

Colore tra forma e materia dei modelli fisici per lo studio della Geometria

*Original*

Colore tra forma e materia dei modelli fisici per lo studio della Geometria / Pavignano, Martino; Zich, Ursula. -  
ELETTRONICO. - Vol. XVIIA:(2020), pp. 398-405. ( XVI Conferenza del Colore Bergamo (online) 3, 4 settembre 2020).

*Availability:*

This version is available at: 11583/2850745 since: 2020-11-02T09:28:13Z

*Publisher:*

Gruppo del Colore - Associazione Italiana Colore

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

# **Colore e Colorimetria Contributi Multidisciplinari**

**Vol. XVI A**

A cura di Veronica Marchiafava e Marcello Picollo



*[www.gruppedelcolore.org](http://www.gruppedelcolore.org)*

*Regular Member  
AIC Association Internationale de la Couleur*

Colore e Colorimetria. Contributi Multidisciplinari. Vol. XVI A  
A cura di Veronica Marchiafava e Marcello Picollo

Impaginazione: Veronica Marchiafava

ISBN 978-88-99513-12-2

© Copyright 2020 by Gruppo del Colore – Associazione Italiana Colore  
Piazza C. Caneva, 4  
20154 Milano  
C.F. 97619430156  
P.IVA: 09003610962  
[www.gruppodelcolore.it](http://www.gruppodelcolore.it)  
e-mail: [segreteria@gruppodelcolore.org](mailto:segreteria@gruppodelcolore.org)

Diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica, di riproduzione  
e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo sono riservati per tutti i Paesi.

Pubblicato nel mese di Ottobre 2020

**Colore e Colorimetria. Contributi Multidisciplinari  
Vol. XVI A**

*Atti della sedicesima Conferenza del Colore.*

*Meeting congiunto con:*

*Associação Portuguesa da Cor*

*Comité del color Spain*

*Deutsche Farbwissenschaftliche Gesellschaft*

*Swedish Colour Centre Foundation*

*Università degli Studi di Bergamo – Dipartimento di Ingegneria e Scienze Applicate  
3-4 settembre 2020*

**Comitato Organizzatore**

Alessio Cardaci  
Andrea Siniscalco  
Francesca Valan

**Comitato di Programma**

Veronica Marchiafava  
Giulio Mirabella Roberti  
Maurizio Rossi

**Segreteria Organizzativa**

Veronica Marchiafava, Associazione Italiana Colore

## Comitato Scientifico – Peer review

- Fulvio Adobati** | Università di Bergamo, IT  
**Giuseppe Amoroso** | Politecnico di Milano, IT  
**Fabrizio Apollonio** | Università di Bologna, IT  
**John Barbur** | City University London, UK  
**Laura Bellia** | Università di Napoli Federico II  
**Giordano Beretta** | Peaxy Inc., US  
**Giulio Bertagna** | B&B Colordesign, IT  
**Marco Bevilacqua** | Università di Pisa, IT  
**Fabio Bisegna** | Sapienza Università di Roma, IT  
**Aldo Bottoli** | B&B Colordesign, IT  
**Stefano Brusaporci** | Università de L'Aquila, IT  
**Cristina Maria Caramelo Gomes** | Universidade Lusitana de Lisboa, P  
**Alessio Cardaci** | Università di Bergamo, IT  
**Antonella Casoli** | Università di Parma, IT  
**Céline Caumon** | Université Toulouse2, FR  
**Rossella Cerboni** | Marini Pandolfi-Gruppo Comet, IT  
**Vien Cheung** | University of Leeds, UK  
**Verónica Conte** | University of Lisbon, P  
**Osvaldo Da Pos** | Università di Padova, IT  
**Maria João Durão** | Universidade de Lisboa, P  
**Maria Linda Falcidieno** | Università di Genova, IT  
**Alessandro Farini** | INO-CNR, IT  
**Donatella Fiorani** | Università "La Sapienza" di Roma, IT  
**Francesca Fragliasso** | Università di Napoli Federico II, IT  
**Davide Gadia** | Università di Milano, IT  
**Marco Gaiani** | Università di Bologna, IT  
**Margarida Gamito** | University of Lisbon, P  
**Maria Cristina Giamb Bruno** | Politecnico di Milano, IT  
**Marco Lazzari** | Università di Bergamo, IT  
**Guy Lecerf** | Université Toulouse2, FR  
**Maria Dulce Loução** | Universidade Tecnica de Lisboa, P  
**Alessandro Luigini** | Free University of Bozen, IT  
**Lia Luzzatto** | Color and colors, IT  
**Veronica Marchiafava** | Associazione Italiana Colore, IT  
**Gabriel Marcu** | Apple, USA  
**Anna Marotta** | Politecnico di Torino IT  
**Berta Martini** | Università di Urbino, IT  
**Stefano Mastandrea** | Università Roma Tre, IT  
**Giulio Mirabella Roberti** | Università di Bergamo, IT  
**Stefano Francesco Musso** | Università di Genova, IT  
**Lia Maria Papa** | Università di Napoli Federico II, IT  
**Carinna Parraman** | University of the West of England, UK  
**Sandro Parrinello** | University of Pavia  
**Laurence Pauliac** | Historienne de l'Art et de l'Architecture, Paris, FR  
**Giulia Pellegrini** | Università di Genova, IT  
**João Pernão** | Universidade de Lisboa, P  
**Luciano Perondi** | Isia Urbino, IT  
**Marcello Picollo** | IFAC-CNR, IT  
**Angela Piegari** | ENEA, IT  
**Fernanda Prestileo** | ICVBC-CNR, IT  
**Boris Pretzel** | Victoria & Albert Museum, UK  
**Barbara Radaelli-Muuronen** | Helsinki Art Museum, FIN  
**Monica Resmini** | Università di Bergamo, IT  
**Alessandro Rizzi** | Università di Milano, IT  
**Giuseppe Rosace** | Università di Bergamo, IT  
**Maurizio Rossi** | Politecnico di Milano, IT  
**Michela Rossi** | Politecnico di Milano, IT  
**Michele Russo** | Sapienza Università di Roma, IT  
**Paolo Salonia** | ITABC-CNR, IT  
**Miguel Sanches** | Instituto Politécnico de Tomar, P  
**Eleonora Sarti** | Accademia Belle Arti Macerata, IT  
**Verena M. Schindler** | Atelier Cler Études chromatiques, Paris, FR  
**Gabriele Simone** | Renesas Electronics Europe GmbH, D  
**Andrea Siniscalco** | Politecnico di Milano, IT  
**Gennaro Spada** | Università di Napoli Federico II, IT  
**Roberta Spallone** | Politecnico di Torino, IT  
**Andrew Stockman** | University College London, UK  
**Paola Taddei** | Accademia di belle arti di Macerata, IT  
**Raffaella Trocchianesi** | Politecnico di Milano, IT  
**Stefano Tubaro** | Politecnico di Milano, IT  
**Francesca Valan** | Studio Valan, IT  
**Antonella Versaci** | Università degli Studi di Enna, IT

## Organizzatori



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria  
e Scienze Applicate

## Sponsor



## Patrocini

AIAr – Associazione Italiana Archeometria

AICTC – Associazione Italiana di Chimica Tessile e Coloristica

AIDI – Associazione Italiana di Illuminazione

AIRPA – Associazione Italiana Ricerche Pittura Antica

CESMAR7 – Centro per lo studio dei materiali per il restauro

CVPL – Associazione Italiana per la ricerca in Computer Vision

IGIIC – Gruppo Italiano dell'International Institute for Conservation (IIC)

