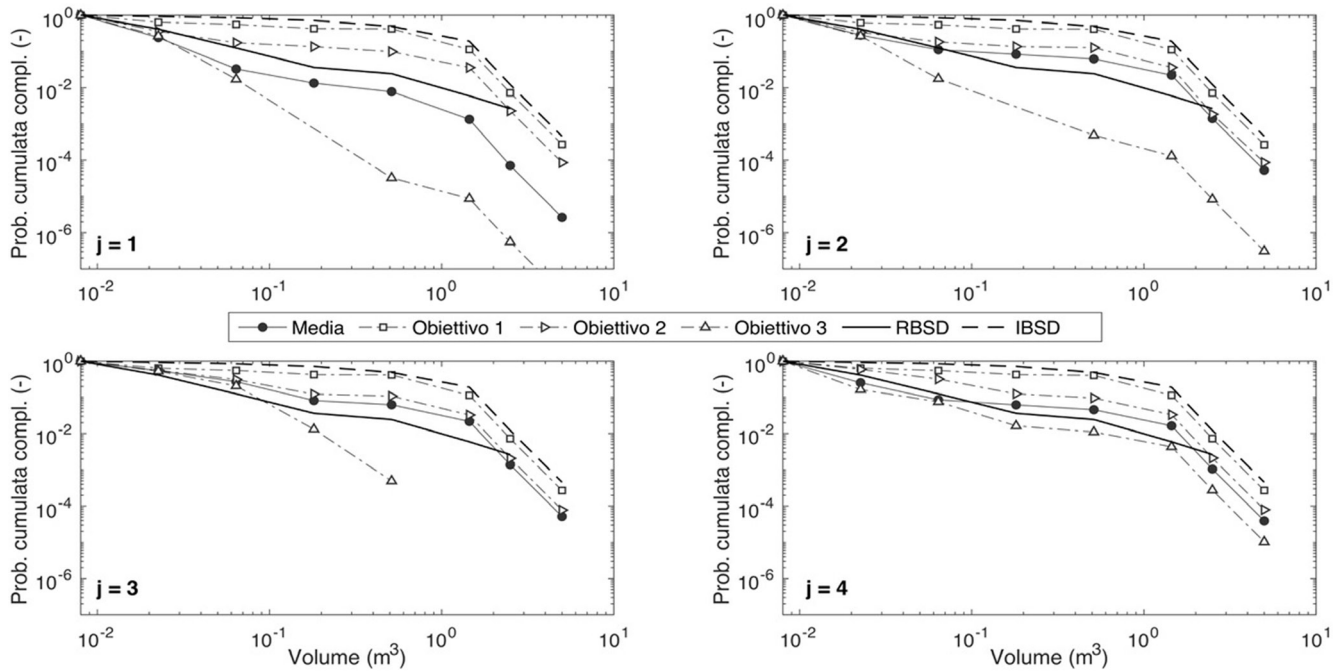


Fig. 7. Distribuzione dei blocchi frammentati (FBSD) con i set di parametri  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  e  $\bar{\pi}$ , per differente numero di iterazioni, ossia con  $j$  da 1 a 4. La IBSD e la RBSD sono riportate.

Fragmented Block Size Distribution (FBSD) obtained with parameters  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  e  $\bar{\pi}$ , for variable number of iterations ( $j$  from 1 to 4).

