

INTERPOLAZIONE DIRETTA DI DATI SPERIMENTALI DI CRESCITA DI CRICCA A FATICA

P. Matteis, D. Firrao

DISMIC,



POLITECNICO DI TORINO



Metodo usuale di riduzione dei dati sperimentali

esperimento di
Crescita di Cricca a Fatica (CCF)

punti sperimentali $N^{(i)} - a_{sper}^{(i)}$

Passo 1 (P1): metodo secante, met. polinomiale

curva $\log(\Delta K_{P1}^{(i)}) - \log\left(\frac{da^{(i)}}{dN_{P1}}\right)$

Passo 2: interpolazione della curva $\Delta K - da/dN$

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, \{\theta\}), \text{ p.e.: } f(\Delta K, \{C, m\}) = C \cdot \Delta K^m$$

$$\log\left(\frac{da^{(i)}}{dN_{calc}^{(i)}}\right) = \log(C) + m \cdot \log(\Delta K_{P1}^{(i)})$$

$$\text{Residuo} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\log\left(\frac{da^{(i)}}{dN_{calc}^{(i)}}\right) - \log\left(\frac{da^{(i)}}{dN_{P1}^{(i)}}\right) \right)^2}$$

legge di CCF

$\{\theta\}$ o $\{C, m\}$

Verifiche di vita residua a fatica

Metodo proposto

esperimento **normale** di CCF



punti sperimentali $N^{(i)} - a_{sper}^{(i)}$

Passo unico:
interpolazione (non lineare) della curva a - N:

$$a_{calc}^{(i)} = a_0 + \int_0^{N^{(i)}} \frac{da}{dN} dN = a_0 + \int_0^{N^{(i)}} f(\Delta K, \{\theta\}) dN$$

$$Residuo = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (a_{calc}^{(i)} - a_{sper}^{(i)})^2}$$

Obiettivo: maggiore precisione, confronto tra leggi di CCF



legge di CCF



$\{\theta\}$

Verifiche di vita residua a fatica

Sommario

- Materiali e metodi sperimentali
- Dati sperimentali
- Modelli matematici
- Sequenze e metodi di calcolo e confronto
- Risultati
- Conclusioni

Materiali e metodi sperimentali

acciai	C	Mn	Cr	Ni	Mo	Si	Nb	V	B	Zr	S	P
2738	0.42	1.5	2.0	1.1	0.21	0.37	-	0.08	-	-	0.002	0.006
2002	0.28	1.6	1.4	1.1	0.60	0.28	0.020	0.12	0.0013	0.03*	<0.001	0.007

Blumi bonificati di dimensione 2970x1285x1190 mm³ (2738) e 2900x1020x1260 mm³ (2002)

acc.	Condizione metallurgica	R _{p02}	K _{Ic}	intervalli interpolati		metodi sper.
-	-	MPa	MPa√m	MPa√m	n	-
2738	Perlite (850 °C / 600 °C / aria)	665*	n.d.	18-51	145	Provette SENB (B 12,5 - W 25 mm); misure di cedevolezza; R=0,1
	Bain. + Mart. (850 °C / 340 °C / aria)	1440*	n.d.	20-33	74	
	Mart. Rinv. (850 °C / aria / 590 °C)	1051*	80*	17-72	191	
	come fabbr., prof. 645 mm	665	47	11-44	190	
	come fabbr., prof. 310 mm	813	41	15-6 9-32	61 66	Provette CT (B 6 - W 50 mm); misure ottiche; R=0,1
	come fabbr., prof. 60 mm	910	34	11-41	35	
2002	come fabbr., prof. 460 mm	996	44	13-6 ... 16-36 [†]	17 ... 27	
	come fabbr., prof. 260 mm	969	44	7-6 7-29	8 74	
	come fabbr., prof. 80 mm	964	54	7-10 11-35	18 30	