SIF – Società Italiana di Fisica

SIRA – Società Italiana per il Restauro dell'Architettura

UID – Unione Italiana Disegno

## Indice

<b>1. Colore e Digitale.....</b>	<b>11</b>
<b>Modelli geometrici della percezione dei colori.....</b>	<b>12</b>
<i>N. Prencipe, E. Provenzi</i>	
<b>Quick Gamut mapping per la color correction.....</b>	<b>19</b>
<i>M. Cereda, A. Rizzi, A. Plutino</i>	
<b>Glare ottico nelle immagini iperspettrali .....</b>	<b>26</b>
<i>B. Sarti, A. Plutino, A. Rizzi</i>	
<b>Differenze e analogie tra colori scientifici e colori della pratica pittorica. Il caso emblematico di Johannes Vermeer.....</b>	<b>34</b>
<i>D. Calisi, S. Botta</i>	
<b>Un film in un frame: studio sulle variazioni cromatiche in film e video digitali.....</b>	<b>42</b>
<i>M.F. Gaspani, P.R. Spada, A. Plutino, A. Rizzi</i>	
<b>Anastilosi virtuale e fruizione digitale delle architetture danneggiate.....</b>	<b>48</b>
<i>A. Cerbone</i>	
<b>Sistema TAC (Total Appearance Capture). Valutazione della riproduzione virtuale dei colori.....</b>	<b>56</b>
<i>C. Borettaz</i>	
<b>2. Colore e Fisiologia .....</b>	<b>62</b>
<b>Verso una più ampia comprensione del daltonismo: un test sulla discriminazione di colori in scene complesse.....</b>	<b>63</b>
<i>S. Scipioni, C.A. Lombardi, L. Giuliani, A. Plutino, A. Rizzi</i>	
<b>Colore e umanizzazione (lo spazio di cura a misura di bambino).....</b>	<b>71</b>
<i>J. Choi, P. Calafiore</i>	
<b>3. Colore e Psicologia .....</b>	<b>77</b>
<b>Uno studio sull'associazione colori, termini ed emozioni, basato sui colori primari di Luscher.....</b>	<b>78</b>
<i>F. Barengi, M. Bittante, N. Del Longo, C. Mangano, A. Plutino, A. Rizzi</i>	
<b>Il colore per la fruibilità ampliata delle strutture sanitarie.....</b>	<b>84</b>
<i>S. D'Auria, L.M. Papa</i>	
<b>Preferenza colore e uso delle nuove tecnologie comunicative: uno studio sulle differenze di genere nei bambini della scuola primaria.....</b>	<b>92</b>
<i>M. Lazzari, F. Baroni, A. Greco, F. Morganti</i>	
<b>Il colore dello spazio nella cura della dignità: un progetto cromatico percettivo. Analisi e riqualificazione dello spazio/corridoio dell'Ospedale Privato Accreditato "Villa Rosa" - Modena.....</b>	<b>100</b>
<i>M. Puviani, C. Polli</i>	

<b>4. Colore e Restauro.....</b>	<b>108</b>
<b>Il colore nel restauro tra lessico di facciata e la verità dell'architettura. La nuova immagine monumentale della città di Bari.....</b>	<b>109</b>
<i>G. Martines, M. Cinelli</i>	
<b>Il restauro delle facciate dello storico palazzo Bosco-Lucarelli in Benevento. Strumenti e prospettive.....</b>	<b>117</b>
<i>G. Leva, F. Miraglia, R. Bozzella, G. Panarese</i>	
<b>“Della mutazione de’ colori trasparenti”: per una rinnovata percezione delle velature dei pigmenti e dei coloranti storici.....</b>	<b>125</b>
<i>M. Herrero-Cortell, P. Artoni, M. Picollo, M. Raich, M.A. Zalbidea, A. La Bella</i>	
<b>La riproduzione su intonaco della cortina muraria: variazioni e tecniche tra monocromie e pentacromie.....</b>	<b>133</b>
<i>L. Scappin</i>	
<b>La decorazione parietale della cella del <i>Capitolium</i> di Pompei.....</b>	<b>141</b>
<i>A. Laera</i>	
<b>Riscoprire il Liberty. Restauro e conservazione di un edificio a Milano .....</b>	<b>149</b>
<i>F. Valan, M. Bertoldi</i>	
<b>Il colore delle case. L’altra faccia della ricostruzione post sisma.....</b>	<b>157</b>
<i>M.R. Vitale, C. F. Carocci, C. Circo</i>	
<b>Dalla tecnica di ripresa fotografica in UVL alla mappatura su modelli 3D: indagine sull’interpretazione dei colori di fluorescenza ultravioletta applicata al restauro del Calco in gesso del Monumento ai Marchesi Brivio in Brera.....</b>	<b>165</b>
<i>F. Berizzi, R. Rosso</i>	
<b>Misure spettroscopiche e colorimetriche in ambiente controllato con camera iperspettrale: applicazione su stampe del 1930.....</b>	<b>173</b>
<i>A. Casini, F. Cherubini, C. Cucci, S. Innocenti, M. Picollo, L. Stefani</i>	
<b>Gioielli usciti da un pennello. Studio della tecnica di miniatura indiana tramite intervento di conservazione e restauro.....</b>	<b>181</b>
<i>A. Strozzi, D. Ruggiero, M. Bicchieri</i>	
<b>Calore e colore nella modernità barocca della pelle di mattoni “à uso di Roma”: conoscenza e conservazione delle cromie urbane seicentesche di Piazza Armerina.....</b>	<b>189</b>
<i>A. Versaci, A. Cardaci, L.R. Fauzia</i>	
<b>5. Colore e Ambiente Costruito.....</b>	<b>197</b>
<b>Elementi costruttivi ed aspetti cromatici.....</b>	<b>198</b>
<i>R. Pezzola</i>	
<b>L’utilizzo dell’arte digitale come strumento di riqualificazione sociale e urbana.....</b>	<b>206</b>
<i>C. Mazzoli, A. Fabbri, F. La Piccirella</i>	
<b>Colori dell’arte, colori dell’architettura, colori dello spazio urbano, colori per la sostenibilità.....</b>	<b>214</b>
<i>P. Davico</i>	

<b>Color (loci) placemaking: colore e processi di appropriazione dei luoghi.....</b>	<b>222</b>
<i>C. Boeri</i>	
<b>I colori del Cilento. Esperienza di piano nel comune di San Mauro Cilento.....</b>	<b>229</b>
<i>K. Pica, C. Lombardi</i>	
<b>Come il colore comunica l'uso dello spazio urbano.....</b>	<b>237</b>
<i>P. Calafiore, J. Choi</i>	
<b>Bramante e la sua opera di Facciate Dipinte: Bergamo e Lombardia.....</b>	<b>243</b>
<i>P. Falzone</i>	
<b>Dal Piano del Colore al PRP Piano di Riqualificazione Percettiva.....</b>	<b>251</b>
<i>G. Bertagna, A. Bottoli, L. Mirarchi, C. Polli</i>	
<b>Il filtro culturale nei cromatismi in architettura: evoluzione progettuale contemporanea.....</b>	<b>259</b>
<i>F. Salvetti</i>	
<b>Colore e manutenzione nella città del novecento: il caso di Dalmine.....</b>	<b>267</b>
<i>G. Mirabella Roberti</i>	
<b>L'uso del colore nei giardini inglesi di fine Ottocento, dal disegno di progetto alla realizzazione dell'opera.....</b>	<b>275</b>
<i>S. Eriche, M. Scaglione</i>	
<b>6. Colore e Progettazione.....</b>	<b>283</b>
<b>Individualità cromatica: dall'abito all'abitare.....</b>	<b>284</b>
<i>S. Follesa, S. Cesaretti, F. Armato</i>	
<b>Il ruolo del colore e della luce negli spazi di vita e di lavoro degli artisti.....</b>	<b>292</b>
<i>A. Mazzanti, R. Trocchianesi</i>	
<b>Il valore cromatico nell'Interior Design.....</b>	<b>301</b>
<i>G. Pettoello</i>	
<b>Biophilic Design e colore.....</b>	<b>309</b>
<i>M. E. Tonali</i>	
<b>7. Colore e Cultura.....</b>	<b>316</b>
<b>Colore e Cultura.....</b>	<b>317</b>
<i>E. Milesi</i>	
<b>Funzione propria e significativa del colore nelle tavole da soffitto rinascimentali padane.....</b>	<b>321</b>
<i>R. Aglio</i>	
<b>Colore e narrazione. Il ruolo narrative del colore nelle immagini filmiche di Wes Anderson.....</b>	<b>329</b>
<i>G. Attademo</i>	
<b>Zhang Yimou: un maestro del colore.....</b>	<b>337</b>
<i>L. Luzzatto, L. Del Zoppo</i>	

