Il Pi Greco della decorazione del disco di Langstrup

Il Pi Greco della decorazione del disco di Langstrup

Amelia Carolina Sparavigna
Department of Applied Science and Technology
Politecnico di Torino, Italy

Lo studio di antichi manufatti di bronzo può essere utile per comprendere la progressione della conoscenza umana della matematica e della geometria. In questo articolo si discute la decorazione composta di diversi circoli e spirali del disco decorativo di cintura proveniente da Langstrup, un manufatto dell'età del bronzo trovato in Danimarca. Si mostrerà da misure di diametri e di distanze delle spirali, come l'artista che ha fatto la decorazione conosceva alcune approssimazioni con numeri razionali del π, la quantità fisica adimensionata che rappresenta il rapporto tra circonferenza e diametro.

Nel 2006, la Banca Nazionale Danese ha proposto una nuova serie di banconote. Karin Birgitte Lund, l'artista che ha sviluppato il design della serie, ha deciso di rappresentare alcuni oggetti dell'Età del Bronzo trovati in Danimarca. Tra questi ci sono il carro solare di Trundholm carro solare e il disco decorativo di cintura di Langstrup (vedi Fig.1, [1,2]).
Ho già discusso il carro solare di Trundholm in un articolo precedente [3], dove ho proposto un calendario di 360 giorni basato su di esso. Ho terminato quell'articolo dicendo che lo studio delle decorazioni di antichi manufatti in bronzo può essere utile per comprendere la progressione della conoscenza umana di matematica e geometria. E, infatti, l'altro oggetto prima menzionato, il disco di Langstrup, ci può aiutare nell'indagine della conoscenza del numero π, la quantità fisica adimensionata, che è il rapporto tra la circonferenza di un qualsiasi cerchio euclideo e il suo diametro.
Il disco di Langstrup è stato trovato prima del 1880, insieme ad un coltello di bronzo e a due bracciali a spirale. E' della prima Età del Bronzo, circa 1400 a.C. La decorazione è composta da solchi circolari e spirali (vedi Fig.1) stampate, probabilmente per mezzo di alcuni punzoni standard, nella cera del modello prima della colatura del bronzo. Questi dischi erano indossati dalle donne, appesi sul davanti a delle cinture, come dimostra la mummia della "ragazza di Egtved" [4].
Nel Riferimento [5], troviamo alcune discussioni interessanti su possibili calcoli che emergono dalla decorazione. Permettetemi di riportare ciò che in questo articolo viene detto del disco di Langstrup ... "Si hanno, a parte il centro, quattro anelli con 15+22+26+32 = 95 spirali, in tutto. Eppure, non sembra che ci sia un preciso schema numerico. Tuttavia, se uno ... moltiplica per il numero del fattore di zona dell'anello, la somma delle spirali è $15\times1+22\times2 + 26\times3 + 32\times4 = 265$, esattamente il numero dei giorni in 9 mesi dell'anno lunare (265 ½), o, per inciso, anche la durata del periodo di gravidanza umano medio .... Facendo un ulteriore passo in avanti, e ancora moltiplicando con i fattori di zona, ma incorporando il centro del disco di Langstrup, come fattore 1 (ma con il valore 0), si ha una somma di $0\times1 + 15\times2 + 3\times22 + 26\times4 + 32\times5 = 360$".
Invece di utilizzare i numeri delle spirali per un calendario, qui voglio fare un altro tipo di calcolo per indagare la conoscenza del π, il rapporto tra circonferenza e diametro. Come vedremo nella discussione che segue, un modello numerico emerge chiaramente, perché l'artista ha preparato la decorazione della cera usando il π, approssimato da un numero razionale, cioè, come frazione avente numeratore e denominatore interi.

La Tabella 1 propone alcuni dati sulle spirali: il numero di spirali in ciascun anello (l'anello è la regione compresa tra due grandi cerchi concentrici) e il numero di giri in ciascuna spirale. Il numero di giri dipende da quale direzione radiale dal centro della spirale si prende per contare i giri: in Figura 2, ci sono due conteggi possibili.