*Stime †5 intervalli

Dati sperimentali

$$\{\underline{N}\} = \{\underline{N}_0 \dots \underline{N}_i \dots\} = \{0 \ 10000 \ 20000 \ \dots\}$$

numeri di cicli compiuti da inizio prova

$$\{\underline{a}\} = \{\underline{a}_0 \dots \underline{a}_i \dots\} = \{12,16 \ 12,35 \ 12,57 \ \dots \text{ [mm] } \}$$

lunghezze di cricca misurate dopo \underline{N}_i cicli

$$\{\underline{\Delta P}\} = \{\underline{\Delta P}_0 \dots \underline{\Delta P}_i \dots\} = \{4,43 \ 4,43 \ 4,00 \ \dots \text{ [kN] } \}$$

ampiezza di forza applicata tra N_i+1 ed N_{i+1} cicli
(perlopiù costante nelle prove a ΔK crescente)

Modelli matematici

Fattori di Intensificazione delle Tensioni

$\Delta K = \Delta P \cdot F_G \cdot h\left(\frac{a}{W}\right)$	F_G	$h(\alpha)$
CT	$\frac{1}{BW^{1/2}}$	$\frac{(2+\alpha) \cdot (0,886 + 4,64 \cdot \alpha - 13,32 \cdot \alpha^2 + 14,72 \cdot \alpha^3 - 5,6 \cdot \alpha^4)}{(1-\alpha)^{3/2}}$
SENB	$\frac{S}{BW^{3/2}}$	$\frac{3 \cdot \alpha^{0,5} \cdot (1,99 - \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot (2,15 - 3,93 \cdot \alpha + 2,7 \cdot \alpha^2))}{(2 \cdot (1+2 \cdot \alpha) \cdot ((1-\alpha)^{1,5}))}$

Leggi di Crescita di Cricca a Fatica

$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, \{\theta\})$	$f(\Delta K, \{\theta\})$	$\{\theta\}$
Paris	$C \cdot \Delta K^m$	$\{C, m\}$
Forman	$\frac{C \cdot \Delta K^m}{1 - \Delta K / ((1-R) \cdot K_c)}$	$\{C, m, K_c\}$
- Mettu	$C \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^m$	$\{C, m, \Delta K_{th}\}$

Sequenza di calcolo

A due passi

- ★ **passo 1**: calcolo dei punti $\log(\Delta K_{P1}^{(i)}) - \log((da/dN)_{P1}^{(i)})$
 - met. della **secante**, met. **polinomiale** di ordine 2 (solo ΔK crescente)
- ★ **passo 2***: interpolazione dei punti $\log(\Delta K_{P1}^{(i)}) - \log((da/dN)_{P1}^{(i)})$
 - **[1]** Paris, interp. **lineare**
 - **[2]*** Paris, interp. **non lineare**, 1° stima: $\{\theta\}_{[1]}$
 - **[3]*** Forman-Mettu, interp. non lin., 1° stima: $\{C_{[1]}, m_{[1]}, K_C=80 \text{ o } \Delta K_{th}=5\}$

A passo singolo: interpolazione non lineare dei punti $N^{(i)} - a^{(i)}$

- **[4]** Paris, 1° stima: $\{\theta\}_{[2]}$
- **[5]** Forman-Mettu, 1° stima: $\{\theta\}_{[3]}$

* punti interpolandi calcolati con il metodo della secante (ripetuto per quelli calcolati con il metodo polinomiale, dove applicabile)

Metodi di Calcolo per le interpolazione a passo singolo

Simulazione della crescita di cricca a fatica

- dati: a_0 , legge di CCF, $\{\theta\}$, $\Delta P^{(i)}$, $N^{(i)}$
- integrazione con passo $da = 0,0001 W \rightarrow$ curva $a-N$
- interpolazione della curva $a-N$ in $N^{(i)} \rightarrow a_{calc}^{(i)}$

Metodo dei minimi quadrati:

- incognite: a_0 , $\{\theta\}$
 - minimizzazione del residuo quadratico medio tra $a_{calc}^{(i)}$ e $a_{sper}^{(i)}$
 - algoritmo di minimizzazione di Nelder – Mead
- $\rightarrow a_0, \{\theta\}$
- \rightarrow residuo quadratico medio, coefficiente di determinazione R^2