<b>Gallarija Maltija: una caratteristica vivace dello streetscape maltese</b> .....	343
<i>C. Parisi, B. Kevin, F. Scicluna</i>	
<b>Esperienza cromatica nel <i>Virtual Cultural Heritage</i>: esempi a confronto</b> .....	351
<i>R. Netti</i>	
<b>Cromatismi identitari per ridefinire luoghi della socialità</b> .....	359
<i>M. Ricciarini, A. Tremori</i>	
<b>I colori e le tecniche pittoriche su pietra nella trattatistica antica: il caso del Sarcofago di Lot nelle Catacombe di San Sebastiano in Roma</b> .....	367
<i>S. Di Gaetano, A. Negri</i>	
<b>Diogo de Carvalho e Sampayo: un <i>Tratado</i> da riscoprire</b> .....	376
<i>A. Marotta</i>	
<b>Dal blu indaco ai <i>jeans</i> e all'arte</b> .....	383
<i>R. Pompas</i>	
<b>Colore e linguaggi formali nella Street Art</b> .....	390
<i>A. Marotta</i>	
<b>Colore tra forma e materia dei modelli fisici per lo studio della Geometria</b> .....	398
<i>M. Pavignano, U. Zich</i>	
<b>Un percorso visivo “a colori” sulla Public Art a Pescara</b> .....	406
<i>G. Caffio, M. Unali</i>	
<b>I colori della censura. “Arte degenerata” in Lezione di tedesco di Siegfried Lenz e nell’omonimo film di Christian Schwochow</b> .....	414
<i>A. Muco</i>	
<b>Il ruolo del colore nelle opere pittoriche di Tomás Maldonado</b> .....	427
<i>A. Poli</i>	
<b><i>Cappuccetto a pois</i> e gli altri. I telespettatori raccontano il passaggio al colore nella TV italiana</b> .....	436
<i>E. Gipponi</i>	
<b>Le qualità umane del Colore. Risorse cromatiche inesplorate per interpretare gli stili di vita del nuovo paradigma sociale</b> .....	444
<i>S. Criscione</i>	
<b>Sognosoloacolori: come utilizzare il colore ed essere felici</b> .....	452
<i>M. Bellomo, M. Imperiali, L. Primo</i>	
<b>8. Colore ed Educazione</b> .....	457
<b>Colore, Parola, Suono. Approccio sinestesico nella didattica formale e informale</b> .....	458
<i>M. Ortiz Martin, P. Sgroia</i>	
<b>Giocare ed educare al colore rosso attraverso azioni esplorative e didattiche</b> .....	466
<i>F. Zuccoli, A. De Nicola, A. Poli</i>	

<b>Il corso di Disegno, Arte e Musica: un'esperienza educativa 'a colori' nella formazione dei giovani docenti della scuola d'infanzia e primaria.....</b>	<b>474</b>
<i>C. Zappettini, A. Cardaci</i>	
<b>L'importanza dell'introduzione alle dimensioni cromatiche e alla progettazione del colore. Cromo, un manuale didattico interattivo.....</b>	<b>482</b>
<i>G. Muscatelli</i>	
<b>Sabbioneta: i colori della città ideale. Il percorso di realizzazione di un kit progettato per il miglioramento della fruizione del patrimonio.....</b>	<b>490</b>
<i>F. Zuccoli, A. Poli, P. Berera, A. De Nicola</i>	
<b>Esperienza tra forma e colore. Lezione di CMF Design .....</b>	<b>498</b>
<i>C. Borettaz</i>	
<b>9. Colore e Comunicazione/Marketing.....</b>	<b>506</b>
<b>Bio Identity – Progetto per il miglioramento della qualità percepita di un prodotto monomarca nella filiera del biologico.....</b>	<b>507</b>
<i>F. Ferrari, D. Licciardello</i>	

## Colore tra forma e materia dei modelli fisici per lo studio della Geometria Martino Pavignano, Ursula Zich\*

Dipartimento di Architettura e Design, Politecnico di Torino  
Contatto: ursula.zich@polito.it

### Abstract

Inserito nel contesto di un più ampio progetto di ricerca, volto all'esplorazione delle connessioni applicative tra Matematica e Architettura, con particolare focus sull'uso della Geometria come linguaggio condiviso e dei modelli tangibili come media per studio, didattica e comunicazione di concetti e contenuti trasversali, il contributo propone una disamina critica dell'uso del Colore come strumento di caratterizzazione nella comunicazione della Geometria stessa attraverso i modelli. L'analisi puntuale di esempi espunti dalla storia della Matematica evidenzia l'utilizzo del colore nell'intersezione didattica tra modelli fisici e studi teorici tratti dalle collezioni di modelli di superfici geometriche. Ad oggi la produzione e l'uso didattico di tali modelli appare superato, tuttavia recentemente ne è stata riconosciuta l'importanza del ruolo assunto al tempo, tanto che molti Enti di Ricerca hanno ridato vita a vere e proprie collezioni di modelli matematici. L'interesse odierno, tuttavia, non può essere rivolto solamente al loro ruolo di supporti didattici, ma anche all'epistemologia stessa che li generò. E tale ruolo è viepiù importante nel caso in cui si provi ad associarne le valenze didattiche a quelle eidetiche, qualora tali modelli vengano riconosciuti come vere e proprie rappresentazioni materiali dei sopraccitati concetti matematici, dove l'utilizzo del 'parametro colore' diventa elemento significativo.

**Keywords:** Geometria, Modelli fisici, Percezione, Rappresentazione matematica, Colori come media.

### 1. Introduzione (MP)

Per lungo tempo, prima dell'invenzione di calcolatori e elaboratori, le Scienze sono ricorse anche all'uso di modelli fisici, tangibili, per l'analisi di problemi disciplinari più o meno complessi, tanto con intenzioni puramente speculative, quanto per applicazioni dichiaratamente didattiche. Si pensi alla Fisica e ai numerosi artefatti che ne hanno supportato il costante avanzamento (Marchis, 2008). In tale contesto, tra la prima metà del XIX secolo e il primo ventennio del XX secolo si assistette alla proliferazione e all'uso di modelli fisici nell'ambito degli studi delle Matematiche, in particolare per l'indagine delle superfici algebriche (e degli oggetti matematici in generale). Le prime intuizioni sull'uso dei modelli tangibili possono essere ricondotte alla scuola francese di Gaspard Monge, in particolare al lavoro del suo allievo Theodore Olivier, che, a partire dagli anni Quaranta del XIX secolo fece produrre, a Fabre de Lagrange, una serie di modelli di superfici notevoli, composti da una struttura in ottone e da fili di seta (Moon e Abel, 2016, p. 196). Un ulteriore conferma sui primi impieghi di tali supporti materiali in ambito tedesco è del 1863 (Giacardi, 2003, p. 251).