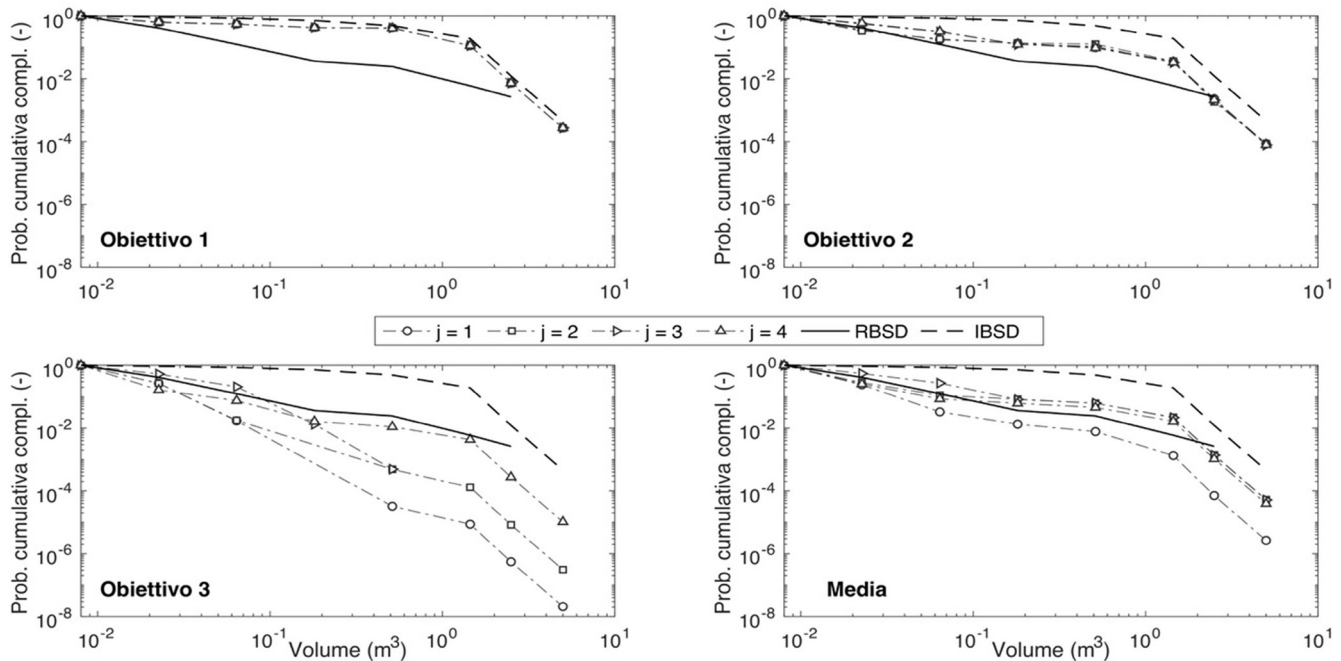


Fig. 8. Distribuzione dei blocchi frammentati (FBSD) con  $j$  da 1 a 4, per i differenti set di parametri  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  e  $\bar{\pi}$ . La IBSD e la RBSD sono riportate.

Fragmented Block Size Distribution (FBSD) with  $j$  from 1 to 4, for variable sets of parameters  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  e  $\bar{\pi}$ .

anche come le FBSD ottenute dai vettori  $\pi_1, \pi_2$  non dipendono dal numero di iterazioni  $j$ . Al contrario, per il vettore  $\pi_3$ , la bontà della soluzione migliora all'incrementare del numero di iterazioni  $j$ .

Come già detto, la FBSD risultante dovrebbe essere quanto più possibile simile alla RBSD. Occorre però osservare che nel caso in esame, la IBSD presenta volumetrie fino a  $5 \text{ m}^3$ , i.e. Classe VII, mentre

la RBSD non presenta volumetrie superiori alla Classe VI, i.e.  $2.5 \text{ m}^3$ . Nel presente caso studio, le FBSD calcolate presentano tutte volumi appartenenti alla classe VII in quando i valori di  $S_7$  sono diversi

da 0. Tale fatto comporta necessariamente che i risultati ottenuti nella FBSD per le grandi volumetrie non siano confrontabili. Si osserva inoltre come la stabilità della soluzione non sia sempre garantita. Infatti, all'aumentare del numero di iterazioni  $j$ , le FBSD costruite a partire dal vettore  $\pi_3$  non convergono. Tale aspetto è anche evidenziato per il vettore  $\bar{\pi}$ , benché in maniera più limitata.

### 7. Conclusioni

Il processo di frammentazione è un aspetto fondamentale e, ad oggi, poco studiato ed implementato nei programmi per lo studio della propagazione del fenomeno di caduta massi. Durante il crollo, infatti, si osserva come i singoli blocchi, interagendo con il pendio, tendano a fratturarsi, deviando la loro traiettoria, modificando la loro energia e generando blocchi di dimensioni minori. Nel presente lavoro si descrive come applicare il modello di frammentazione di tipo frattale formulato da Perfect (1997) e modificato da Ruiz-Carulla *et al.* (2017) ad un caso reale. In particolare, lo studio evidenzia le problematiche che intercorrono nel determinare i parametri del modello. Questi devono essere scelti in maniera tale per cui la curva di distribuzione dei blocchi frammentati (FBSD), generata a partire dai volumi in parete (IBSD), risulti il più possibile prossima alla reale curva che caratterizza il deposito (RBSD). Utilizzando la proprietà di invarianza di scala, caratteristica della curva di distribuzione dei volumi nella zona di deposito (RBSD), gli autori propongono una modalità di ricerca dei parametri del modello caratterizzata da una procedura di ottimizzazione multi-obiettivo.

A seguito delle analisi effettuate sul caso studio, è possibile trarre le

seguenti conclusioni:

- l'adozione di un approccio multi-obiettivo ha principale svantaggio quello di fornire un insieme di possibili soluzioni ottimali (costituenti il fronte di Pareto), che portano a curve di blocchi frammentati estremamente differenti. Per ovviare a tale circostanza, si propone di costruire un vettore di parametri di modello ottenuto dalla media delle soluzioni ottimali. Tale approccio, sebbene il vettore ottenuto non appartenga al fronte di Pareto, si dimostra essere una possibile strategia per ovviare all'assenza di una soluzione che minimizzi tutti gli obiettivi contemporaneamente;
- il numero di iterazioni del processo di frammentazione condiziona la stabilità della soluzione. Gli autori suggeriscono di utilizzare almeno due iterazioni, ossia  $j \geq 2$ .