Tabella 1 (per la verifica, vedere le Figure 1 e 2)

Anello	I	II	III	IV
N di spirali	15	22	26	32
N di giri nella spirale	5 or 6	7 or 8	9 or 10	10 or 11

Possiamo calcolare la lunghezza L della circonferenza che è il luogo dei centri delle spirali, come essere 2 volte il numero delle spirali, moltiplicato per il raggio R_i delle spirali (vedi la seconda riga della Tabella 2). Il raggio della spirale lo potrei stimare con il numero di giri, ottenendo la lunghezza data nella terza riga della Tabella 2 con una piccola avvertenza. Se guardiamo la decorazione, notiamo che nel primo e nel secondo anello, c'è una certa distanza tra le spirali. Ho stimato questa distanza due volte lo spessore del giro di spirale. Perciò, nella terza riga della Tabella 2, faccio uso di un numero di giri per il primo anello equivalente a 7 invece che 6, e per il secondo anello 9 invece che a 8.

Tabella 2 Lunghezza della circonferenza

Anello	I	II	III	IV
L	$15\times2\times R_I$	$22\times2\times R_{II}$	$26\times2\times R_{III}$	$32\times2\times R_{IV}$
L	$15\times2\times7$	$22\times2\times9$	$26\times2\times10$	$32\times2\times11$

Per valutare π, mi serve il raggio della suddetta circonferenza. Ho deciso di seguire quest'approccio: ho supposto che l'artista abbia usato per il raggio della circonferenza su cui sistemare i centri delle spirali, un multiplo del raggio della spirale considerata, preso lungo la direzione radiale del disco. Ho perciò trovato, usando la Figura 3, i valori dei fattori moltiplicativi dei raggi delle circonferenze, come dati nella Tabella 3:

Tabella 3. Raggio delle circonferenze di Tabella2 (per stimare i raggi vedi la Figura 3)

Anello	I	II	III	IV
R	$5\times R_I$	$7\times R_{II}$	$8\times R_{III}$	$10\times R_{IV}$

Confrontando le Tabelle 2 e 3, posso trovare $\pi = L/(2R)$. Ecco il risultato in Tabella 4.

Tabella 4: $\pi=L/(2R)$ come numero razionale

Anello	I	II	III	IV
π	15/5=3.0	22/7=3.1428	26/8=3.25	32/10=3.20

Supponendo che l'artista abbia usato come raggio della circonferenza un multiplo del raggio della spirale, la Tabella 4 ci dice che l'artista conosceva le approssimazioni del numero π. Ricordiamo che il disco proviene dalla prima età del Bronzo, circa 1400 a.C.
Ci sarebbe un'altra possibilità di stimare π, che consiste nel calcolare il rapporto tra il numero di spirali e il numero di giri in ogni spirale. Prendendo per questo numero il valor minore in Tabella 1, si ha la seguente Tabella 5.

Tabella 5

Anello	I	II	III	IV
N di spirali	15	22	26	32
N di giri nella spirale	5	7	9	10
π	15/5=3.0	22/7=3.1428	26/9=2.89	32/10=3.20

Secondo me, la **Tabella 4**, che si basa sulla misura dei raggi e delle circonferenze è più realistica, ed inoltre mostra l'origine di π come quantità fisica adimensionata.
In conclusione, ancora una volta posso dire che questi artefatti dell'Età del Bronzo sono fondamentali per capire lo sviluppo della conoscenza matematica dei popoli antichi. Oltre ad essere molto bella, la decorazione del disco di Langstrup dimostra che chi lo ha fatto conosceva il numero π come rapporto d'interi.

References

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Danish_krone
2. Bæltepladen fra Langstrup, http://natmus.dk/en/historisk-viden/danmark/moeder-med-danmarks-oldtid/the-bronze-age/baeltepladen-fra-langstrup/
http://www.jadu.de/mittelalter/germanen/gk/pages/guertelscheibe_jpg.htm
3. Amelia Carolina Sparavigna, Ancient bronze disks, decorations and calendars, 2012, arXiv:1203.2512v1 [physics.pop-ph], http://arxiv.org/abs/1203.2512
4.. Egtved Girl, http://en.wikipedia.org/wiki/Egtved_Girl
5. 2. Klavs Randsborg, SPIRALS! Calendars in the Bronze Age in Denmark, 2010, Adoranten. Vol.2009, http://www.ssfpa.se/pdf/2009/Randsborg.pdf

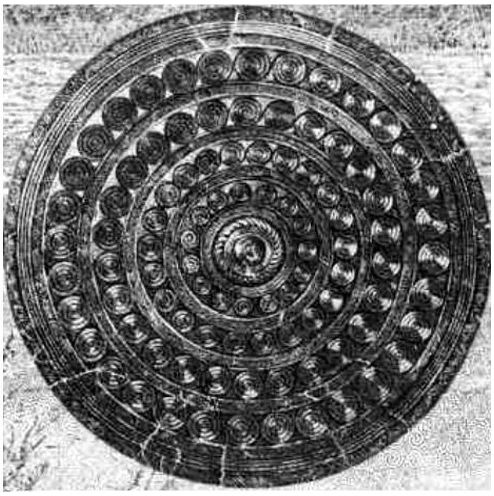

Fig.1 Il disco di Langstrup appare sulle banconote danesi. Si notino gli anelli, decorati a spirali.