Le occasioni di utilizzo di tali modelli fisici per lo studio della Geometria, tuttavia, proseguirono e trovarono i loro più importanti riscontri presso le Accademie tedesche nell'ultimo quarto del XIX secolo. È proprio in tale contesto che i progressi nello studio della Geometria – in particolare di curve e superfici – indussero i matematici Felix Klein e Alexander von Brill alla fondazione di un laboratorio sperimentale per la progettazione e la produzione artigianale di tali modelli, presso la Technische Hochschule di Monaco di Baviera (Fischer, 2017). Il successo degli artefatti progettati dai due matematici e realizzati dagli studenti fu immediato, soprattutto in ambito didattico. Ciò, portò alla loro produzione su scala semi-industriale e alla loro divulgazione per mezzo di veri e propri cataloghi 'tecnici'. Infatti, le loro potenzialità apparvero subito evidenti e, al fine di promuoverne la vendita, fu fondata la casa editrice Brill a Darmstadt, che per prima predispose un catalogo per la loro

---

\* Il contributo è sviluppato nell'ambito del progetto di ricerca interdisciplinare MAG.IA. 2019. Crediti: MP: Martino Pavignano, UZ: Ursula Zich.

commercializzazione (Giacardi, 2003). L'attuale interesse per la produzione e l'utilizzo di questi modelli è dettata per lo più dalla loro curiosità, che li accomuna ad oggetti da *wunderkammer*. Tuttavia, a nostro avviso, questi modelli presentano molte caratteristiche peculiari, non ancora indagate, meritevoli di attenzione da parte della comunità scientifica, non solo con riguardo alla loro funzione primaria, chiaramente di stampo matematico, ma soprattutto dalla loro possibile declinazione di artefatti visuali – qui intesi nell'accezione di Gay (2017, p. 95) – atti alla creazione di un linguaggio visivo della Geometria. Questi modelli, infatti, vennero costruiti con materiali poveri, ma il connubio tra questa povertà materica e la loro creazione stessa, ne evidenzia il 'potenziale eidetico', ovvero ne sottolinea la capacità di diventare illustrazione fisica, tangibile, di congetture o calcoli molto complessi, descrivibili con grande difficoltà in termini di semplice linguaggio (Gay, 2000, pp. 43-52). Infatti, materializzando un costrutto immateriale di idee, i modelli permettevano una connessione con il sistema astratto di segni codificati che li potevano descrivere ad un artefatto tangibile (Seidl *et al.*, 2018, p. 20). Dal punto di vista della disciplina della Rappresentazione è interessante notare come Felix Klein definisse i modelli come 'utili ausili visivi' (Giacardi, 2015). Inoltre, Klein riteneva fondamentale l'intuizione spaziale nel processo di modernizzazione dell'insegnamento della matematica. A tal proposito, egli riteneva i modelli molto utili tanto per «rafforzare la capacità di pensare in tre dimensioni e l'abitudine al ragionamento funzionale» quanto per migliorare la formazione degli insegnanti (Mattheis, 2019, p. 93).

## 2. Colore e Matematica: tra forma e materia (UZ)

Evidenziato il ruolo rivestito dai modelli fisici in ambito matematico, presentiamo l'analisi puntuale, diretta e indiretta, di esempi espunti dalla storia della Matematica, evidenziando l'utilizzo del colore nell'intersezione didattica tra modelli tangibili e studi teorici. La ricerca sviluppa un percorso critico tra Rappresentazione e Comunicazione Visiva, analizzando principalmente modelli espunti dalle collezioni storiche del Museum der Universität Tübingen (Seidl *et al.*, 2018) e della Biblioteca "G. Peano" dell'Università di Torino (Giacardi, 2003), corredati da esempi singoli conservati presso altre Istituzioni, puntualmente richiamate (per una panoramica cfr. Apéry, 2012).

Inserendosi in un percorso di ricerca interdisciplinare già avviato (Cumino *et al.*, 2020; Cumino *et al.*, in corso di stampa), l'analisi integra la rilettura degli oggetti delle collezioni con quella dei già citati cataloghi, in particolare con quello di Schilling (1911), proponendo molteplici utilizzi del Colore: nel modello, come essenza stessa del modello che diviene tale in quanto policromo; per il modello, per delimitare lo spazio infinito rappresentato con il modello definito; sul modello, per la sua fruizione, quando il colore evidenzia peculiarità geometriche sul modello essenzialmente monocromatico.

## 3. Spunti per uno studio dell'interazione tra Colore e Matematica (MP-UZ)

Piero della Francesca, nel suo *Libellus de quinque corporibus regularibus*, scritto tra il 1482 e il 1492, descrisse i cinque poliedri regolari, i poliedri inscritti in altri poliedri e i poliedri irregolari attraverso rappresentazioni grafiche, definendo un approccio alla tematica ancora oggi efficace (Di Teodoro, 2015). Pochi anni più tardi, nel 1498, Luca Pacioli completò il manoscritto del *De divina proportione*. Ivi, egli descrisse una sessantina di solidi, illustrati per mezzo di disegni di Leonardo da Vinci (Fig. 1a, b) (Bruschi, 1978). Tuttora, in ambito educativo, gli stessi poliedri rappresentati da Piero e da Leonardo vengono molte volte costruiti a partire dallo sviluppo delle loro superfici, per poi essere modellati con materiali poveri quali carta o cartone. Queste operazioni permettono potenzialmente di verificarne la trasformazione omologica da 2D a 3D. Altrettanto diffuso, nel contesto didattico, è l'utilizzo di modelli 3D, statici, dinamici, esplorabili e soprattutto osservabili nella loro spazialità. Un altro interessante esempio di utilizzo del Colore a supporto di un testo di indirizzo prettamente matematico, si trova nei *Six Books of the Elements of Euclid* di Oliver Byrne. Pubblicato a Londra nel 1847, il testo di Byrne segna un passaggio fondamentale nel rapporto tra Matematica e Colore, dal momento che propone un connubio tra forme, colori e testi atto a 'semplificare' lo studio delle proposizioni euclidee (Fig. 1c, d) (Byrne-Oeschlin, 2015).

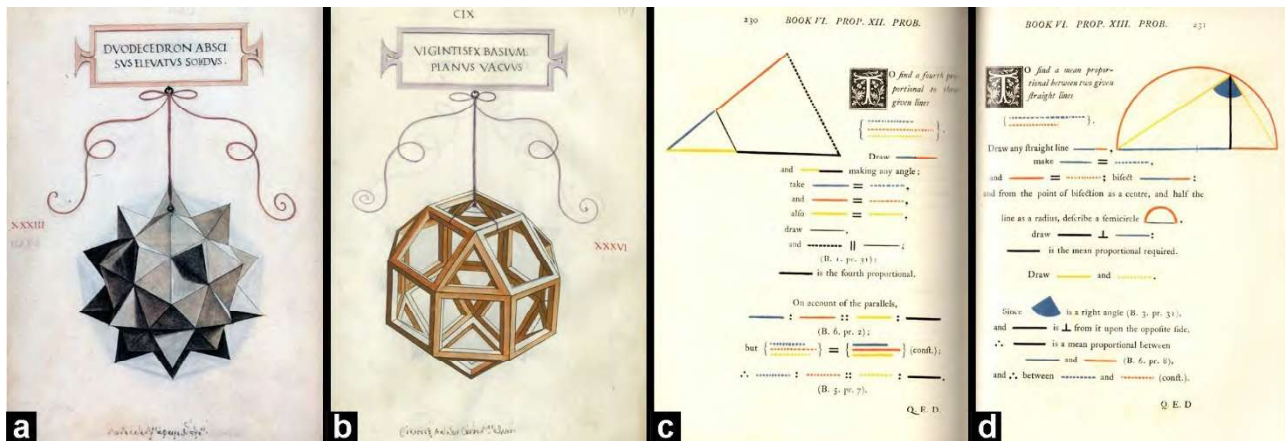


Fig. 1 – Colore e Matematica, suggestioni dalla ricerca. Luca Pacioli-Leonardo da Vinci, 1509 c.a. **a-b**: *De Divina Proportione*, esempi di solidi (Bruschi *et al.*, 1978); Oliver Byrne, 1847: **c-d**, *Book VI, Proposition XII*; *Book VI, Proposition XIII* (Byrne, 2015, pp. 230-231).