Studi futuri dovranno rispondere alle criticità evidenziate nel presente studio. A tale proposito, è necessario formulare un nuovo approccio per la valutazione dei parametri del modello di frammentazione frattale costituito da un'ottimizzazione ad un singolo obiettivo. In aggiunta, sarebbe opportuno considerare un nuovo modello di frammentazione nel quale la probabilità di sopravvivenza ( $S_j$ ) dipenda dalla dimensione del blocco.

### Bibliografia

Budetta, P., 2004. *Assessment of rockfall risk along roads*. Natural Hazard Earth System Science. Volume 4, pp. 71-81.

Corominas, J., Mavrouli, O. e Ruiz-Carulla, R., 2017. *Rockfall Occurrence and Fragmentation*. Workshop on World Landslide Forum, 2017, Advancing Culture of Living with Landslides. Volume 1, pp. 75-97.

Crosta, G.B., Frattini, P., Imposimato, S., Agliardi, F. 2006. *Modelling vegetation and fragmentation effects on rock falls*. Geophysical Research Abstracts. Volume 8, 07694.

Crosta, G.B., Frattini, P., Fusi, N. 2007. *Fragmentation in the Val Pola rock Avalanche, Italian Alps*. Journal of Geophysical Research: Earth Surface. Volume 112, F1.

Crosta, G.B., Agliardi, F., Frattini, P. e Lari, S., 2015. *Key issue in rockfall modeling, hazard and risk assessment for rockfall protection*. Engineering Geology for Society and Territory, Springer, Zurigo. Volume. 2, pp. 43-58.

Deb, K., 2001. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons.

De Biagi V., Chiaia B. e Frigo B., 2012. *Fractal grain distribution in snow avalanche deposits*. Journal of Glaciology. Volume 58, pp. 340-346.

De Biagi, V., Napoli, M., Barbero, M. e Peila, D., 2017. *Estimation of the return period of rockfall blocks according to their size*. Natural Hazards and Earth System Sciences. Volume 17, pp. 103-113.

De Biagi, V., 2017. *Accuracy of the fallen blocks volume – frequency law*. Natural Hazards and Earth System Sciences. Volume 17, pp. 1487-1492.

Djordjevic, N. e Morrison, R., 2006. *Exploratory modelling of grinding pressure within a compressed particle bed*. Minerals Engineering. Volume 19(10), pp. 995-1004.

Dorren, L.K.A., 2003. *A review of rockfall mechanics and modeling approaches*. Progress in Physical Geography. Volume 27(1), pp. 69-87.

Dussauge-Peisser C., Helmstetter A., Grasso J.R., Hantz D., Desvarreux P., Jeannin M. e Giraud, A., 2002. *Probabilistic approach to rock fall hazard assessment: potential of historical data analysis*. Natural Hazards and Earth System Sciences. Volume 2, pp. 15-26.

Elmoultie M. e Poropat G., 2012. *A method to estimate In Situ Block Size Distribution*. Rock Mechanics and Rock Engineering. Volume 45(3), pp. 401-407.