Uso di a_0 come incognita accessoria:

- altrimenti $a^{(0)}$ influisce più di ogni altra $a^{(i)}$

Confronti tra metodi a due passi ed a passo singolo

Per equità di confronto, per ciascun metodo a due passi $[x=1,2,3]$ si calcola anche il valore di $a_{0[x]}$ che minimizza il residuo quadratico medio tra $a^{(i)}_{sper}$ ed $a^{(i)}$ calcolato con $\{\theta\}_{[x]}$

Per ogni sequenza di dati sperimentali, sono stati confrontati:

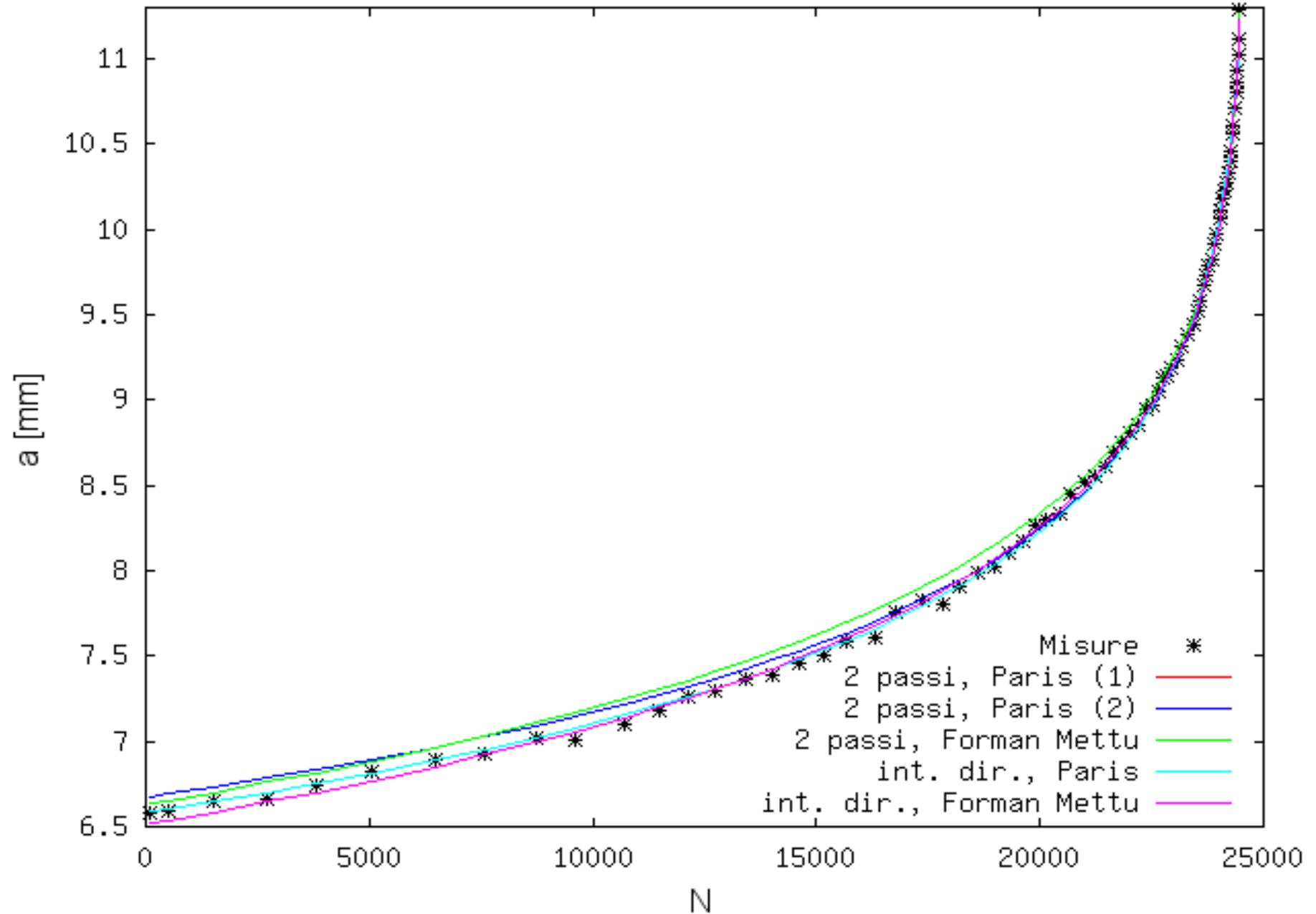
★ *residuo*

★ R^2

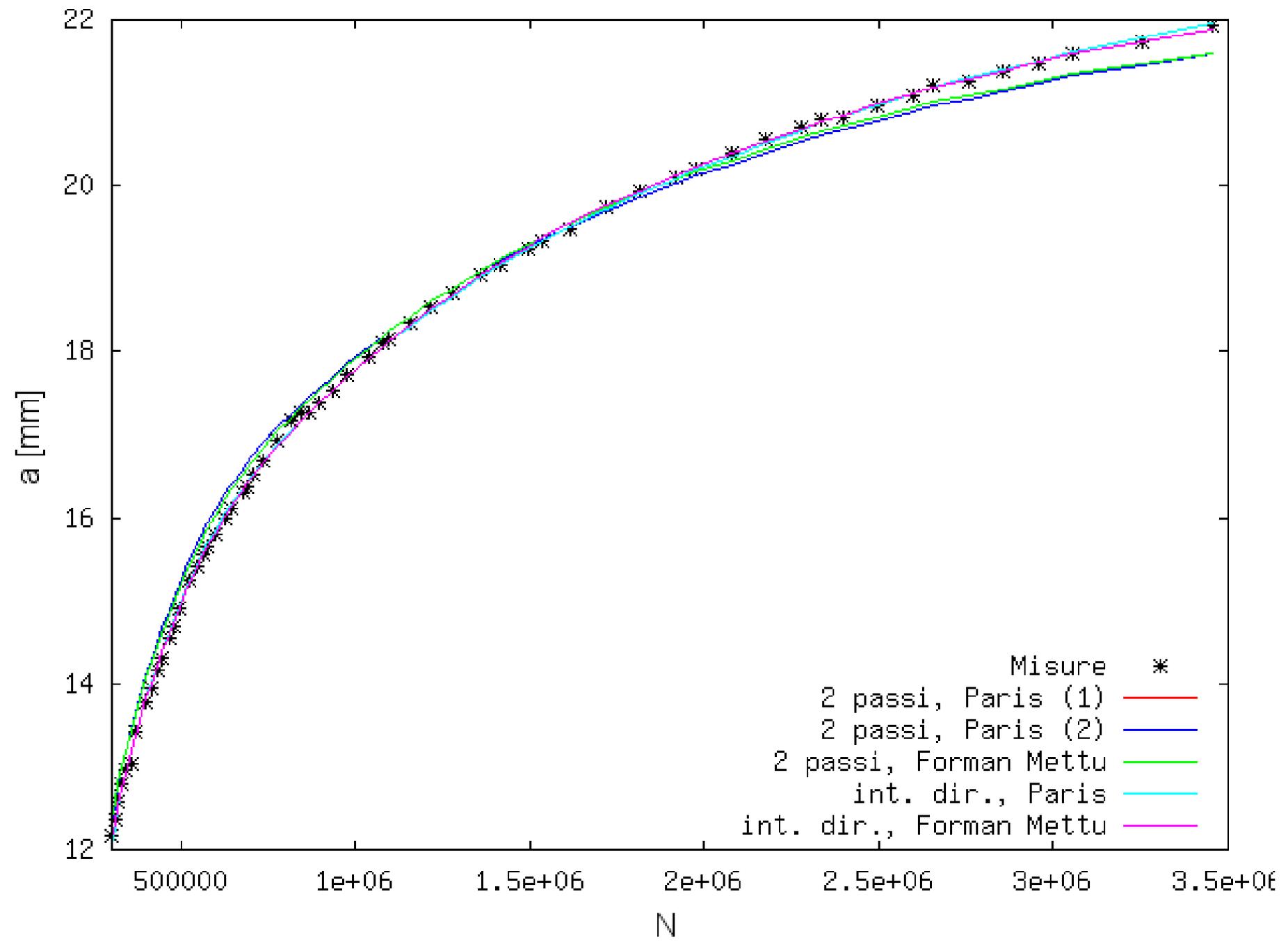
★ *grafico* $a - N$ (punti sperimentali e curva interpolante)

calcolati usando ciascun metodo $[x]$ (cioè con $\{\theta\}_{[x]}$ e $a_{0[x]}$ e la legge di CCF)