### 3.1. Colore nel Modello (UZ)

Ma come interviene il colore nell'efficacia comunicativa dei modelli? Andando a sottolineare, ad esempio, superfici e spigoli (Fig. 2m-p) rendendo evidente che ogni spigolo è intersezione di piani e ogni vertice è intersezione di spigoli. Lo spessore della caratterizzazione dello spigolo può quindi condizionarne la percezione da parte di un fruitore non specialistico che potrebbe perdere la capacità interpretativa delle superfici, depauperate dall'invasione del proprio perimetro.

Nei poliedri irregolari in cartone presenti nella collezione dell'Eberhard Karls Universität Tübingen, ogni modello ha un proprio codice linguistico che assegna ai diversi poligoni un determinato colore, rendendoli immediatamente riconoscibili nell'insieme. Tale codice non è però da considerarsi univoco nel sistema di riferimento complessivo, dal momento che possiamo osservare in Fig. 2 come ad esempio i triangoli siano in blu in 2a, verdi in 2i e rosa in 2j. In alcuni modelli possiamo notare una sequenza logica costruttiva sottolineata dal cromatismo, tale per cui riconosciamo i triangoli di un colore neutro in 2c e 2d: questi triangoli dialogano con quadrati blu, lasciandone ipotizzare la nascita di uno come trasformazione topologica dell'altro. È quindi interessante osservare, in questo caso, come i triangoli neutri sembrino sottrazione di materia, identificandosi come rappresentazione della base di una piramide 'asportata' dal modello integralmente blu con un minore numero di facce.

La percezione del modello differisce grandemente quando più poligoni diversi compongono le facce del poliedro: qui l'impiego di colori differenti serve a riconoscerne immediatamente i singoli poligoni, peraltro sempre sottolineati dal perimetro evidenziato con il tratto scuro, evidenziandone facilmente il numero di lati, (Fig. 2g, h, i). Inoltre, colori e materiali sono stati scelti perché non interferiscano nella percezione dell'insieme e pertanto sono tinte unite, non riflettenti. Confrontando alcuni modelli della collezione di Tübingen – fatti di cartone colorato in giallo, varie sfumature di blu, turchese, marrone e oro – e quelli della collezione dello Smithsonian Institution – monocromi, in carta verniciata (Fig. 2e\*-i\*) – risulta evidente l'efficacia comunicativa dell'apporto cromatico. Questo utilizzo del Colore su modelli di poliedri non traspare dalla bibliografia coeva, dal momento che nei cataloghi di vendita di tali modelli/ausili visivi e tattili per l'insegnamento, non ci sono descrizioni puntuali relative all'eventuale colorazione degli artefatti, mentre è sempre specificato il tipo di materiale/spessore (Schilling, 1911). Il legame tra modelli e Colore si estrinseca anche per mezzo dei progetti dei modelli stessi. In Fig. 3a si presenta una tavola redatta da Gerhard Hessenberg per il suo corso di Geometria Descrittiva: l'elaborato contiene le rappresentazioni dei progetti di modelli di più poliedri regolari. I modelli in Fig. 3b, c sono poliedri regolari di semplice costruzione, nello specifico un cubo e un dodecaedro, ispirati a quelli disegnati da Hessenberg. Essi non necessitano di una caratterizzazione delle superfici con materiali differenti al fine di essere facilmente compresi dal momento che, nel loro caso, il Colore sottolinea geometrie appartenenti alle superfici, utili per la costruzione e lo sviluppo del modello e non per la comprensione spaziale dello stesso.

Tale evidente dicotomia sottolinea i possibili diversi usi dei modelli finiti, nel primo caso, quelli colorati in Fig. 2, impiegati forse per lo studio delle relazioni reciproche tra i singoli poligoni, mentre nel secondo, quelli monocromi tanto di Fig. 2 quanto di Fig. 3, probabilmente pensati per visualizzare i solidi nella loro completezza.