- Giacomini, A., Buzzi, O., Renard, B. e Giani, G.P., 2009. *Experimental studies on fragmentation of rock falls on impact with rock surfaces*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. Volume 46, pp. 708-715.
- Gili, J.A., Ruiz, R., Matas, G., Corominas, J., Lantada, N., Núñez, M.A., Mavrouli, O., Buill, F., Moya, J., Prades, A. e Moreno, S., 2016. *Experimental study on rockfall fragmentation: in situ test design and firsts results*. Landslides and Engineered slopes. Volume 2, pp. 983-990.
- Grady, D.E. e Kipp, M.E., 1985. *Mechanism of dynamic fragmentation: factors governing fragment size*. Mechanics of Materials. Volume 4, pp. 311-320.
- Grange, H., 2018. *Analisi di una parete rocciosa e del sottostante deposito: modelli di frammentazione*. Tesi di laurea magistrale Politecnico di Torino.
- Haneberg, W.C., 2008. *Using close range terrestrial digital photogrammetry for 3-D rock slope modeling and discontinuity mapping in the United States*. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, Volume 67, pp. 457-469.
- Jaboyedoff, M., Dudt, J.P. e Labiouse, V., 2005. *An attempt to refine rockfall hazard zoning based on the kinetic energy, frequency and fragmentation degree*. Natural hazards and earth system sciences. Volume 5, pp. 621-632.
- Lato, M., Diederichs, M.S., Hutchinson J. E Harrap, R., 2009. *Optimization of LiDAR scanning and processing for automated structural evaluation of discontinuities in rock masses*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. Volume 46, pp. 194-199.
- Lim, M., Petley, D.N., Rosser, N.J., Allison, R.J. e Long, A.J., 2005. *Digital photogrammetry and time-of-flight laser scanning as integrated approach to monitoring cliff evolution*. The Photogrammetric Record. Volume 110, pp. 109-129.
- Mandelbrot, B.B., 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, NY.
- Marchelli, M., De Biagi, V., Peila, D., 2019. *A quick-assessment procedure to evaluate the degree of conservation of rockfall drapery meshes*. Frattura ed Integrità Strutturale. Volume 47, pp. 437-450.
- Marchelli, M., De Biagi, V., 2019a. *Optimization methods for the evaluation of the parameters of a rockfall fractal fragmentation model*. Landslides. Volume 16, pp. 1385-1396.
- Marchelli, M., De Biagi, V., 2019b. *Dynamic effects induced by the impact of debris flows on protection barriers*. International Journal of Protective Structures. Volume 10, pp. 161-131.
- Matas, G., Lantada, N., Corominas, J., Gili, J.A., Ruiz-Carulla, R. e Prades, A., 2017. *RockGIS: a GIS-based model for the analysis of fragmentation in rockfalls*. Landslides. Volume 14, pp. 1565-1578.
- Mavrouli, O., Corominas, J., e Jaboyedoff, M., 2015. *Size distribution for potentially unstable rock masses and in situ rock blocks using LiDAR-generated digital elevation models*. Rock Mechanics and Rock Engineering, Volume 48(4), pp. 1589-1604.
- Mavrouli, O. e Corominas, J., 2017. *Comparing rockfall scar volumes and kinematically detachable rock masses*. Engineering Geology. Volume 219, pp. 63-74.
- Michalewicz, Z., Fogel, D.B., 2013. *How to solve it: Modern Heuristic*. Springer Science & Business Media.
- Nocilla, N., Evangelista, A., e Scotto di Santolo, A., 2009. *Fragmentation during rock falls: Two Italian case studies of hard and soft rocks*. Rock Mechanics and Rock Engineering. Volume 42 (5), pp. 815-833.
- Paluszny, A., Tang, X.H., Nejati, M. e Zimmerman, R.W., 2016. *A direct fragmentation method with Weibull function distribution of sizes based on finite-and discrete element simulations*. International Journal of Solid and Structures. Volume 80, pp. 38-51.
- Perfect, E., 1997. *Fractals models for the fragmentation of rocks and soils: a review*. Engineering Geology. Volume 48, pp. 185-198.
- Philippot, F., 2015. *Sviluppo di un metodo per la stima dei volumi al distacco nel fenomeno della caduta mass*. Tesi di laurea magistrale Politecnico di Torino.
- Riquelme, A.J., Abellán, A., Tomás, R. e Jaboyedoff M., 2014. *A new approach for semi-automatic rock mass joints recognition from 3D point clouds*. Computer & Geosciences. Volume 68, pp. 38-52.
- Ruiz-Carulla, R., Corominas, J. e Mavrouli, O., 2015. *A methodology to obtain the block size distribution of fragmental rockfall deposits*. Landslides. Volume 12, pp. 815-825.
- Ruiz-Carulla, R., Corominas, J. e Mavrouli, O., 2017. *A fractal fragmentation model for rockfalls*. Landslides. Volume 14 (3), pp. 875-889.
- Santana, D., Corominas J., Mavrouli, O. e Garcia-Sellés, D., 2012. *Magnitude – frequency relation for rockfall scars using a Terrestrial Laser Scanner*. Engineering Geology. Volume 145-146, pp. 50-64.
- Tromans, D., 2008. *Mineral comminution: energy efficiency considerations*. Minerals Engineering. Volume 21(8), pp. 613-620.
- Turcotte, D.L., 1997. *Fractals and chaos in geology and geophysics*, 2 ed., Cambridge University Press, Cambridge.
- Vanichkobchinda, P., Reddish, D.J., Stace, L.R., Whittles, D.N., 2007. *Numerical Simulation of the Dynamic Breakage Testing of Sandstone – Part I: Development of Homogeneous Constitutive Model for the Fragmentation Analysis in Sandstone*. International Journal of Materials & Structural Reliability, Volume 5(1), pp. 29-44.
- Wang, Y. e Tonon, F., 2011. *Discrete element modeling of rock fragmentation upon impact in rock fall analysis*. Rock Mechanics and Rock Engineering. Volume 44, pp. 23-35.
- Zhao, T., Crosta, G.B., Uti, S. e Deblasio, F.V., 2017. *Investigation of rock fragmentation during rockfalls and rock avalanches via 3D discrete element analyses*. Journal of Geophysical Research: Earth Surface. Volume 122, pp. 678-695.