Risultati: campione 2738 - BM, ΔK : 20-33 MPa \sqrt{m}



Risultati: campione 2738 - 310, ΔK : 15-6 MPa \sqrt{m}



Risultati: parametro m

campioni provati		K_{Ic} MPa√m	intervalli di prova esaminati		Paris 2P sec	Paris 2P pol	Forman-Mettu 2P sec	Forman-Mettu 2P Pol	Paris 1P	Forman-Mettu 1P
			MPa√m	n	[1]	[2p]	[3]	[3p]	[4]	[5]
2738	P	n.d.	18-51	145	3.45	3.45	3.45	3.45	3.42	3.42
	BM	n.d.	20-33	74	9.88	9.65	6.75	6.99	9.42	6.8
	MR	80*	17-72	191	2.9	2.75	2.31	2.06	2.74	2.69
	645	47	11-44	190	2.97	2.99	2.97	2.99	2.99	2.99
	310	41	15-6	61	3.78		2.85		3.65	2.83
			9-32	66	3.08	3.16	3.08	3.16	3.05	3.05
60	34	11-41	35	2.35	2.44	2.35	2.44	2.26	2.26	
2002	460	44	13-6	17	4.77		2.21		4.49	1.81
			9-7	7	5.56		12.4		6.52	14.3
			8-9	20	7.03	5.73	7.03	2.17	5.94	5.94
			9-15	31	3.12	2.88	3.12	2.88	2.8	2.8
			16-36	27	4.11	4.64	4.11	4.64	4.47	4.47
	260	44	7-6	8	4.66		0.04		1.75	0.05
			7-29	74	4.63	4.5	4.63	4.5	4.38	4.20
	80	54	7-10	18	5.26	6.74	3.31	6.74	5.66	5.2
11-35			30	3.65	3.93	3.65	3.93	3.45	3.45	

Risultati: R^2

campioni provati		K_{Ic} MPa√m	intervalli di prova esaminati		Paris 2P sec	Paris 2P pol	Forman- Mettu 2P sec	Forman- Mettu 2P Pol	Paris 1P	Forman- Mettu 1P	
			MPa√m	n	[1]	[2p]	[3]	[3p]	[4]	[5]	
2738	P	n.d.	18-51	145	0.94	0.97	0.94	0.97	0.98	0.98	
	BM	n.d.	20-33	74	0.96	0.97	0.95	0.98	0.97	0.98	
	MR	80*	17-72	191	0.96	0.97	0.95	0.97	0.98	0.98	
	645	47	11-44	190	0.98	0.99	0.98	0.99	0.99	0.99	
	310	41		15-6	61	0.92		0.93		0.98	0.99
				9-32	66	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
60	34		11-41	35	0.97	0.96	0.97	0.96	0.97	0.97	
2002	460	44	13-6	17	0.86		0.89		0.93	0.96	
			9-7	7	0.93		0.93		0.95	0.95	
			8-9	20	0.95	0.96	0.95	0.96	0.96	0.96	0.96
			9-15	31	0.97	0.98	0.97	0.98	0.98	0.98	0.98
			16-36	27	0.92	0.96	0.92	0.96	0.96	0.96	0.96
	260	44		7-6	8	0.92		0.79		0.95	0.96
				7-29	74	0.95	0.96	0.95	0.96	0.96	0.96
	80	54		7-10	18	0.94	0.93	0.93	0.93	0.96	0.96
11-35				30	0.94	0.9	0.94	0.9	0.95	0.95	