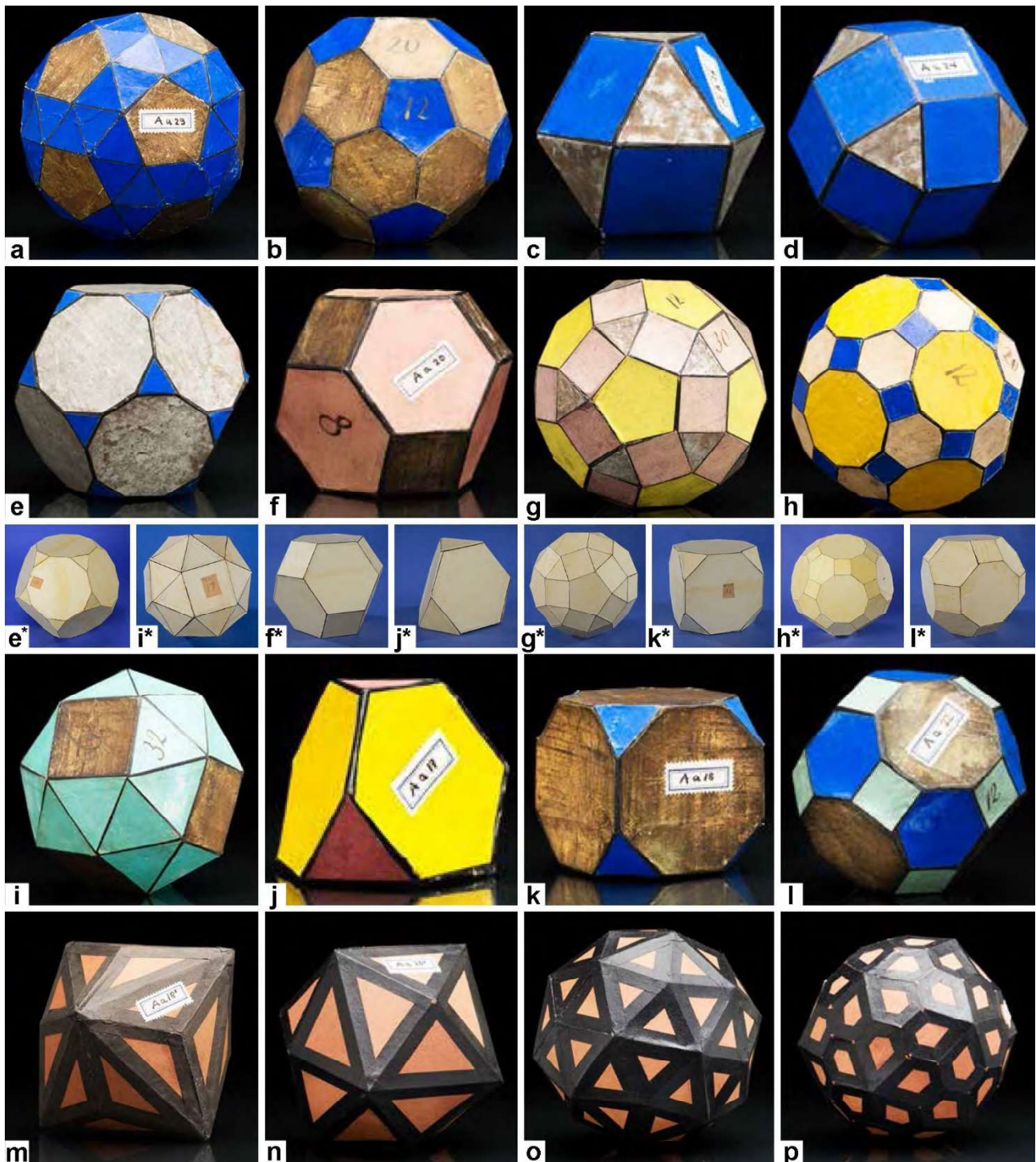


Fig. 2 – Poliedri ‘a colori’ dalle collezioni dell’Università Tübingen. Autore ignoto, 1900 c.a.: a, *Dodecaedro camuso* (Seidl et al., 2018, p. 322); b, *Icosaedro troncato* (*Pallone da calcio*); c, *Cubottaedro*; d, *Rombicubottaedro* (Seidl et al., 2018, p. 324); e, *Dodecaedro troncato* (Seidl et al., 2018, p. 329); f, *Ottaedro troncato* (Seidl et al., 2018, p. 328); g, *Rombicosidodecaedro* (Seidl et al., 2018, p. 325); h, *Icosidodecaedro troncato* (Seidl et al., 2018, p. 326); i, *Cubo camuso*; j, *Tetraedro troncato*; k, *Cubo troncato* (Seidl et al., 2018, p. 328); l, *Cubottaedro troncato* (Seidl et al., 2018, p. 325). Waldemar Schöbe, 1931: m, *Triacosottaedro* (Seidl et al., 2018, p. 350); n, *Tetracisesaedro* (Seidl et al., 2018, p. 355); o, *Pentacisdodecaedro* (Seidl et al., 2018, p. 357); p, *Icositetraedro pentagonale* (Seidl et al., 2018, p. 359). Martin Berman, 1970; e\*-l\*, modelli monocromatici dei rispettivi poliedri colorati. This image was obtained from the Smithsonian Institution. All rights are reserved (<https://americanhistory.si.edu/collections/object-groups/geometric-models/archimedean-solids-prisms-and-antiprisms>).

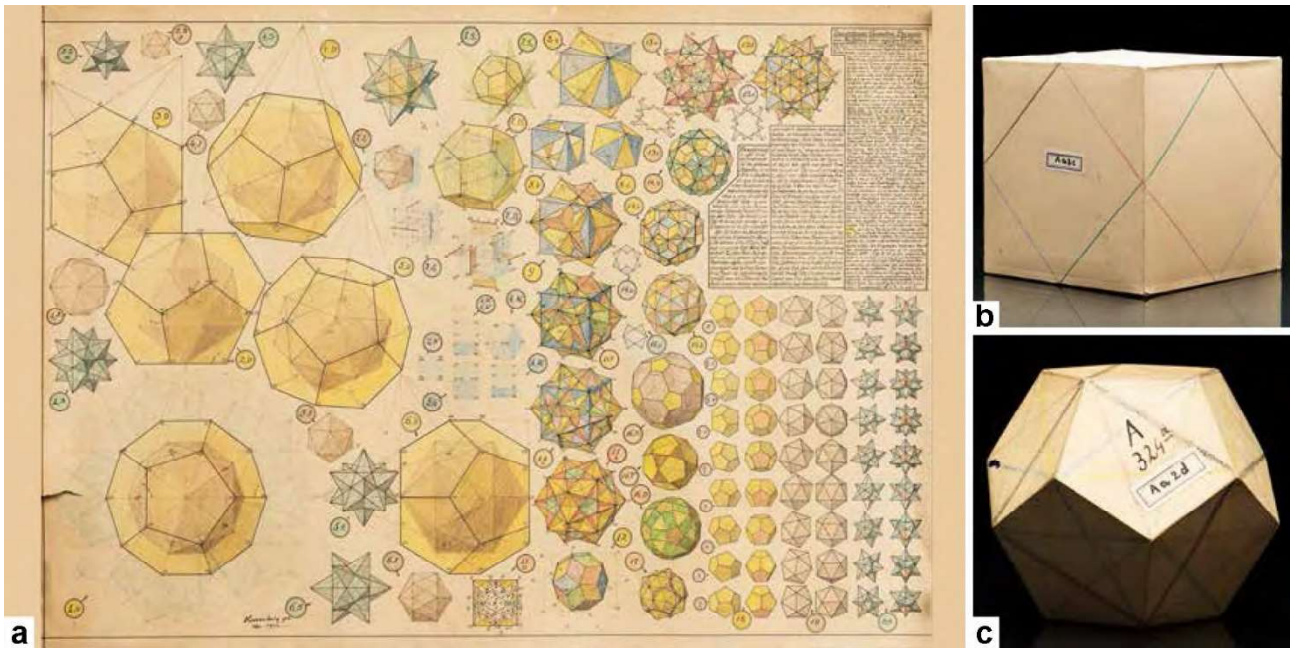


Fig. 3 – Il Colore tra progetto e realizzazione del Modello, Universität Tübingen. Gerhard Hessenberg, 1923: a, *Esempi di esercizi sui poliedri regolari per il corso di Geometria Descrittiva* (Seidl et al., 2018, p. 329). Autore ignoto. 1930 c.a.: b, *Cubo*; c, *Dodecaedro* (Seidl et al., 2018, p. 52).

### 3.2. Colore per il Modello (UZ)

Questa seconda declinazione, porta a definire il Colore come strumento, o espediente visuale, per la progettazione del modello, per la sua comunicazione (del progetto) al possibile esecutore e quindi in fase di realizzazione, ma anche per delimitarne l'effettiva corrispondenza con la descrizione analitica.