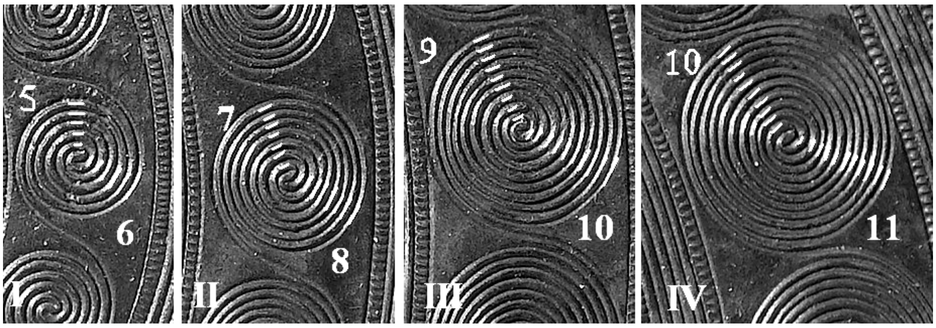

Fig.2 Un dettaglio della decorazione. I numeri sono i giri delle spirali, come si contano seguendo due diverse direzioni radiali. I numeri romani indicano l'anello.

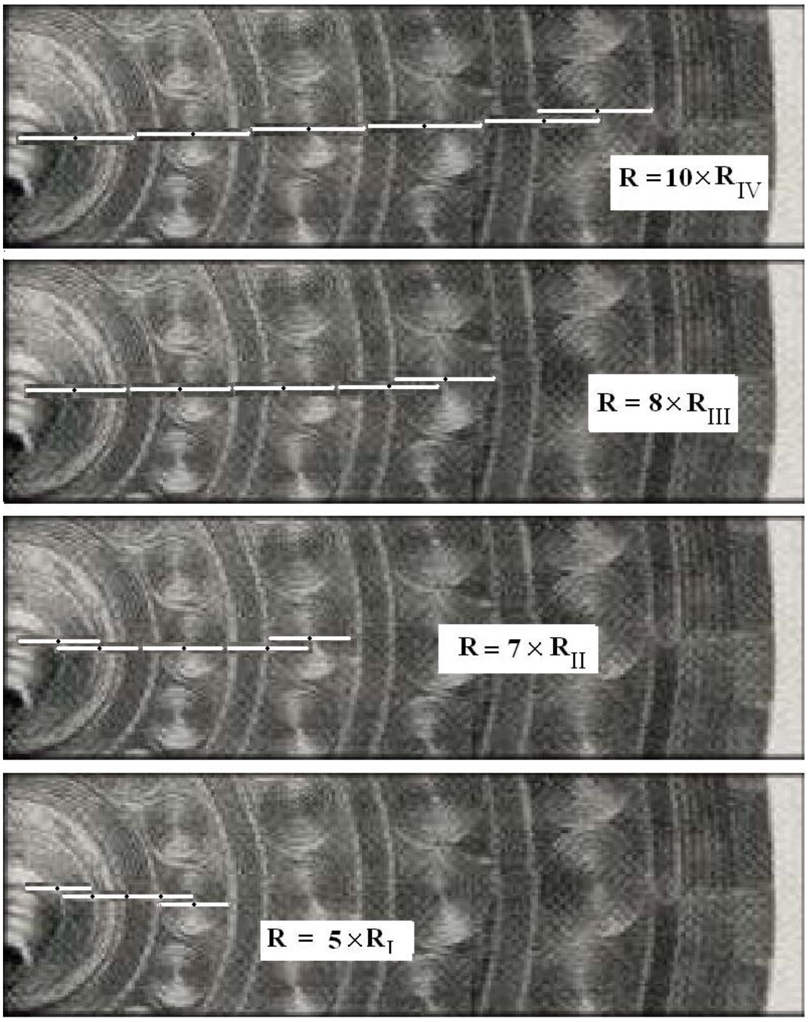

Fig.3 – E' probabile che l'artista, per determinare il raggio della circonferenza su cui sistemare i centri delle spirali, abbia usato un multiplo del raggio della spirale stessa, preso nella direzione radiale. Se facciamo così, abbiamo direttamente dalla foto i fattori moltiplicativi.