Risultati: Residuo [mm]

campioni provati		K_{Ic} MPa√m	intervalli di prova esaminati		Paris 2P sec	Paris 2P pol	Forman- Mettu 2P sec	Forman- Mettu 2P Pol	Paris 1P	Forman- Mettu 1P	
			MPa√m	n	[1]	[2p]	[3]	[3p]	[4]	[5]	
2738	P	n.d.	18-51	145	0.14	0.08	0.14	0.08	0.06	0.06	
	BM	n.d.	20-33	74	0.05	0.04	0.07	0.03	0.04	0.03	
	MR	80*	17-72	191	0.13	0.09	0.18	0.11	0.07	0.07	
	645	47	11-44	190	0.06	0.04	0.06	0.04	0.03	0.03	
	310	41		15-6	61	0.22		0.19		0.05	0.04
				9-32	66	0.09	0.12	0.09	0.12	0.09	0.09
60	34		11-41	35	0.16	0.22	0.16	0.22	0.13	0.13	
2002	460	44	13-6	17	0.08		0.06		0.05	0.02	
			9-7	7	0.03		0.03		0.02	0.02	
			8-9	20	0.06	0.04	0.06	0.04	0.04	0.04	
			9-15	31	0.06	0.04	0.06	0.04	0.04	0.04	
			16-36	27	0.19	0.11	0.19	0.11	0.09	0.09	
	260	44	7-6	8	0.01		0.04		0.01	0.01	
			7-29	74	0.37	0.27	0.37	0.27	0.25	1.13	
	80	54	7-10	18	0.12	0.14	0.13	0.14	0.08	0.08	
11-35			30	0.24	0.44	0.24	0.44	0.21	0.21		

Risultati: ΔK_{th} o K_c [MPa \sqrt{m}]

campioni provati		K_{Ic} MPa \sqrt{m}	intervalli di prova esaminati		Forman-Mettu 2P sec	Forman-Mettu 2P Pol	Forman-Mettu 1P	
			MPa \sqrt{m}	n	[3]	[3p]	[5]	
2738	P	n.d.	18-51	145	6.E+13	3.E+14	6.E+14	
	BM	n.d.	20-33	74	38.8	39.9	39.9	
	MR	80*	17-72	191	112.6	102.6	847.7	
	645	47	11-44	190	3.E+13	5.E+13	4.E+13	
	310	41		15-6	61	2.3		2.2
				9-32	66	7.E+13	1.E+13	4.E+17
60	34		11-41	35	6.E+14	3.E+14	5.E+14	
2002	460	44	13-6	17	4.3		4.7	
			9-7	7	-9.5		-10.2	
			8-9	20	5.E+10	11.9	1.E+13	
			9-15	31	1.E+12	1.E+11	1.E+13	
			16-36	27	6.E+13	6.E+12	2.E+18	
	260	44		7-6	8	6.2		6.2
				7-29	74	3.E+13	2.E+13	38.21
	80	54		7-10	18	14.2	1.E+11	32.7
				11-35	30	6.E+13	1.E+14	2.E+14

Conclusioni

- In generale, il metodo di interpolazione diretta qui proposto permette di interpolare i dati sperimentali (curve $N - a$) in modo lievemente più preciso (minori residui e maggiori coefficienti R^2) rispetto ai metodi di interpolazione usati a due passi;
- in particolare, il metodo proposto è relativamente più vantaggioso nelle prove a ΔK decrescente, forse a causa della maggior dispersione dei punti $\Delta K - da/dN$ che si verifica alle basse velocità di CCF;
- nei casi esaminati, l'uso delle leggi di CCF di Forman-Mettu perlopiù non è stato vantaggioso, rispetto all'uso della legge di Paris (residui e coefficienti R^2 peggiori o solo poco migliori, pur con 1 parametro in più; difficoltà di convergenza; valori di K_c spesso ininfluenti; valori di K_c o di ΔK_{th} talvolta fisicamente inaccettabili);
- Metodi simili potrebbero essere applicati ad esperimenti di CCF con effetti di storia dei carichi (p.e. ritardi dopo sovraccarichi isolati).