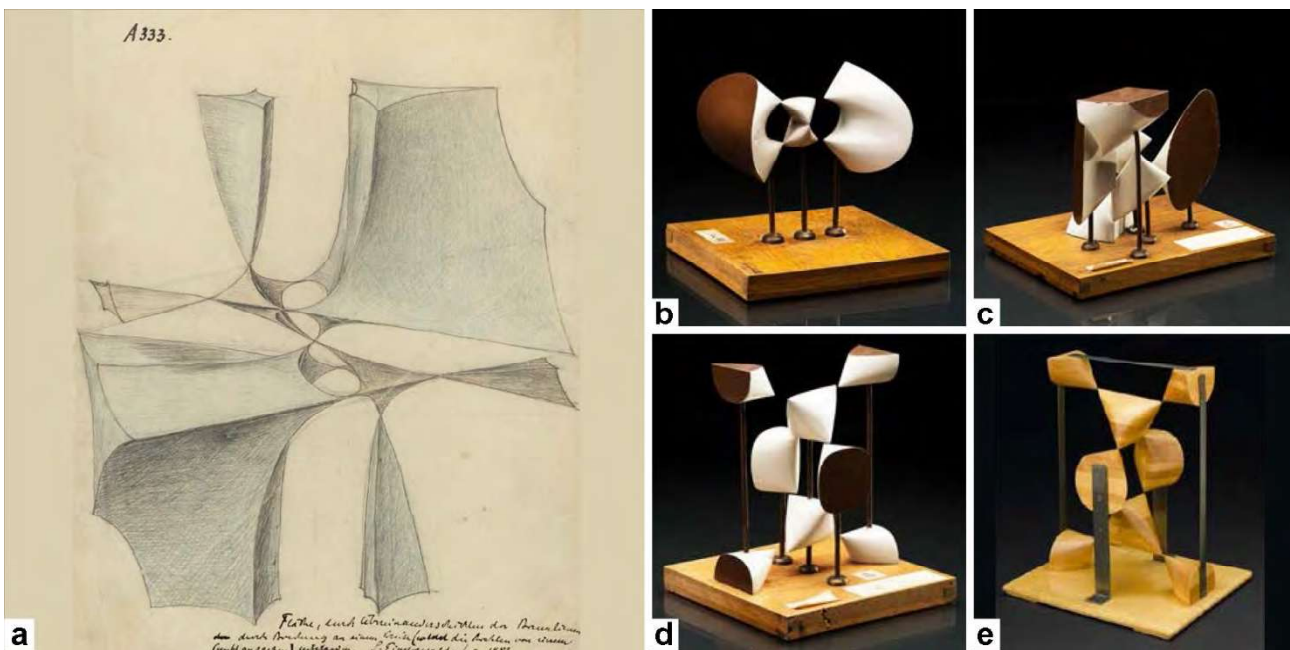


Fig. 4 – Aree complesse di secondo grado, Universität Tübingen. a, Sebastian Finsterwalder, 1883: *Superficie ottenuta da sovrapposizione di linee focali con una riflessione su un cerchio*; Felix Klein, 1871: b, *Superficie quadrica complessa generica* (Seidl et al., 2018, p. 196); c, *quadrica complessa generica*, caso particolare della precedente (Seidl et al., 2018, p. 196); Julius Plücker, *Sezioni ellittiche e iperboliche con lo stesso centro*; d, 1880, modello in zinco (Seidl et al., 2018, p. 180); e, 1866, modello in legno (Seidl et al., 2018, p. 179).

Ecco che, fra i tanti, i modelli di Felix Klein e Julius Plücker che descrivono le aree complesse del secondo grado (Fig. 4), fatti realizzare da Alexander von Brill nel 1885 in zinco su basi in legno di mogano, presentano, negli esemplari conservati a Tubinga, il colore per delimitare i 'confini' della superficie infinita descritta (Fig. 4b-d): il modello, ricoperto di vernice bianca, è mono-materico, ma

elaborato con vernice marrone per definirne i limiti e l'intenzione è esplicitata anche dai foglietti dattiloscritti incollati alla base. Si impone qui un confronto con il modello ligneo, 'nudo' ovvero non elaborato con successive lavorazioni cromatiche, presentato in Fig. 4e che non risulta altrettanto efficace mostrando tutte le venature del legno che possono distrarre l'osservatore dalla rappresentazione geometrica, quand'anche ideato nel 1866 da Julius Plücker per una esposizione di modelli, quindi con intenzioni dichiaratamente divulgative (Seidl et al., 2018, pp. 177-179).

In un appunto grafico riferibile alla stessa famiglia di superfici, a firma di Sebastian Finsterwalder (Fig. 4a), il colore enfatizza i vuoti e i pieni attraverso una forma di chiaroscuro senza valenza geometrica e senza peraltro sottolineare i limiti della rappresentazione da modello infinito a rappresentazione solo di una parte dello stesso.

### 3.3. Colore sul Modello (UZ)

Altri modelli, mono-materiale e monocolori, possono essere completati dalla vestizione cromatica di alcuni elementi a sottolineare la presenza di geometrie specifiche. Alcuni dettagli, colorati, rendono in Fig. 5c, ad esempio, esplicito il significato del nome del modello *superficie diagonale di Clebsch con 27 rette reali*, evidenziando sulla sua superficie proprio la presenza delle rette, difficilmente riconoscibili se non sottolineate. Il modello di Fig. 5d è ulteriore conferma di questa prassi. Il confronto con tra rappresentazione grafica contenuta nel catalogo di Martin Schilling del 1911 (Fig. 5a) e il modello presente nella collezione Unito (Fig. 5b) rende ancora più evidente l'efficacia dell'uso del colore in tale situazione: quelli non completati dalla vestizione cromatica risultano meno accessibili e la loro comprensione richiede un maggiore sforzo nella visualizzazione spaziale delle rette (quand'anche siano comunemente incise sulla superficie del modello).

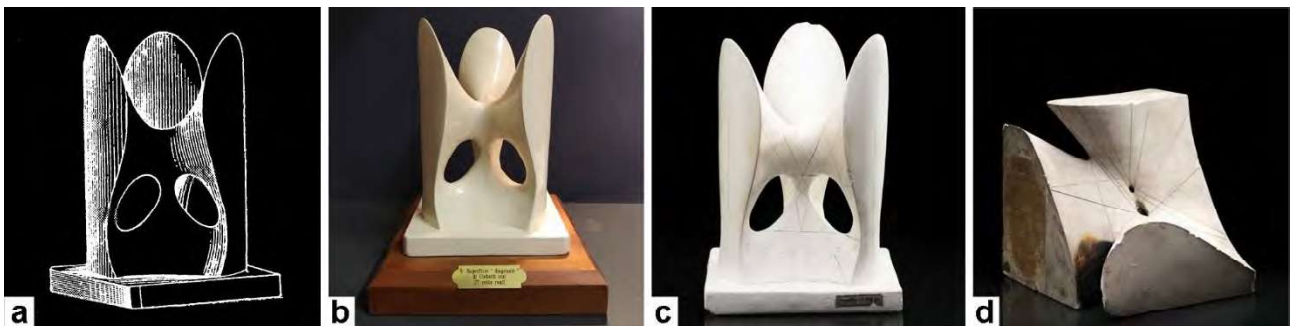


Fig. 5 – Modelli in gesso tra astrazione e rappresentazione materiale. Esempi di superfici diagonali con 27 rette reali. Karl Friedrich Rodenberg, 1881, Brill-Serie 7, n. 1: a, *Superficie diagonale con 27 rette reali* (Schilling, 1911, p. 116); b, *Superficie diagonale di Clebsch con 27 rette reali*, Unito (fotografia degli Autori); c, *Superficie diagonale con 27 rette reali*, Universität Tübingen (Seidl et al., 2018, p. 83); Christian Wiener, 1868: d, *Modello di una superficie del terzo ordine con 27 linee rette reali*, Universität Tübingen (Seidl et al., 2018, p. 79).

Alcuni modelli possono inoltre essere considerati polimaterici nell'interazione con applicazioni colorate 'dinamiche' per sottolineare le proprie valenze geometriche. In Fig. 6 è possibile osservare la rappresentazione interna al catalogo, il modello dell'Università di Torino e quello di Tubinga completo di una parte mobile applicata. Il colore, sotteso dall'utilizzo di materiali differenti per esplicitare la geometria intrinseca del modello stesso, diviene parte del significato del modello: in Fig. 6e-g, i modelli calcolati e modellati da Peter Vogel, Theodor Kuen e Gottlieb Herting negli anni 80 del XIX secolo, presentano una lamina metallica che viene fatta scorrere lungo la loro superficie permettendo di cogliere la geometria rotazionale/torsionale alla base della sua produzione. È infatti in alcune pagine del suo diario personale che Alexander von Brill ne descrive in modo puntuale l'applicazione accademica: «La teoria della curvatura si lascia rappresentare in modo dinamico e colorato dalla mano che può scorrere su numerosi modelli che io ho preparato per differenti parti di questa teoria» (Seidl et al., 2018, p. 248). Inoltre, l'uso del Colore in Fig. 6c, analogamente a quanto accade in Fig. 5c, sottolinea le linee che rappresentano le geodetiche (blu) e le asintotiche (rosso). Questo è uno dei cinque modelli in gesso che appartengono alla prima serie di oggetti prodotti ed è catalogato come il modello n°1 della prima serie.



Fig. 6 – Modelli polimerici. Isaak Bachrach, 1877-1903, Brill-Serie 1, n. 1.; **a**, *Superficie di rotazione della trattrice con curve geodetiche e tangenti principali* (Schilling, 1911, p. 144). Universität Tübingen; **b**, *Superficie di rotazione della trattrice con curve geodetiche e tangenti principali* (Seidl et al., 2018, p. 210); **c**, *Superficie di rotazione della trattrice con geodetiche e tangenti principali* (Seidl et al., 2018, p. 212); **d**, *Superficie di rotazione della trattrice con geodetiche e tangenti principali, dettaglio* (Seidl et al., 2018, p. 212); Peter Vogel, 1880, Brill-Serie 5, Nr. 13c.; **e**, *Superfici di rotazione di curvatura positiva costante con linee geodetiche* (Seidl et al., 2018, p. 250); Theodor Kuen, 1877, Brill-Serie 5, n.14; **f**, *Superficie della vite di curvatura positiva* (Seidl et al., 2018, p. 249); Gottlieb Herting, 1882, Brill-Serie 8, Nr. 26; **g**, *Superficie a vite sviluppabile* (Seidl et al., 2018, p. 272). Smithsonian Institution; **h**, *Catenoidi con foglio metallico*. This image was obtained from the Smithsonian Institution. All rights are reserved ([www.si.edu/es/object/geometric-model-l-brill-no-144-ser-8-no-25c-catenoid:nmah\\_693979](http://www.si.edu/es/object/geometric-model-l-brill-no-144-ser-8-no-25c-catenoid:nmah_693979)).

#### 4. Conclusioni (MP-UZ)

La disamina proposta ha suggerito la creazione di tre possibili interazioni funzionali tra modelli e Colore, riassunte dalle preposizioni nel, per e sul. La differenziazione tra le tre interazioni è data dal ruolo che il Colore assume nel momento di fruizione dei modelli, diventando di volta in volta elemento significativo nell'attribuzione di significato all'artefatto. Infatti, se pensiamo a quanto asserito da Lévi-Strauss (1964, p. 37), ovvero che «il pregio intrinseco del modellino è che esso compensa la rinuncia a dimensioni sensibili, con l'acquisizione di dimensioni intelleggibili», è possibile asserire che l'impiego dei modelli riscosse successo, soprattutto dal punto di vista della Cultura Visuale del periodo in cui questi furono teorizzati e utilizzati (Pinotti e Somaini, 2016).

Recentemente Michael Friedman (2018) ne ha messo in evidenza la funzione epistemica: il modello, infatti, diveniva foriero di nuovi tipi di conoscenza intersecandone la sua produzione e le relazioni con la famiglia di oggetti a cui apparteneva.

Ad oggi, la produzione e l'uso didattico di modelli in ambito matematico appare superata, tuttavia recentemente ne è stata riconosciuta l'importanza del complesso ruolo di cui furono investiti, tanto che molti Enti di ricerca hanno riscoperto le proprie collezioni di modelli matematici, promuovendone la valorizzazione in quanto esempi di un modo ormai storicizzato di visualizzare la Matematica. L'interesse odierno, tuttavia, non può essere rivolto solamente al loro ruolo di supporti didattici, ma anche all'epistemologia stessa che li generò. E tale ruolo è vieppiù importante nel caso in cui si provi ad associarne le valenze didattiche con le valenze eidetiche, qualora tali modelli vengano riconosciuti come vere e proprie rappresentazioni materiali dei sopraccitati concetti matematici, dove l'utilizzo del 'parametro colore' diventa elemento 'significante' di un processo critico di visualizzazione di svariati concetti matematici (dai fasci di rette a intersezioni puntuali, dalle superfici semplici alle più complesse). Tale è il ruolo del colore, che supporta le valenze comunicative dei modelli nel più ampio contesto di quei teatri didattici (Gay, 2000) che hanno supportato lo sviluppo della scienza tra il XIX e il XX secolo.

**Riferimenti bibliografici**

Apéry, F. (2012). Old and New Mathematical Models: Saving the Heritage of the Institut Henri Poincaré. In: Bruter, C. (Ed.) *Mathematics and Modern Art. Proceedings of the First ESMA Conference*. Berlin-Heidelberg, DE: Springer, pp. 17-27.

Bruschi, A. (1978) De Divina Proportione. In Bruschi, A. *et alii* (Eds.) *Scritti rinascimentali di architettura*. Milano, IT: Il Polifilo.

Byrne, O. (2015) *The First Six Books of the Elements of Euclid. Essay by Werner Oechslin*. Köln, DE: Taschen.

Cumino, C., Pavignano, M., Zich, U. (in corso di stampa) *Catalog Mathematischer Modelle: Connessioni tra testo, rappresentazione grafica e descrizione analitica*.

Cumino, C., Pavignano, M., Zich, U. (2020). Paper Models of Architectural Surfaces: Images for Implicit and Explicit Geometries. *img journal*, 1(2), pp. 86-115.

Di Teodoro, F. P. (2015). Piero della Francesca, Libellus de Quinque Corporibus Regularibus. In: Di Teodoro, F. P. (Eds.) *Piero della Francesca: il Disegno tra Arte e Scienza*. Milano, IT: Skira, p. 342.

Fischer, G. (ed.) (2017) *Mathematical Models. From the Collections of Universities and Museums*. 2nd edn. Wiesbaden, DE: Springer Spektrum.

Friedman, M. (2018) *A History of Folding in Mathematics. Mathematizing the Margins*. Basel, CH: Birkhäuser.

Gay, F. (2017) Immagini che parlano di immagini. In: Luigini, A. (Ed.) *LINEIS DESCRIBERE Sette seminari tra rappresentazione e formazione*. Melfi, IT: Libria, pp. 94-117.

Gay, F. (2000) *Intorno agli Omologafi. Strumenti e Modelli per la Geometria Descrittiva*. Venezia, IT: IUAV.

Giacardi, L. (2015). Geometric Models in Mathematics Teaching in Italy at the Turn of the Twentieth Century, *Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach*, 47, pp. 2784-2787.

Giacardi, L. (2003). La Collezione di Modelli Geometrici della Biblioteca Speciale di Matematica "G. Peano". In Giacobini, G. (ed.) *La Memoria della Scienza. Musei e Collezioni dell'Università di Torino*. Torino, IT: Alma Universitas Taurinensis, pp. 251-266.

Lévy-Strauss, C. (1964) *Il Pensiero Selvaggio*. Torino, IT: Einaudi.

Marchis, V. (2008) *Storie di Cose Semplici*. Milano, IT: Springer.

Mattheis, M. (2019). Aspects of "Anschauung in the Work of Felix Klein. In: Weingand, H. G., *et alii* (Eds.) *The legacy of Felix Klein*. Cham, CH: Springer, 2019, pp. 93-106.

Moon, F. C., Abel, J, F. (2016) *19th c. Oliver String models at Cornell University: Ruled Surfaces in Gear Design*. In: López-Cajún, Ceccarelli, M., Eds., *Explorations in the History of Machines and Mechanisms*. History of Mechanism and Machine Science, 32. Cham, CH: Springer, pp. 195-208. DOI 10.1007/978-3-319-31184-5\_18.

Pinotti, A., Somaini, A. (2016) *Cultura Visuale*. Torino, IT: Einaudi.

Schilling, M. (1911) *Catalog Mathematischer Modelle für den Höheren Mathematischen Unterricht*. Leipzig, DE: Martin Shilling.

Seidl, E., Loose, F., Bierende, E. (Eds.) (2018) *Mathematik mit Modellen. Alexander von Brill und die Tübinger Modellsammlung*. Tübingen, DE: Museum der Universität Tübingen MUT.